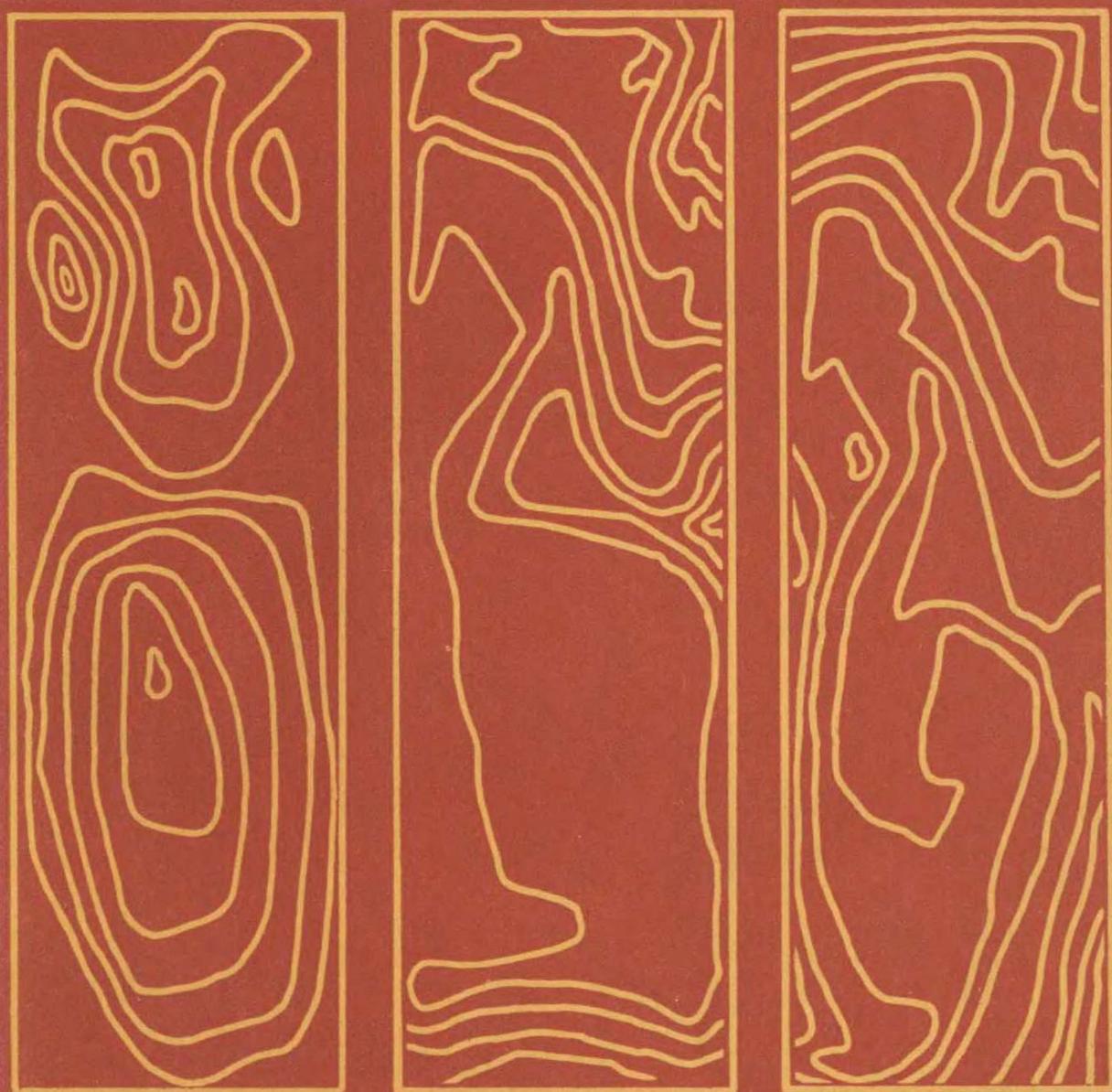


ГИДРОМЕХАНИКА И ТЕПЛО- МАССООБМЕН В НЕВЕСОМОСТИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО • НАУКА •

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ

ГИДРОМЕХАНИКА И ТЕПЛОМАССОБМЕН В НЕВЕСОМОСТИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
Москва 1982

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований в области механики жидкости со свободной поверхностью, естественной конвекции, тепломассообмена и кристаллизации в условиях невесомости. Рассматриваются результаты технологических экспериментов по получению материалов в космосе.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся проблемами гидромеханики и тепломассообмена в космической технологии, а также может быть полезна студентам технических вузов.

Ответственные редакторы:
академик В.С.Авдуевский,
доктор физ.-мат. наук В.И.Полежаев

Г. 1703040000-228 Без объявления
055 (02)-82

© Институт проблем механики
АН СССР, 1982 г.

ВВЕДЕНИЕ

Создание долговременных орбитальных станций и успешное осуществление длительных пилотируемых полетов привело к формированию нового научно-технического направления - космического материаловедения, которое ставит целью использование космического пространства, и в первую очередь, состояния невесомости для получения веществ и материалов.

В настоящее время рассматриваются различные направления материаловедения и технологии, перспективные для реализации в условиях невесомости, среди которых - получение монокристаллов для интегральных схем, твердотельных лазеров и инфракрасной техники, материалов для оптоволоконной техники, сверхпроводящих материалов, изучение биотехнологических процессов разделения для получения биологических и лекарственных веществ и др.

Получение новых веществ и материалов и улучшение их свойств в невесомости основано на особенностях их поведения в жидком и газообразном состоянии. Успешная разработка этого комплексного направления требует синтеза знаний, накопленных в результате развития космической техники, космических исследований и ряда смежных дисциплин, таких как общего и специального материаловедения (в частности, весьма разветвленной технологии получения полупроводниковых материалов), гидромеханики, тепло- и массообмена. Сама постановка такой задачи стала возможной благодаря определенному уровню развития упомянутых разделов механики, техники, технологии. В особенности существенна связь с механикой, законы которой лежат в основе космического материаловедения.

Для получения веществ и материалов на орбитальной станции главным является состояние длительной невесомости, которое количественно характеризуется отношением ускорения g в системе координат, связанной со станцией, к ускорению g_0 в поле силы тяжести Земли. Реальное значение g на орбитальной станции строго не равно нулю

($g/g_0 = 10^{-3} \pm 10^{-6}$), но достаточно мало и может поддерживаться длительное время, что позволяет реализовать в некотором смысле предельное состояние вещества, которое ранее не могло быть осуществлено в технологических процессах. Другие известные способы поддержания невесомости: башня сбрасывания, самолет-лаборатория, ракетазонд не позволяют поддерживать столь малый уровень величины g в течение длительного времени. Однако специфика условий невесомости в отличие от земных условий связана не только с ослабленным в среднем полем массовых сил.

При полете на орбитальной станции могут существовать значительно превосходящие средний уровень колебания этих сил с различной частотой при взаимном изменении их проекций.

В основе принципов для осуществления технологических процессов в состоянии невесомости лежат классические законы механики. Первый принцип основан на использовании ряда следствий из законов статики и гидростатики в условиях невесомости (уменьшение собственного веса тела, веса гидростатического столба, уменьшение выталкивающей силы Архимеда).

Это позволяет осуществлять без значительных энергетических затрат подвеску тел, создавать устойчивые системы из составляющих с различными удельными весами. Последнее открывает перспективу для получения композиционных материалов, а также некоторых гомогенных систем (сплавы из несмешивающихся компонентов).

Второй принцип связан с использованием законов статики и динамики поверхности раздела. В условиях невесомости преобладающее влияние на формирование поверхности оказывают межмолекулярные силы поверхностного натяжения, которые, как известно, стремятся придать поверхности жидкости сферическую форму. Это дает возможность реализовать в невесомости свободные поверхности сферической формы достаточно больших размеров, что составляет основу предложений по получению образцов совершенной сферической формы, жидкого формования, специального литья.

Третий принцип связан с возможностью изменения гравитационных механизмов конвекции (тепловой, концентрационной) в растворах, расплавах, смесях.

Чаще всего в технических процессах в земных условиях на стадии, предшествующей кристаллизации, гравитационная конвекция имеет переходный или турбулентный характер, поэтому ее трудно контролировать. Колебания температуры расплава приводят к полосчатой неоднородности монокристаллов. В невесомости можно либо совсем подавить гравитационную конвекцию, либо ее ламинаризировать, что представляет интерес для ряда специальных технологических про-

цессов (выращивание объемных монокристаллов, электрофоретические процессы разделения и др.).

Существенный прогресс в области исследования эффектов невесомости, подготовленный развитием многих смежных наук, и в первую очередь гидромеханики, тепло- и массообмена был достигнут в пятидесятые-шестидесятые годы в связи с разработкой космических аппаратов и их систем, предназначенных для работы с жидкостями и газами в условиях невесомости (системы жизнеобеспечения, баки двигательных установок).

Были решены задачи о равновесии поверхности, динамика жидкости, частично заполняющей сосуд, созданы различные моделирующие установки, выполнена отработка указанных систем в условиях космического полета. Это направление исследований по-прежнему актуально в связи с дальнейшим совершенствованием космических станций. Однако в последнем случае ставится более узкая задача: создать системы, подавляющие или компенсирующие действие невесомости. Для осуществления технологических процессов требуется использовать все возможные эффекты невесомости (в том числе и те, которые могут быть нежелательны для упомянутых космических систем). Это требует значительного расширения исследований физических особенностей воздействия невесомости.

Принимая эстафету исследования эффектов невесомости у отмечавшихся выше технических приложений, это направление находится в определенном соседстве с космической биологией и космической медициной, изучающих жизнь и жизнедеятельность в невесомости. Эти науки имеют, однако, дело с весьма сложным объектом исследования, в связи с чем их развитие идет в значительной степени по пути накопления эмпирической информации. В рассматриваемом "технологическом" направлении "уровень сложности" процессов соответствует следующей ступени в соответствии с ранее достигнутым, в связи с чем это направление можно рассматривать так же как закономерный этап в изучении живой материи в невесомости.

К настоящему времени в полетах космических станций "Салют-4,5", "Скайлэб", "Союз-Аполлон", "Салют-6", а также на ракетах-зондах выполнено несколько сот различных технологических экспериментов. В некоторых из них удалось получить существенное улучшение структурно-чувствительных характеристик монокристаллов (равномерное распределение электропроводности, уменьшение плотности дислокаций), а в некоторых случаях получены новые материалы. Выполненные технологические эксперименты в целом подтвердили существовавшие представления об эффектах невесомости, хотя точность измерений и степень определенности исходных данных все еще не достаточны для проведения детальных сопоставлений.

Воздействие длительной невесомости на вещества и материалы в жидком, газообразном состоянии, а также при кристаллизации, как выяснено в результате выполненных исследований, является, однако, весьма сложным и далеко не однозначным: оно может приводить к положительному эффекту по сравнению с земными условиями, давать тот же эффект, что и в земных условиях, а в ряде случаев приводит и к нежелательным побочным эффектам. Это связано в большинстве случаев с фундаментальными закономерностями поведения жидкостей и газов в невесомости.

Например, устойчивость свободных поверхностей раздела, которые, согласно общим представлениям, можно было бы реализовать в невесомости, зависит от характера действующих возмущений, геометрии жидкой массы, физических свойств. Важное значение приобретают в связи с этим такие явления, как смачиваемость, адгезия, для которых еще нет удовлетворительной теории.

Уменьшение подъемных сил хотя и приводит к подавлению турбулентных пульсаций, что важно для устранения микронеоднородностей монокристаллов, однако один из важных технологических параметров — макронеоднородность распределения примеси изменяется в зависимости от величины массовых сил сложным образом: в некотором диапазоне действия слабых массовых сил в принципе может приводить к неравномерному распределению примесей в кристалле, то есть макросегрегации.

Отсутствие расслоения веществ с различными удельными весами, на котором основана возможность получения композиционных материалов, имеет и свою обратную сторону: при этом трудно удалить из жидкости газовые или твердые включения, что также может приводить к дефектам в структуре материалов. Для решения этих проблем требуется разработка специальных устройств, использующих закономерности поведения многофазных систем в условиях невесомости (капиллярные, например, термокапиллярные эффекты, управляемые вибрационные воздействия, программированное поле массовых сил и т.д.).

Основную задачу механики применительно к осуществлению технологических процессов в условиях невесомости можно, таким образом, сформулировать как задачу изучения поведения веществ в широком диапазоне массовых сил от наиболее низких их значений в орбитальных условиях до земных для того, чтобы найти оптимальные условия осуществления технологических процессов и управления ими. Решение этой задачи должно быть связано с широкой программой исследований в области механики. Важную роль играет при этом комплексное использование современных средств физического и математического моделирования эффектов невесомости в тесном сочетании с натурными исследованиями.

Значение исследований поведения веществ в условиях невесомости не ограничивается перспективами промышленного производства материалов, которое будет экономически выгодным, по-видимому, лишь для определенного круга особо ценных материалов. Важное значение имеет понимание перспективы усовершенствования многих технологических процессов в связи с новым взглядом на влияние гравитации, а также целенаправленный поиск путей исключения нежелательного воздействия гравитации в земных условиях. Эти исследования в конечном итоге направлены на разработку и применение более строгих количественных методов для описания технологических процессов и совершенствование технологии в целом.

В данном сборнике представлены материалы семинара по гидромеханике и тепломассообмену, который проводился в Институте проблем механики АН СССР в декабре 1979 г. и ставил целью обсуждение и координацию исследований в рассматривавшемся выше направлении. Статьи сборника составляют три основных раздела.

Первый отвоется к классическому разделу гидродинамики и гидростатики со свободными поверхностями. Роль и значение этого раздела в задачах космического материаловедения отмечалось выше. Представлены работы по теоретическому изучению равновесных форм, их устойчивости и экспериментальному моделированию, исследованию физических явлений в газожидкостных системах и методов управления границей раздела жидкостей.

Второй раздел связан с теоретическими и экспериментальными исследованиями процессов конвекции, переноса тепла и массы в однородных системах в условиях невесомости. Представлены исследования по численному моделированию конвективных процессов гравитационного и негравитационного типов в задачах космической технологии, в частности, изложены результаты параметрических исследований эффектов температурного и концентрационного расслоения и экспериментальных исследований эффектов "двойной диффузии". Рассмотрены также вопросы конвективного теплообмена и устойчивости при наличии изменения во времени поля массовой силы.

Третий раздел связан с изучением поведения более сложных систем, включая процессы, происходящие при наличии фазовых переходов (кристаллизация, кипение) и электрофоретические процессы. Здесь представлены также результаты теоретических исследований возмущающих ускорений в реальных условиях космического полета и некоторые результаты технологических экспериментов, выполненных в 1978-79 гг. на станции "Салют-6" и ракетах-зондах комплекса "Мир-2".

Сборник адресован широкому кругу специалистов, интересующихся проблемами механики невесомости и ее приложениями в области космического материаловедения. Он будет, без сомнения, полезен также

и специалистам, ведущим традиционные исследования технологических процессов получения веществ и материалов в земных условиях, а также студентам и аспирантам высших учебных заведений.

В подготовку сборника значительный труд вложен многими сотрудниками Института проблем механики АН СССР, в особенности С.А.Никитиным и Я.С.Михновой, а также А.И.Федюшкиным и К.Г.Дубовиком; которым мы выражаем искреннюю благодарность. Мы считаем своим приятным долгом выразить благодарность и признательность директору института академику А.Ю.Ишлинскому за постоянное внимание и поддержку исследований по механике невесомости и большую помощь, оказанную при выпуске сборника.

В.С.Авдеевский, В.И.Полежаев

УДК 532.65

ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ВОПРОСАХ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Л. А. Слобожанин

1. Пусть покоящаяся в условиях невесомости жидкость образует перемычку между двумя твердыми соосными круговыми пластинами одинакового радиуса a , отстоящими друг от друга на расстояние $2h$. Предполагается, что свободная поверхность опирается на кромки пластин и является осесимметричной (рис. 1а). Будем считать плотность жидкости ρ , ее объем V и коэффициент поверхностного натяжения σ известными. Исследуем устойчивость такого равновесного состояния.

Как известно [1], форма равновесной свободной поверхности в параметрическом виде $\xi(\tau)$, $\eta(\tau)$ (ξ, θ, η - цилиндрические координаты, τ - длина дуги осевого сечения $\theta = \text{const}$ поверхности) описывается решениями системы

$$\xi'' = -\eta'(c - \eta'/\xi), \quad \eta'' = \xi'(c - \eta'/\xi), \quad (' = d/d\tau). \quad (1.1)$$

Если параметр c (удвоенная средняя кривизна) отличен от нуля, то заменой

$$z = |c|\xi, \quad z = c\eta, \quad s = |c|\tau$$

он может быть исключен, и приходим к системе

$$z'' = -z'(1 - z'/z), \quad z'' = z'(1 - z'/z), \quad (' = d/ds). \quad (1.2)$$

Вся совокупность ее решений с точностью до начала отсчета S и сдвига вдоль z исчерпывается решениями с начальными условиями

$$z(0) = z_0, \quad z'(0) = z(0) = 0, \quad z'(0) = 1. \quad (1.3)$$

Типичные формы интегральных кривых задачи (1.2), (1.3) схематически изображены на рис. 2. Их свойства хорошо изучены [1] ([2], п. 1.9.1). Линии являются 2π -периодическими, симметричными относительно каждой из горизонтальных прямых, проходящих через стационарные точки функции $z(s)$. Кривые типа I отвечают значениям $0 < z_0 < 2$ и заключены в полосу между вертикальными прямыми $z = z_0$ и $z = 2 - z_0$ (в частности, при $z_0 = 1$ решением является вертикальная прямая). При этом зависимость $z(z)$ однозначная. Очевидно, что кривые с $z_0 = z_0, < 1$ и с $z_0 = 2 - z_0$ получаются друг из друга путем вертикального сдвига. При $z_0 = 2$ решением является полуокруж-

ность с центром на оси Z . Кривые типа Π отвечают значениям $z_0 > 2$ и заключены в полосе между прямыми $z = z_0$ и $z = z_0 - 2$. Они самопересекающиеся, их кривизна знакопостоянна. Легко убедиться, что решение системы (I.2) при начальных условиях

$$z(0) = z_0, \quad z'(0) = z(0) = 0, \quad z''(0) = -1 \quad (I.4)$$

и решение задачи (I.2), (I.3), где $z(0) = z_0 + 2$, получаются друг из друга вертикальным сдвигом.

Ясно, что образующими равновесной поверхности в рассматриваемой здесь задаче могут быть участки интегральных кривых, симметричные относительно горизонтальной прямой, либо участки длины, кратной 2π . Однако поверхности, образованные последними, заведомо неустойчивы [3,4]. Поэтому будем рассматривать лишь симметричные участки, полагая, что на них $-s_1 \leq s \leq s_1$. Ниже будет показано, что соответствующие поверхности могут быть устойчивы, если $s_1 \leq \pi$. Следовательно, на устойчивых поверхностях для всех $0 < |s| < s_1$, либо $z_0 > z(s) > z(s_1)$ (поверхности выпуклые у экватора), либо $z_0 < z(s) < z(s_1)$ (поверхности с "шейкой", вогнутые у экватора). Заметим, что форма выпуклых поверхностей определяется решениями задачи (I.2), (I.3) при $z_0 > 1$, а форма вогнутых поверхностей - решениями задачи (I.2), (I.3) при $z_0 < 1$ или решениями задачи (I.2), (I.4), где $z_0 > 0$ (последние отвечают участкам, расположенным на кривых типа Π в окрестности ближайшей к оси Z стационарной точки функции $z(s)$). Исключением из сказанного является цилиндрическая равновесная поверхность.

При решении задачи устойчивости будем исходить из принципа минимума потенциальной энергии и следовать методике, изложенной в [1], [2] (§§II.3, II.9). Для отыскания критического участка на данной интегральной кривой будем непрерывно изменять величину s_1 , мысленно пристраивая к соответствующей поверхности твердое тело определенных геометрических размеров (так, что в безразмерных переменных радиус дисков равен $z(s_1)$, а расстояние между ними $2|z(s_1)|$). При малых s_1 имеет место устойчивость. Если теперь величину s_1 непрерывно увеличивать, то критическим будет такое значение $s_1 = s_1^* > 0$, при котором впервые хоть одна из задач

$$L\varphi_0 + \mu = 0 \quad (-s_1 < s < s_1), \quad \varphi_0(-s_1) = \varphi_0(s_1) = 0, \quad \int_{-s_1}^{s_1} z \varphi_0 ds = 0, \quad (I.5)$$

$$L\varphi_1 + \frac{1}{2} \varphi_1 = 0 \quad (-s_1 < s < s_1), \quad \varphi_1(-s_1) = \varphi_1(s_1) = 0, \quad (I.6)$$

$$L \equiv -\frac{d^2}{ds^2} - \frac{z'}{z} \frac{d}{ds} + A(s), \quad A = -\frac{z''}{z^2} - \left(1 - \frac{z'}{z}\right)^2, \quad \mu = \text{const}$$

имеет нетривиальное решение. При этом потеря устойчивости происходит соответственно относительно осесимметричных возмущений с нормальной составляющей $N = \varphi_0(s)$ или относительно неосесимметричных возмущений вида $N = \varphi_1(s) \cos \theta$.

Если представить

$$\varphi_0 = C_1 \varphi_{01} + C_2 \varphi_{02} + \mu \varphi_{03}, \quad \varphi_1 = C_3 \varphi_{11} + C_4 \varphi_{12},$$

где

$$L\varphi_{01} = 0, \quad \varphi_{01}(0) = 0, \quad \varphi_{01}'(0) = 1,$$

$$L\varphi_{02} = 0, \quad \varphi_{02}(0) = 1, \quad \varphi_{02}'(0) = 0,$$

$$L\varphi_{03} + 1 = 0, \quad \varphi_{03}(0) = C_5, \quad \varphi_{03}'(0) = 0,$$

$$L\varphi_{11} + \frac{1}{2}\varphi_{11} = 0, \quad \varphi_{11}(0) = 0, \quad \varphi_{11}'(0) = 1,$$

$$L\varphi_{12} + \frac{1}{2}\varphi_{12} = 0, \quad \varphi_{12}(0) = 1, \quad \varphi_{12}'(0) = 0$$

(C_i - произвольные постоянные) и затем учесть, что $\varphi_{02}(s)$, $\varphi_{03}(s)$, $\varphi_{12}(s)$ - четные, а $\varphi_{01}(s)$, $\varphi_{11}(s)$ - нечетные функции, то условия существования нетривиального решения задач (I.5), (I.6) принимают соответственно вид

$$\varphi_{01}(s_1) \left\{ \varphi_{02}(s_1) \int_0^{s_1} z \varphi_{03} ds - \varphi_{03}(s_1) \int_0^{s_1} z \varphi_{02} ds \right\} = 0, \quad (I.7)$$

$$\varphi_{11}(s_1) \varphi_{12}(s_1) = 0.$$

В силу теоремы о чередовании нулей $\varphi_{11}(s)$ не может обратиться в нуль раньше, чем $\varphi_{12}(s)$. Кроме того, нетрудно проверить, что $\varphi_{12}(s) = z'(s)$. Поэтому критическими в смысле устойчивости относительно неосесимметричных возмущений являются поверхности, для образующих которых касательные в конечных точках горизонтальны. Очевидно, что это может иметь место лишь для интегральных кривых типа II.

Легко убедиться также, что для всех равновесных поверхностей, кроме цилиндрической, функция $\varphi_{01}(s)$ с точностью до сомножителя равна $z'(s)$ (именно поэтому длина устойчивого участка не превышает 2π). Однако функции $\varphi_{02}(s)$, $\varphi_{03}(s)$ не выражаются так просто через характеристики интегральных кривых. Как правило, они, а следовательно, и выражение, заключенное в (I.7) в фигурные скобки (оно характеризует устойчивость по отношению к осесимметричным, четным по S возмущениям), определяются численным интегрированием соответствующих уравнений вдоль исследуемых интегральных кривых. Исключения составляют случаи цилиндрической и сферической поверхности. Для первой из них имеем $\varphi_{01} = \sin s$, $\varphi_{02} = \cos s$, $\varphi_{03} = 1$, $\varphi_{12} = 1$. Отсюда следует известный результат, что цилиндрическая поверхность теряет устойчивость относительно осесимметричных возмущений и критическое отношение высоты цилиндра к диаметру равно π . Анализируя задачу для сферической поверхности, получаем $\varphi_{01} = 2 \sin(s/2)$, $\varphi_{02} = 1 - (1/2) \sin(s/2) \times \ln(1 + \sin(s/2)) / (1 - \sin(s/2))$, $\varphi_{03} = 2$, $\varphi_{12} = \cos(s/2)$ и приходим к выводу, что она всегда устойчива (критическая при $s_1 = \pi$ ситуация не может реализоваться, так как радиус пластин отличен от нуля).

Названные результаты являются лишь "контрольными точками" при построении границы области устойчивых равновесных состояний. Эта гра-

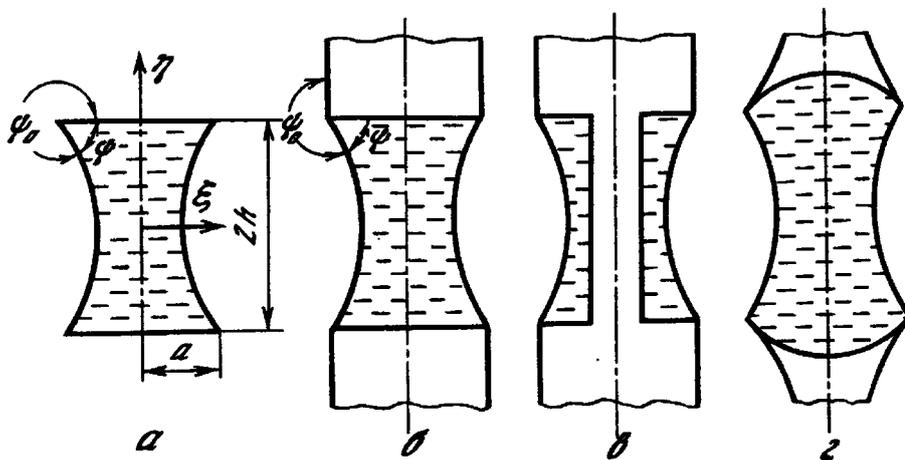


Рис.1

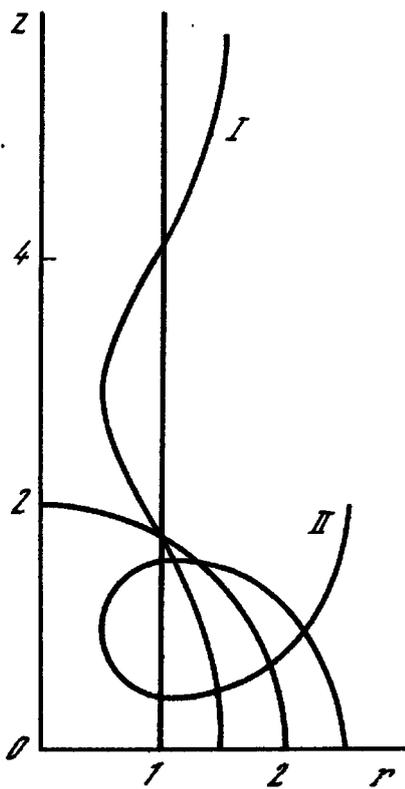


Рис.2

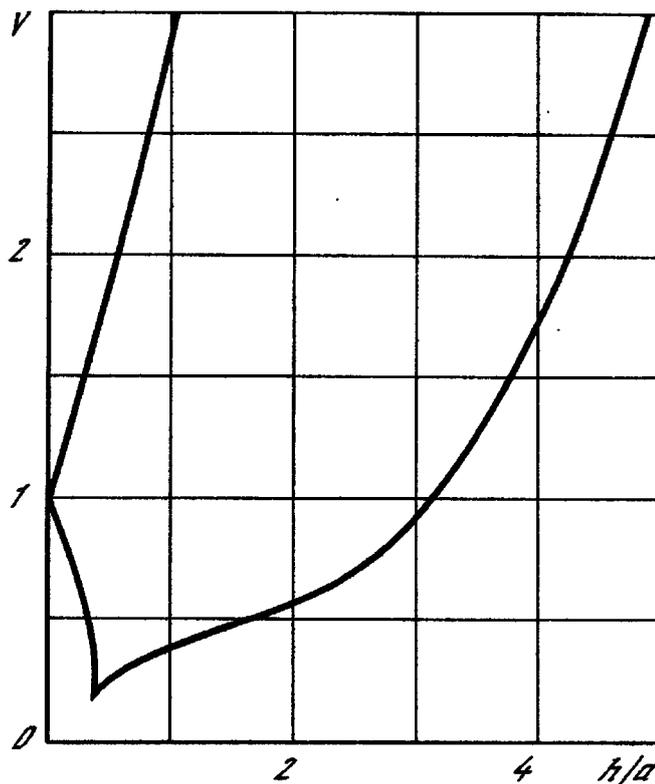


Рис.3

ница должна быть построена в плоскости параметров, определяющих равновесие. Такими параметрами являются отношение расстояния между пластинами к их диаметру (h/a) и относительный объем жидкости V - отношение жидкого объема к объему цилиндра радиуса a и высоты $2h$ ($V = v/2\pi a^2 h$). Каждая точка границы определяется характеристиками критического симметричного участка $|s| \leq s_1^*$ на отдельном решении задачи (I.2), (I.3) (или (I.2), (I.4)). При этом

$$h/a = |z(s_1^*)|/r(s_1^*), \quad V = \int_0^{s_1^*} r^2 z' ds / r^2(s_1^*) z(s_1^*). \quad (I.8)$$

Общий вид границы области устойчивости представлен на рис.3. Видно, что заданным значениям a и h отвечает интервал значений v , в котором равновесие устойчиво. При этом максимальному v соответству-

ет выпуклая ($V > 1$) поверхность равновесия, а минимальному - вогнутая ($V < 1$) при $h/a < \pi$ и выпуклая при $h/a > \pi$. Исключение составляют лишь такие a и h , для которых отношение $0,361 < h/a < 0,405$ (заключено между абсциссами точек C и B - см. рис. 4, на котором более детально показана граница при $V \leq 1$). Для них существуют два интервала устойчивых значений объема. Во втором интервале все поверхности равновесия вогнутые.

Укажем теперь, какой вид имеют критические равновесные формы и относительно каких возмущений происходит потеря устойчивости. Верхние предельные формы (определяющие ветвь Am - см. рис. 5, на которой более детально представлена граница области устойчивости для $V \geq 1$) образованы симметричными участками интегральных кривых задачи (I.2), (I.3) при $z_0 > 2$. Малым h/a отвечают образующие, полученные при больших z_0 (при $z_0 \rightarrow \infty$ приближаемся к точке A), а с увеличением h/a соответствующее значение z_0 уменьшается, так что $z_0 \rightarrow 2+0$ при $h/a \rightarrow \infty$. Указанные участки ограничены точками, в которых касательные горизонтальны (поэтому неправильно утверждение [3] о существовании устойчивых равновесных поверхностей, образующие которых содержат в н у т р и себя точки с горизонтальными касательными). Для верхних предельных поверхностей опасными являются неосесимметричные возмущения вида $N = z'(s) \cos \theta$.

Обратимся теперь к нижним предельным формам. Участок границы $ABCD$ (рис. 4) получен при исследовании решений задачи (I.2), (I.4), причем к точке A приближаемся при $z_0 \rightarrow \infty$, а к точке D - при $z_0 \rightarrow 0$. Точки B и C соответствуют значениям $z_0 = 0,33$ и $z_0 = 0,095$. Отвечающие участку ABC равновесные поверхности вогнуты, касательные в конечных точках их образующих горизонтальны, потеря устойчивости происходит относительно тех же неосесимметричных возмущений. Образующие поверхностей, отвечающих участку CD ($0,361 \leq h/a \leq 0,4718$), не содержат точек с горизонтальной касательной; здесь опасными являются осесимметричные, четные по S возмущения.

Критические участки интегральных кривых задачи (I.2), (I.3) ($z_0 < 2$) определяют точки на $DEFn$, причем к точке D приближаемся при $z_0 \rightarrow 0$, точкам E и F отвечают $z_0 = 0,589$ и $z_0 = 1$, а при $z_0 \rightarrow 2-0$ $h/a \rightarrow \infty$. На DE ($0,4718 \leq h/a \leq 2,130$) соответствующие образующие имеют длину меньше 2π , потеря устойчивости (как и на CD) происходит относительно осесимметричных, четных по S возмущений. На участках EF ($2,130 \leq h/a \leq \pi$) и Fn (рис. 4 и 5) длина образующих равна периоду 2π , касательные в конечных точках вертикальны. В первом случае это вогнутые поверхности, во втором - выпуклые. Потеря устойчивости происходит относительно возмущений вида $N = z'(s)$.

Теперь, когда выяснено, при каких значениях параметров какие возмущения являются опасными, можно строить (или уточнять, если не

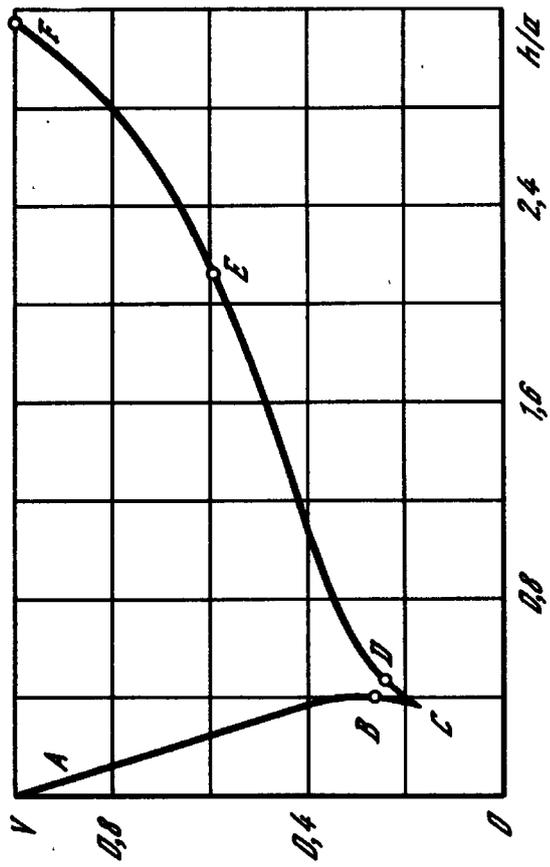


Рис. 4

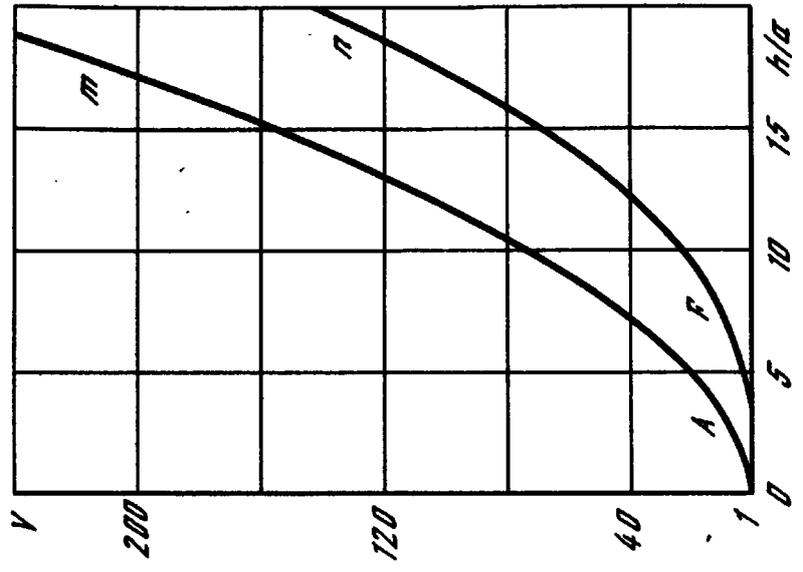


Рис. 56

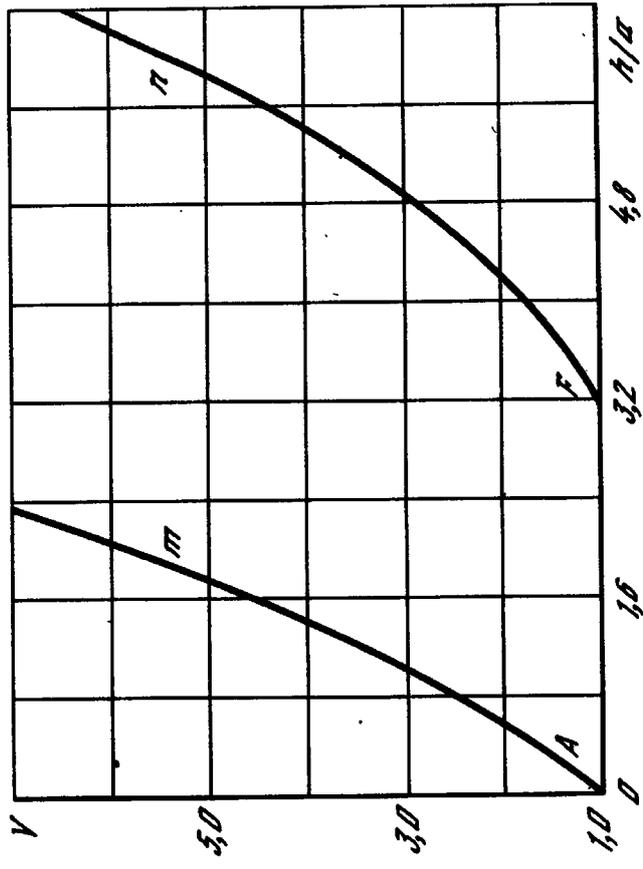


Рис. 58

удовлетворяет точность графического представления на рис. 4,5) определенные участки границы области устойчивости, не прибегая к численному интегрированию.

Действительно, интересующие нас характеристики образующих могут быть выражены через эллиптические интегралы. Для решений задачи (I.2), (I.3) при $\nu_0 \geq 1$ они имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu(s) = [\nu_0^2 - 2\nu_0 + 2 + 2(\nu_0 - 1) \cos s]^{1/2}, \\ z(s) = \nu_0 E(s/2, l_1) + (2 - \nu_0) F(s/2, l_1), \\ \int_0^s \nu^2 z' ds = \frac{\nu_0}{3} \{ (\nu_0^2 - 2\nu_0 + 8) E(s/2, l_1) - (2 - \nu_0)^2 F(s/2, l_1) + \\ + \frac{4(\nu_0 - 1)}{\nu_0} [\nu_0^2 - 2\nu_0 + 2 + 2(\nu_0 - 1) \cos s]^{1/2} \sin \frac{s}{2} \cos \frac{s}{2} \}, \\ (l_1 = 2\sqrt{\nu_0 - 1}/\nu_0, \quad 0 \leq s \leq \pi). \end{array} \right. \quad (I.9)$$

Если $\nu_0 \leq 1$, то имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu(s) = [\nu_0^2 - 2\nu_0 + 2 - 2(1 - \nu_0) \cos s]^{1/2}, \\ z(s) = (2 - \nu_0) [E(\frac{\pi}{2}, l_2) - E(\frac{\pi-s}{2}, l_2)] + \nu_0 [F(\frac{\pi}{2}, l_2) - F(\frac{\pi-s}{2}, l_2)], \\ \int_0^s \nu^2 z' ds = \frac{2 - \nu_0}{3} \{ (\nu_0^2 - 2\nu_0 + 8) [E(\frac{\pi}{2}, l_2) - E(\frac{\pi-s}{2}, l_2)] - \\ - \nu_0^2 [F(\frac{\pi}{2}, l_2) - F(\frac{\pi-s}{2}, l_2)] - \\ - \frac{4(1 - \nu_0)}{2 - \nu_0} [\nu_0^2 - 2\nu_0 + 2 - 2(1 - \nu_0) \cos s]^{1/2} \sin \frac{s}{2} \cos \frac{s}{2} \}, \\ (l_2 = 2\sqrt{1 - \nu_0}/(2 - \nu_0), \quad 0 \leq s \leq \pi). \end{array} \right. \quad (I.10)$$

Для решений задачи (I.2), (I.4) получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu(s) = [\nu_0^2 + 2\nu_0 + 2 - 2(\nu_0 + 1) \cos s]^{1/2}, \\ z(s) = (\nu_0 + 2) [E(\frac{\pi}{2}, l_3) - E(\frac{\pi-s}{2}, l_3)] - \nu_0 [F(\frac{\pi}{2}, l_3) - F(\frac{\pi-s}{2}, l_3)], \\ \int_0^s \nu^2 z' ds = \frac{\nu_0 + 2}{3} \{ (\nu_0^2 + 2\nu_0 + 8) [E(\frac{\pi}{2}, l_3) - E(\frac{\pi-s}{2}, l_3)] - \\ - \nu_0^2 [F(\frac{\pi}{2}, l_3) - F(\frac{\pi-s}{2}, l_3)] - \\ - \frac{4(\nu_0 + 1)}{\nu_0 + 2} [\nu_0^2 + 2\nu_0 + 2 - 2(\nu_0 + 1) \cos s]^{1/2} \sin \frac{s}{2} \cos \frac{s}{2} \}, \\ (l_3 = 2\sqrt{\nu_0 + 1}/(\nu_0 + 2), \quad 0 \leq s \leq \pi). \end{array} \right. \quad (I.11)$$

Теперь для построения ветви $\mathcal{A}m$ следует воспользоваться соотношениями (I.8) и (I.9), где $\nu_0 > 2$, а s_1^* определяется условием $z'(s_1^*) = 0$, что дает $s_1^* = \arccos(1 - \nu_0)^{-1}$. При построении участка EFn достаточно обратиться к соотношениям (I.8), в которых $s_1^* = \pi$, и выражениям (I.10) ($0,589 \leq \nu_0 \leq 1$) или (I.9) ($1 \leq \nu_0 < 2$). Участок $\mathcal{A}BC$ можно построить, исходя из (I.8) и (I.11), где $\nu_0 \gg 0,095$, а s_1^* определяется из условия $z'(s_1^*) = 0$, т.е. $s_1^* = \arccos(\nu_0 + 1)^{-1}$.

Рассматриваемая задача изучалась ранее в [3,4]. Авторы [3] при исследовании устойчивости исходили из вариационного принципа, однако минимум потенциальной энергии U искали в классе осесимметричных возмущений (хотя и сознавали, что такое исследование является неполным). Это привело к тому, что верхняя граница области устойчивости была построена неправильно (значительно завышена по сравнению с $\mathcal{A}m$). Нижняя граница совпадает с той, которая получена в настоящей работе. Но если на $CDEFn$ это совпадение закономерно (результаты настоящей работы показывают, что здесь осесимметричные возмущения действительно опаснее неосесимметричных), то на $\mathcal{A}BC$ оно случайно: авторы [3] ограничивают предельные участки интегральных кривых точками, в которых касательные горизонтальны, исключительно исходя из геометрических условий вписывания в данной задаче (если участки продлить за указанные точки, то соответствующие вогнутые равновесные поверхности не могут существовать между горизонтальными пластинами). В связи с этим см. ниже Замечание 3 и рис. 1г.

В [4] критические относительно осесимметричных возмущений равновесные состояния определяются как точки ветвления осесимметричных равновесных форм. Таким путем построена нижняя граница области устойчивости относительно осесимметричных возмущений. Показано, что она асимптотически стремится к параболе $V = (2/3)(h/a)^2$ при $h/a \rightarrow \infty$. Для устойчивой цилиндрической свободной поверхности ($V=1$, $h/a < \pi$) определена величина запаса устойчивости (глубина потенциальной ямы).

Рассмотрим теперь случай, когда в (I.1) $c = 0$. Тогда равновесной поверхностью является катеноид, а его образующей — цепная линия

$$\xi = \xi_0 \operatorname{ch}(\eta / \xi_0), \quad (\xi_0 > 0)$$

или в параметрической форме

$$\xi = \sqrt{\xi_0^2 + \tau^2}, \quad \eta = \xi_0 \ln [(\tau + \sqrt{\xi_0^2 + \tau^2}) / \xi_0].$$

Заметим сразу, что выходящие из начала координат лучи, касательные к цепной линии, имеют вид $\xi = |\eta| / \nu$, где $\nu = 0,66274$ и не зависит от ξ_0 . Поэтому рассматриваемый сейчас случай может реализоваться лишь при условии $h/a \leq \nu$.

Если провести рассуждения, аналогичные случаю $c \neq 0$, то легко показать, что из неравенств

$$\varphi_{12}(\tau) = d\eta/d\tau = \xi_0 / \sqrt{\xi_0^2 + \tau^2} \neq 0, \quad \varphi_{01}(\tau) = d\xi/d\tau = \tau / \sqrt{\xi_0^2 + \tau^2} \neq 0$$

справедливых при всех ξ_0 и $\tau \neq 0$, следует устойчивость любого катеноида к неосесимметричным и осесимметричным нечетным по τ возмущениям. Поэтому опасными являются осесимметричные четные по τ возмущения. Устойчивость катеноида относительно осесимметричных возмущений изучена в [5]. Оказалось, что условие устойчивости имеет вид $h/\xi_0 < 2,2392$ (для его проверки необходимо знать величину ξ_0 ; однако, если $0,4718 \leq h/a \leq \nu$, то катеноид устойчив независимо от ξ_0).

Сделаем несколько замечаний о применимости полученных результатов.

Замечание 1. Напомним, что необходимое условие устойчивого равновесия жидкости в случае, когда линия контакта свободной поверхности с твердым телом проходит по линии излома тела, состоит в том, что [6] ([2], § П.9)

$$\psi \geq \alpha, \quad \psi_0 \geq \alpha_0 \quad (I.I2)$$

Здесь ψ, ψ_0 - двугранные углы, образуемые на γ соответственно жидкостью и газом (рис.1); α, α_0 - соответствующие краевые углы в случае контакта с гладкой твердой поверхностью ($\alpha + \alpha_0 = \pi$).

Если неравенства (I.I2) строгие, то наиболее опасны возмущения, при которых γ остается неподвижной. Если же двугранный угол, образованный одной из сред, равен соответствующему краевому углу, то необходимо учитывать еще и возмущения, сдвигающие γ в сторону этой среды. В указанных случаях $\delta U = 0$ и об устойчивости судят по знаку $\delta^2 U$. Наконец, если двугранный угол, образованный одной из сред, меньше соответствующего краевого угла, то это равновесие неустойчиво относительно возмущений, сдвигающих γ в сторону указанной среды. Причем на таких возмущениях $\delta U < 0$. Если же эти возмущения по какой-либо причине исключены, то самыми опасными и в рассматриваемом случае остаются возмущения, при которых контур γ неподвижен. На них снова $\delta U = 0$, а устойчивость определяется знаком $\delta^2 U$.

Замечание 2. Нами исследована устойчивость относительно возмущений, оставляющих окружности контакта γ неподвижными. Из Замечания 1 и из результатов исследования следует, что построенная выше граница области устойчивости справедлива лишь при $\alpha = 0$. Если $\alpha > 0$, то нижняя граница частично ($0 < \alpha \leq \pi/2$) или полностью ($\alpha > \pi/2$) определена неверно: неверны те ее участки, для которых соответствующие критические поверхности не удовлетворяют первому из условий (I.I2) (сюда, во всяком случае, будет входить участок ABC). Эти участки границы необходимо перестроить - они должны определяться предельными равновесными поверхностями, для которых $\psi = \alpha$.

Замечание 3. Полученные результаты с учетом сказанного в Замечаниях 1,2 можно распространить на системы, в которых твердые тела имеют более сложную форму - важно, чтобы тело имело два излома (направленных наружу) вдоль соосных окружностей одинакового радиу-

са, а линии контакта γ совпадали с этими окружностями. Например, тело состоит из двух соосных цилиндров, а жидкость заключена между их торцами (рис. 1б); область, занятая жидкостью, может содержать часть твердого тела внутри себя (рис. 1в); окружности излома образованы пересечением осесимметричных поверхностей, отличных от цилиндрической и плоской (рис. 1г). Во всех случаях под V следует понимать объем области, ограниченной свободной поверхностью жидкости и плоскостями окружностей.

Конечно, форма твердого тела влияет на значения ψ и ψ_0 , а, значит, и на выполнение условий (1.12). Кроме того, при нахождении предельных объемов здесь следует проверить и условие вписывания, так как может оказаться, что критическая свободная поверхность геометрически несовместима с данной формой твердого тела. В этом случае определяющим при нахождении предельных объемов является условие вписывания.

Замечание 4. Пусть поставлена задача исследовать устойчивость не жидкости, а расплавленного металла. Тогда можно считать, что при всех возможных возмущениях линия контакта будет оставаться неподвижной (ее смещение по нерасплавленной твердой поверхности из-за разности температур привело бы к кристаллизации металла в ближайшей окрестности). Поэтому в соответствии с Замечанием I можно не обращать внимания на условия (1.12) и считать полученные выше результаты решением вопросов о предельных осесимметричных объемах жидкого металла, которые можно удержать в невесомости при заданной ширине зоны расплава (см. рис. 1б и рис. 1в; последний демонстрирует, что ядро образца может быть и нерасплавленным). Эти вопросы могут найти применение, например, при выборе геометрических режимов сварки. Кроме того, решение классической задачи об устойчивости жидкого цилиндра позволяет определить ширину зоны расплава при бестигельной зонной плавке в невесомости. Ясно, что отношение длины этой зоны к диаметру образца не должно превышать числа \mathcal{K} . (несомненный интерес для задачи о зонной плавке представляет упомянутый выше результат из [4] о величине запаса устойчивости).

2. Продолжим изучение устойчивости равновесия жидкости в условиях невесомости. Пусть рассматривается осесимметричное равновесное состояние, имеющее экваториальную плоскость симметрии, а окружности контакта находятся на гладкой части поверхности твердого тела. Тогда, согласно [2], устойчивость имеет место, если для образующей равновесной поверхности выполняются следующие условия

$$S_1 < S_1^* , \quad (2.1)$$

$$\mathcal{K} > \max \{ \mathcal{K}_{01}, \mathcal{K}_{02}, \mathcal{F}_{12} \} . \quad (2.2)$$

Здесь $\chi = (k \cos \alpha - \bar{k}) / \sin \alpha$; k, \bar{k} - кривизны образующей равновесной поверхности и образующей твердого тела в точке их контакта;
 $k = \pm [1 - z'(s_1) / r(s_1)]$, верхний знак берется, если при возрастании S жидкость остается справа;

$$\chi_{01} = -\frac{\varphi'_{01}(s_1)}{\varphi_{01}(s_1)} = \frac{z'(s_1)}{r'(s_1)} \left[1 - \frac{z'(s_1)}{r(s_1)} \right],$$

$$\chi_{02} = -\frac{\varphi'_{02}(s_1) \int_0^{s_1} r \varphi_{03} ds - \varphi'_{03}(s_1) \int_0^{s_1} r \varphi_{02} ds}{\varphi_{02}(s_1) \int_0^{s_1} r \varphi_{03} ds - \varphi_{03}(s_1) \int_0^{s_1} r \varphi_{02} ds},$$

$$\chi_{12} = -\frac{\varphi'_{12}(s_1)}{\varphi_{12}(s_1)} = -\frac{r'(s_1)}{z'(s_1)} \left[1 - \frac{z'(s_1)}{r(s_1)} \right].$$

Рассмотрим задачу об устойчивости осесимметричного жидкого пояса на боковой поверхности цилиндра радиуса a . Понятно, что такое состояние представляет собой положение безразличного равновесия, так как допускает произвольные сдвиги жидкости как единого целого вдоль оси симметрии. Эти сдвиги определяются возмущениями $N = \varphi_{01}(s)$ и на них приращение потенциальной энергии равно нулю. Подтверждением сказанному служит и имеющее место тождество $\chi \equiv \chi_{01}$. При изучении устойчивости будем игнорировать указанные возмущения. Тогда условие (2.2) примет вид

$$\chi_{01} > \max \{ \chi_{02}, \chi_{12} \}. \quad (2.3)$$

Анализ неравенства $\chi_{01} > \chi_{12}$ и численная проверка условия $\chi_{01} > \chi_{02}$ позволяют сделать вывод, что при (2.1) выполняется (2.3) лишь на решениях задачи (1.2), (1.3) при $s_0 < s_1 < s_1^*$, если $0,589 \leq r_0 < 2$; и при $s_0 < s_1 < s_{00}$, если $0,143 < r_0 < 0,589$ (s_0, s_{00} - значения в точке перегиба и в точке, где $\chi_{01} = \chi_{02}$). Таким образом, образующие устойчивых равновесных поверхностей содержат внутри себя точки перегиба.

На рис. 6, 7 построена граница области устойчивости в плоскости двух параметров: угла смачивания α и безразмерного объема v/a^3 . Сразу заметим, что при $\alpha > \pi/2$ равновесие неустойчиво (при этом нарушается (2.1)). Если жидкость находится на внешней поверхности цилиндра (рис. 6), то граница определяется поверхностями, образующие которых представляют ограниченные точками перегиба ($s_1 = s_0$) участки интегральных кривых задачи (1.2), (1.3) ($1 < r_0 < 2$). Граница асимптотически стремится к вертикальной прямой $\alpha = 90^\circ$ и ограничивает снизу область устойчивости. Для критических поверхностей опасными являются возмущения $N = z'(s) \cos \theta$, которые, по-видимому, приводят к тому, что жидкость сбивается набок.

Можно показать, что

$$\beta(s_0) = s_0 = a r_0 \cos(1 - r_0) \quad (2.4)$$

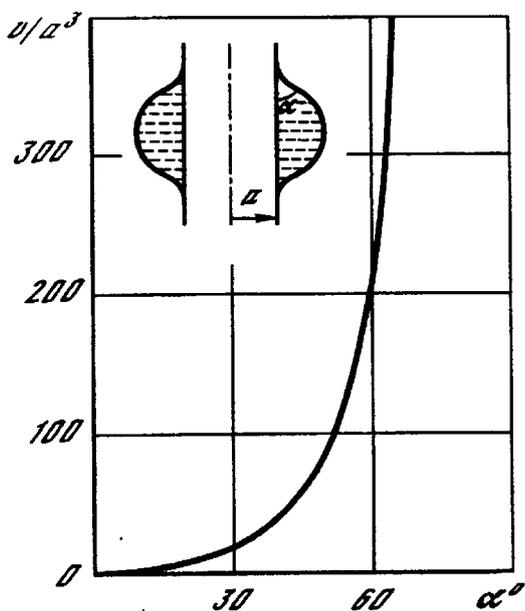


Рис.6

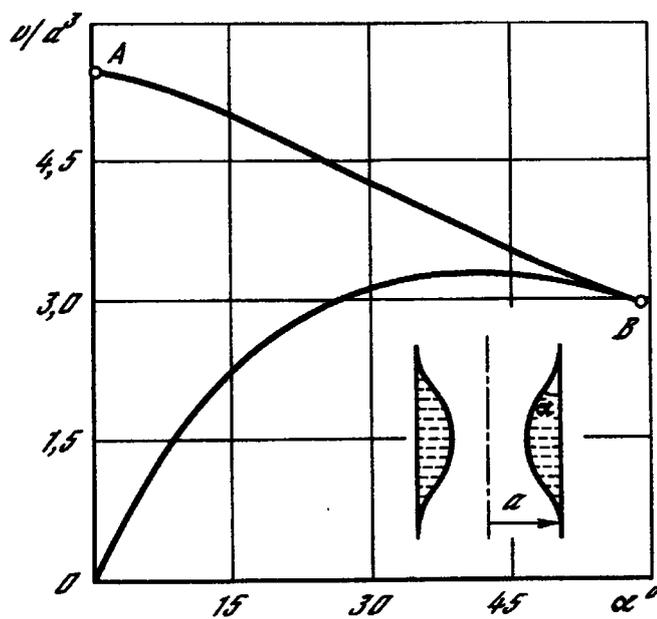


Рис.7

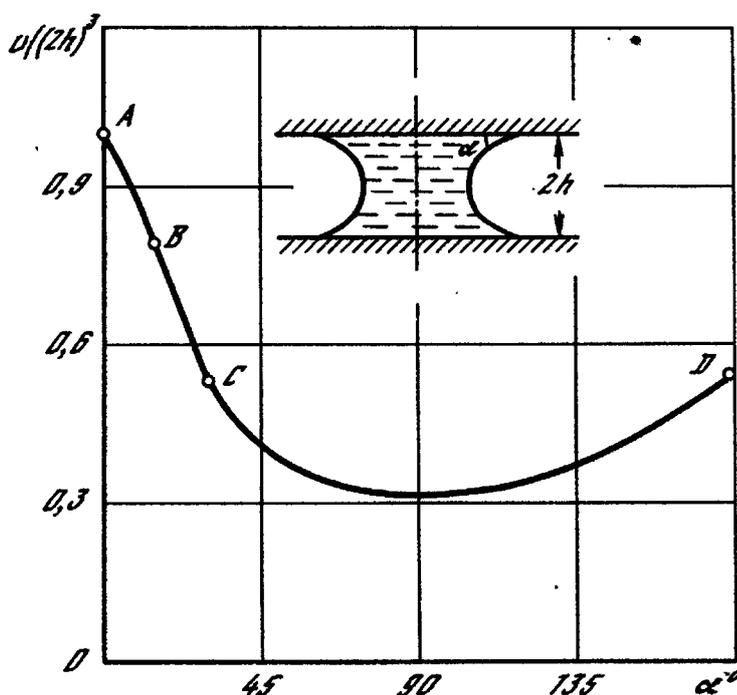


Рис.8

($\beta \equiv \arccos \cos \vartheta'(s)$ - отсчитываемый от оси z угол наклона касательной). Поэтому для критического состояния

$$\alpha = \beta(s_0) - \pi/2 = s_0 - \pi/2, \quad v/a^3 = 2\pi \left[\int_0^{s_0} z^2 z' ds - z^2(s_0)z(s_0) \right] / z^3(s_0)$$

и граница может быть построена с использованием соотношений (1.9), (2.4).

Если жидкость находится на внутренней поверхности цилиндра (рис.7), то образующими критических поверхностей являются участки интегральных кривых задачи (1.2), (1.3), для которых $s_1 = s_0$ ($0,143 \leq z_0 < 1$) и $s_1 = s_\infty$ ($0,143 \leq z_0 < 0,589$). Этим двум классам поверхностей отвечают границы OB и AB . Потеря устойчивости происходит соответственно относительно возмущений $N = z'(s) \cos \theta$ и относитель-

но четных по S осесимметричных возмущений. Заметим, что для построения OB можно воспользоваться равенствами

$$\alpha = \pi/2 - s_0, \quad v/a^3 = 2\pi [z^2(s_0)z(s_0) - \int_0^{s_0} z^2 z' ds] / z^3(s_0)$$

и соотношениями (I.10), (2.4).

Анализ показывает, кроме того, что при (2.1) неравенство

$$X_{12} > \max \{ X_{01}, X_{02} \} \quad (2.5)$$

выполняется на решениях задачи (I.2), (I.3) для любых $z_0 \geq 2$, для $0,143 \leq z_0 < 2$ при $s_1 < s_0$, для $0 < z_0 < 0,143$ при $s_1 < s_{01} < s_0$ ($X_{12}(s_{01}) = X_{02}(s_{01})$), а также на решениях задачи (I.2), (I.4) для любых $z_0 \geq 0,095$ и для $0 < z_0 < 0,095$ при $s_1 < s_{01}$. Но (2.5) выражает условие устойчивости осесимметричного состояния жидкости, зажатой между двумя параллельными плоскостями. Действительно, названное состояние является безразличным относительно переносов вдоль плоскостей: на возмущениях $N = z'(s) \cos \theta$ приращение потенциальной энергии равно нулю. Здесь справедливо тождество $X \equiv X_{12}$. Если исключить из рассмотрения указанные возмущения, как не представляющие интереса, и учесть данное тождество, то из (2.2) получим (2.5).

Область устойчивости лежит над границей, представленной на рис.8 в плоскости $(\alpha, v/(2h)^3)$ ($2h$ - расстояние между плоскостями). Кривая AB определяется участками $s \leq s_{01}$ решений задачи (I.2), (I.4) ($0 < z_0 < 0,095$), а кривые BC и CD - участками решений задач (I.2), (I.3), отвечающими соответственно $0 < z_0 \leq 0,143$, $s_1 = s_{01}$ и $0,143 < z_0 < 2$, $s_1 = s_0$. Потеря устойчивости происходит относительно осесимметричных возмущений; на ABC - четных по s , на CD - нечетных по s . Заметим, что CD можно построить, исходя из соотношений (I.9), (I.10), (2.4) и равенств

$$\alpha = s_0, \quad v/(2h)^3 = \pi \int_0^{s_0} z^2 z' ds / 4 z^3(s_0).$$

Решение при $\alpha = \pi/2$ совпадает с известным [7]. В более общей постановке с учетом сил тяжести, направленных по нормали к плоскостям, эта задача рассмотрена И.Д.Борисовым.

3. В заключение укажем на известные решения задач об устойчивости равновесия, которые могут быть полезными в вопросах космической технологии.

В [7,8] (см. также [2], пп. П.6.2, П.6.3) решена задача об устойчивости цилиндрической свободной поверхности невесомой вращающейся (или покоящейся) жидкости, которая находится между двумя осесимметричными гладкими твердыми поверхностями (рис.9а). Здесь же рассмотрен случай, когда цилиндрическая равновесная поверхность пересекается с твердыми поверхностями по окружностям их излома.

В [9] рассматривается задача устойчивости, когда свободная поверхность невесомой жидкости состоит из двух сферических сегментов, ко-

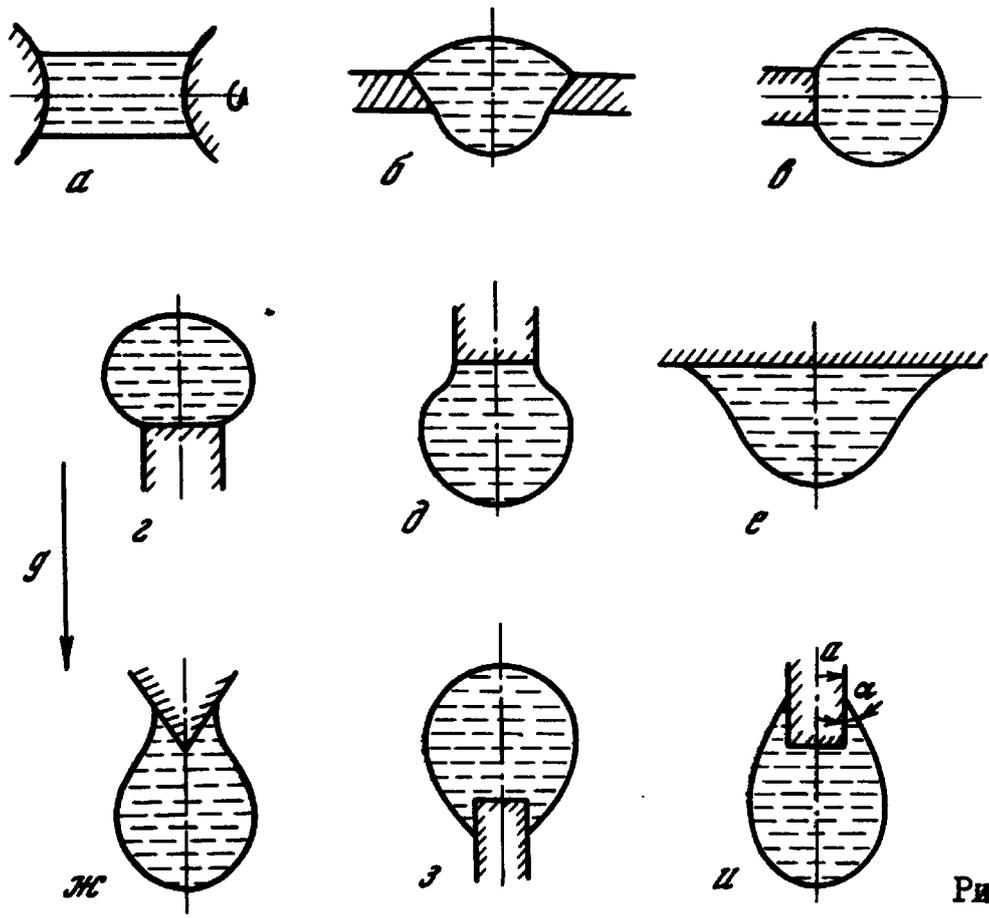
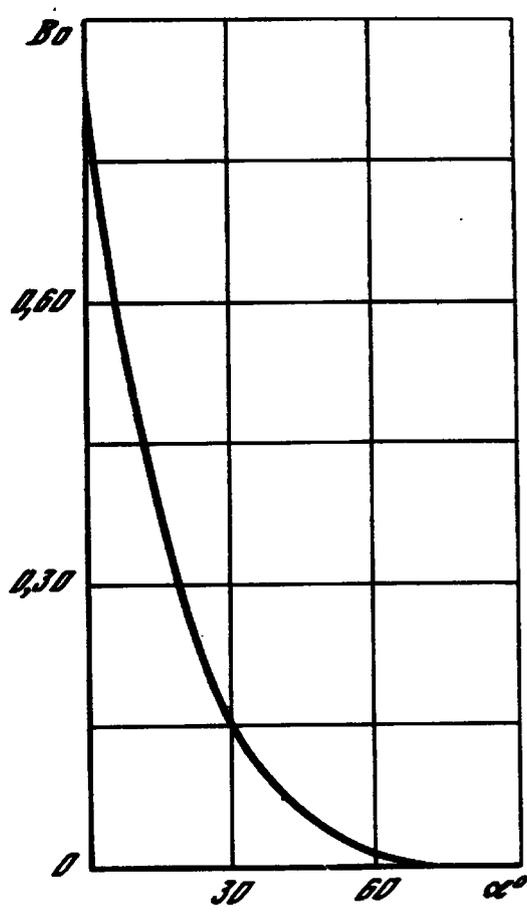


Рис.9



торые опираются на окружности излома (рис. 9б). Подробно изучен вопрос об устойчивости осесимметричной равновесной поверхности, пересекающей ось вращения. В [10] ([2], §§ П.3, П.4) построены максимальные участки устойчивости на интегральных кривых уравнения равновесия, а внутри них определены критические значения характеристического параметра устойчивости. Это дает возможность для исследованных типов силовых полей (невесомость, положительные и отрицательные перегрузки поля тяжести, поле центробежных сил) решить вопрос об устойчивости известной формы равновесной поверхности при ее контакте с любым осесим-

Рис.10

метричным твердым телом. Для указанных поверхностей решен ряд задач по построению границы области устойчивости в пространстве параметров, определяющих равновесие. В частности, получено, что в невесомости к круговому излому твердого тела (рис.9в) можно подвесить неограниченное количество жидкости (если только выполнены условия (I.I2)). Зависимости критического объема жидкости от радиуса окружности излома твердого тела в аналогичных задачах при действии положительных (рис. 9г) и отрицательных (рис.9д) перегрузок сил тяжести получены соответственно в [2] (пунктирная линия на рис.16, 15) и в [11] ([2], п. П.9.5). Критические объемы в зависимости от угла смачивания жидкости, свисающей (отрицательные перегрузки) с горизонтальной плоскости (рис. 9е), определены в [11] ([2], п.П.5.4), а более общая задача, когда жидкость свисает с поверхности конуса (рис. 9ж) обсуждена в [2], п.5,3. Равновесное состояние жидкости, свободная поверхность которой при положительных перегрузках опирается на боковую поверхность цилиндрического стержня (рис.9з), является неустойчивым. Аналогичная задача при действии отрицательных перегрузок поля тяжести (рис. 9и) рассмотрена в [2], п.П.5.1, однако граница области устойчивости там не построена. На рис. 10 приведена соответствующая зависимость критического числа Бонда $Bo = \rho g a^2 / \sigma$ (g - ускорение силы тяжести) от угла смачивания $\alpha \leq \pi/2$ (при $\alpha > \frac{\pi}{2}$ указанного равновесия не существует).

Аналогичные результаты для плоской задачи (равновесие в щелях) содержатся в [12] ([2], § П.8).

Автор благодарит Н.С.Щербакову за помощь в проведении вычислений и А.Д.Тюпцова за обсуждение и полезные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. Беляева М.А., Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Гидростатика в слабых силовых полях. - В кн.: Введение в динамику тела с жидкостью в условиях невесомости. М.: ВЦ АН СССР, 1968, с. 5-68.
2. Гидромеханика невесомости /Под ред. А.Д.Мышкиса. М.: Наука, 1976, 504 с.
3. Gillette R.D., Dyson D.S. Stability of fluid interfaces of revolution with constant surface tension. - Chem. Eng. J., 1970, vol.1
4. Пересада В.И., Феодосиев С.Б. К вопросу о стабильности односвязной формы расплавленной зоны при зонной перекристаллизации в условиях невесомости. - ЖТФ, 1978, т.48, вып. II, с. 2252-2259.
5. Erle M.A., Gillette R.D., Dyson D.C. Stability of interfaces of revolution with constant surface tension: The case of the catenoid. - Chem. Eng. J., 1970, vol. 1, № 1, p. 97-109.
6. Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Об устойчивом равновесии поверхно-

- сти капиллярной жидкости при контакте с ребром твердого тела. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № I, с. 3-6.
7. Слобожанин Л.А. Об устойчивости цилиндрического равновесного состояния вращающейся жидкости. - В кн.: Математическая физика и функциональный анализ. Харьков: Физико-технический институт низких температур АН УССР, 1971, вып. 2, с. 169-174.
 8. Самсонов В.А. Устойчивость и бифуркация равновесия тела с жидкостью. - Тр./ Ин-т механики МГУ, 1971, № 16, 54 с.
 9. Орел В.Р. Об устойчивости несжимаемой жидкости, подверженной действию сил поверхностного натяжения: Случай двусвязной поверхности. - Журн. прикл. механики и техн. физики, 1974, № 6, с. 46-54.
 10. Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Характеристический параметр устойчивости осесимметричной равновесной поверхности капиллярной жидкости. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 4, с. 74-84.
 11. Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Эволюция и отрыв капель и пузырей при их медленном росте. - Журн. прикл. механики и техн. физики, 1975, № I, с. 106-113.
 12. Слобожанин Л.А., Щербакова Н.С. Цилиндрические равновесные поверхности капиллярной жидкости и их устойчивость. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № I, с. 57-68.

УДК 532.65

ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И ДИНАМИКИ СВОБОДНЫХ ЖИДКИХ ЗОН

М.П.Елагин, А.П.Лебедев, А.В.Шмелев

I. Введение

Одним из основных принципов получения материалов в невесомости является использование преобладающего влияния капиллярных сил, что открывает возможность для осуществления разнообразных бестигельных технологических процессов (бестигельная плавка, жидкое формование, производство изделий специальной формы и др.). Успешная реализация таких возможностей, формирование и отработка экспериментов по физике жидкости в орбитальных условиях, устранение нежелательных побочных явлений требуют развития методов лабораторного моделирования, экспериментальной проверки математических моделей.

Известно, например, [1], что основными критериями подобия при моделировании капиллярных процессов при пониженной гравитации является число Бонда ($Bo = \Delta \rho g \ell^2 / \sigma$) и число Вебера ($P = \Delta \rho V^2 \ell / \sigma$), где $\Delta \rho$ - разность плотностей внешней среды и моделируемой жидкости, V - скорость движения жидкости (например, $V = \omega r$ при вращении жидкой зоны) ℓ - характерный размер, σ - коэффициент межфазного на-

тяжения, g - уровень микроперегрузок. В орбитальных условиях при $g < 10^{-3} \text{ м/с}^2$ обычно имеет место соотношение $Bo \ll 1$, указывающее на значительное преобладание капиллярных сил над гравитационными.

Моделирование по числу Бонда и Вебера может достигаться путем использования двух несмешивающихся жидкостей равной плотности (при этом $\Delta\rho \rightarrow 0$) - метод "нейтральной плавучести" или при уменьшении размера зоны ($l \rightarrow 0$) - метод "микрзоны".

Моделирование методом нейтральной плавучести колебаний сферической капли в контакте с подложкой, выполненное в [4], дало возможность исследовать формы резонансных поверхностей и применимость в таких условиях линейной теории Лэмба для собственных мод колебаний. На модели несмешивающихся жидкостей исследуются процессы капиллярного формообразования [3] и устойчивости вращающейся цилиндрической зоны [6]. Метод микрзоны дает возможность проводить более детальный анализ гидромеханических явлений в невесомости. В работе [7] подробно изучены формы и режимы неустойчивости конических и цилиндрических объектов малого размера при их вращении.

В настоящей работе приводятся результаты лабораторного моделирования устойчивости и динамики сферической, цилиндрической и конической жидких зон. Исследованы методы "нейтральной плавучести" (система масло-раствор этилового спирта, диаметры зон от 15 до 2 мм, возбуждение колебаний механическое: 0,5-80 Гц) и "микрзоны" (модельная жидкость-вода, характерный размер 0,5-2,0 мм, возбуждение колебаний подложки электромагнитное: 15-1000 Гц. Дано сопоставление экспериментальных данных с результатами математического моделирования [1,2].

2. Устойчивость столба жидкости

Изучалась потеря устойчивости жидкой зоны в зависимости от объема и длины ($V = V_3 / \pi a^2 2h$), где V_3 - объем жидкой зоны, a - радиус подложки, $2h$ - длина). На рис. I приведены экспериментальные кривые для цилиндрической (отношение диаметров подложек $a_1/a_2 = 1$) и конической зон ($a_1/a_2 = 1,55$, $a_1/a_2 = 2,64$; кривые 3,4).

Результаты сопоставляются с зависимостью, полученной теоретически в работе [2] для цилиндрического столба, которая также показана на рис. I (кривая I-ABCD). Область устойчивости зоны лежит выше кривой CD и справа от кривой AB. Точки кривой 2 получены методом "нейтральная плавучесть", остальные экспериментальные точки - методом "микрзоны". Следует отметить различные виды потери устойчивости при изменении длины и объема зоны. Так, участок AB кривой I определяет предел устойчивости при малых размерах зоны. При этом в условиях гидроневесомости потеря устойчивости проявлялась в появлении неосесимметричности жидкого столба (по типу "С-моды", обусловленной вращением [7]). На установке "микрзона" потеря устойчи-

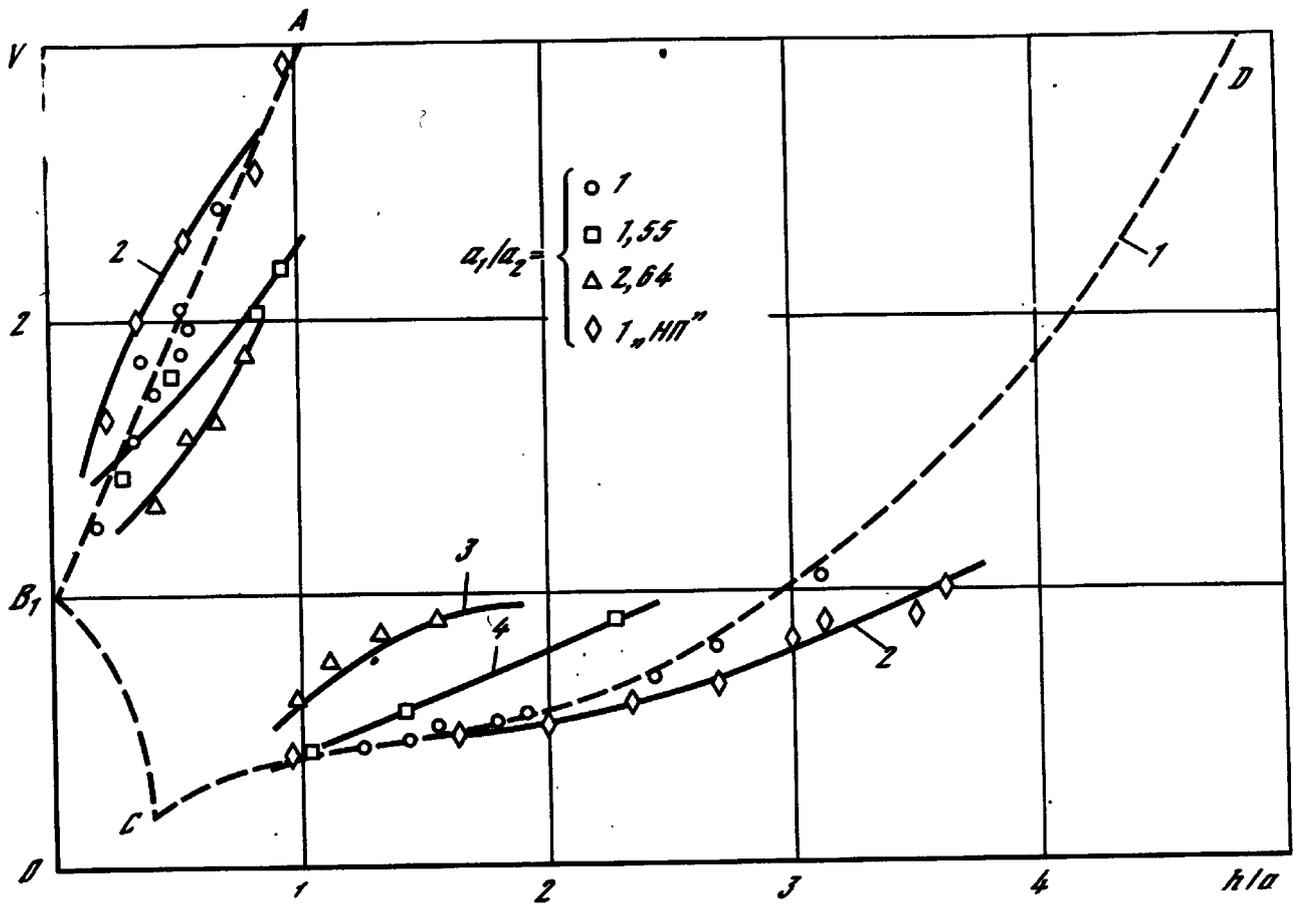


Рис. I

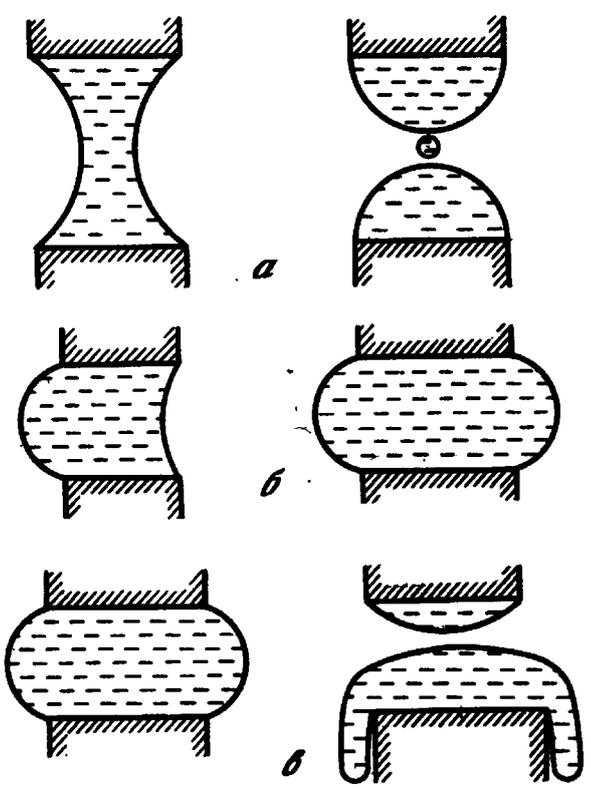


Рис. 2

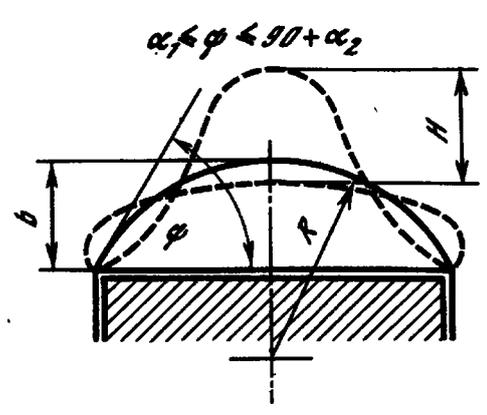


Рис. 3

ности была связана с натеканием жидкости на боковую поверхность цилиндрической подложки, что объясняется различными условиями смачивания подложек (см. рис. 2в). Потеря устойчивости при сжатии цилиндрической зоны происходит раньше, в случае расположения зоны горизонтально; при растяжении менее устойчива зона, расположенная вертикально (участок АВ исследовался с вертикально расположенной зоной, участок CD - с горизонтальной).

Как видно из рис. I, экспериментальные точки, полученные методом микрозоны, хорошо согласуются с теоретическими моделями, что позволяет сделать вывод о преимуществе метода микрозоны перед методом нейтральной плавучести при изучении гидромеханических явлений невесомости в лабораторных условиях. Поэтому последующие эксперименты, связанные с динамикой зоны, проводились на установке "микронезона".

3. Резонансные моды сферической жидкой зоны с ограниченной площадью контакта

В случае совпадения частоты вынужденных осесимметричных колебаний подложки и собственной частоты сферической зоны возникает резонанс, проявляющийся в резком возрастании амплитуды колебаний поверхности зоны. При этом, как и в работе [4], наблюдается кажущаяся граница зоны с числом граней, определяемым номером собственной моды колебаний. Колебания поверхности зоны характеризуются безразмерной собственной амплитудой (H/δ), приведенной к единичной вынуждающей амплитуде подложки А. (рис. 3). Эксперименты проводились для случая, когда жидкость не натекает на боковые грани подложки (не теряет устойчивость), т.е. реализуется краевое условие ограниченной площади контакта

$$\alpha_1 \leq \psi \leq 90^\circ + \alpha_2 \quad (1)$$

где ψ - краевой угол, α_1, α_2 - углы смачивания торцевой и боковой поверхности подложки.

Экспериментальная зависимость собственной частоты сферической зоны (2,3,4 моды) от характерного размера на ограниченной подложке представлена на рис. 4. На том же рисунке приведены теоретические кривые, построенные согласно линейной теории Лэмба колебаний капли [4] (вторая мода)

$$f_2' = 0,45 \sqrt{6/\rho \delta^3} \quad (2)$$

и линейной модели колебания идеальной капли на неограниченной плоскости /1/

$$f_2'' = (\sqrt{\lambda}/2\pi) \sqrt{6/\rho \delta^3}, \quad (3)$$

где δ - характерный размер, ρ - плотность жидкости, $\lambda = (\pi/2)\gamma(\gamma-1)$, $\gamma = 2,3,4$ - номер моды. Полученные экспериментальные данные хорошо согласуются с расчетами.

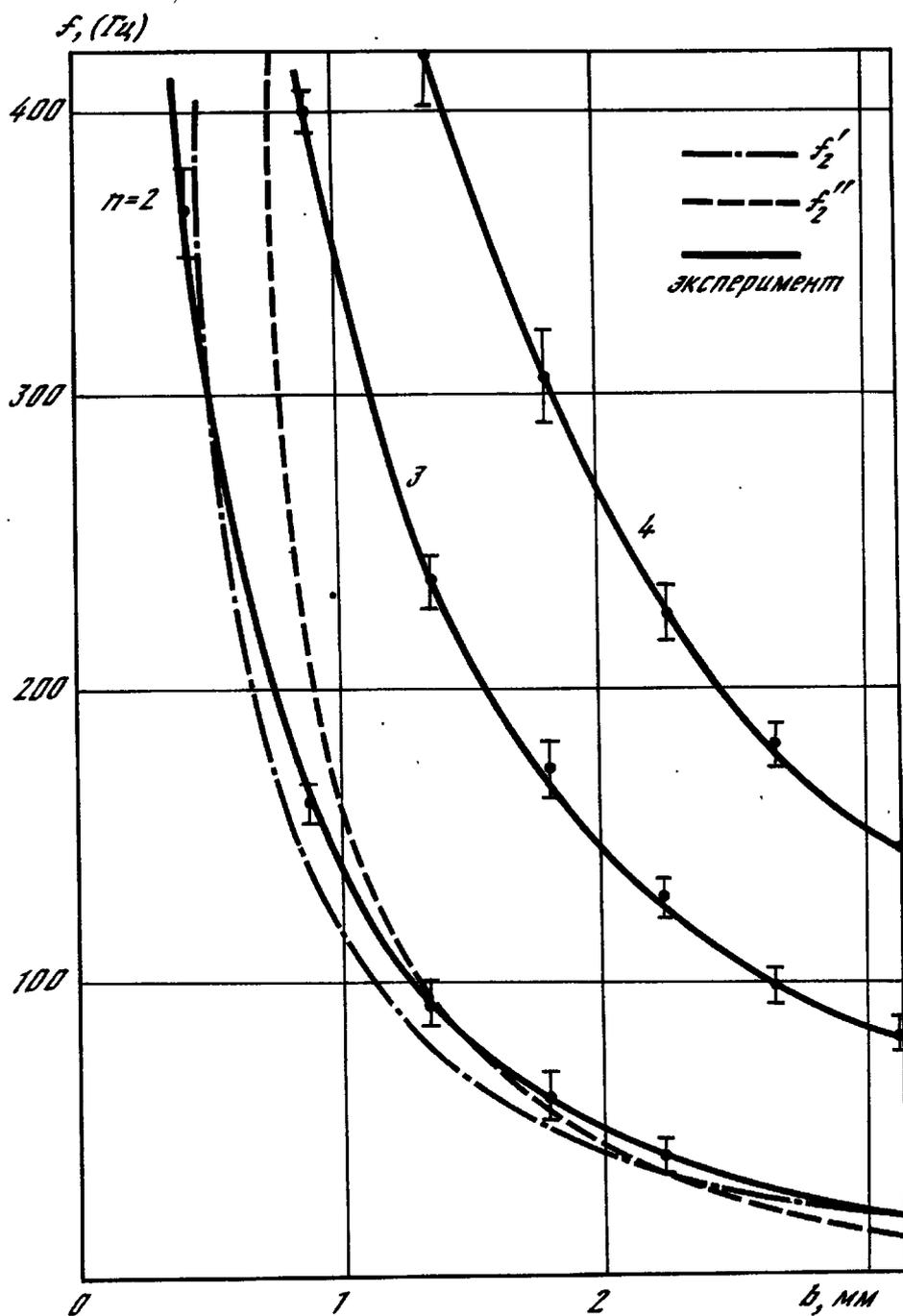


Рис. 4

На рис. 5 показана экспериментальная зависимость амплитуды (H/b) от частоты вынуждающих колебаний f и от характерного размера b . Отношение H/b , в случае резонанса, уменьшается для каждой следующей моды колебаний и увеличивается с ростом размера зоны.

Изменяя краевой угол ψ на ограниченной подложке, можно моделировать различные условия смачивания поверхности раздела жидкость - твердое тело. Полученная экспериментальная зависимость (рис. 6) безразмерного параметра λ для задачи на собственные значения в случае линейных колебаний [1] ($\lambda = \rho b^3 f^2 / \epsilon$, где ρ - плотность жидкости, b - характерный размер, f - частота колебаний) от угла смачивания α° (краевой угол ψ) показывает, как и в модели [1], наличие максимума при $\alpha = \pi/2$) (теоретические кривые - пунктирные линии).

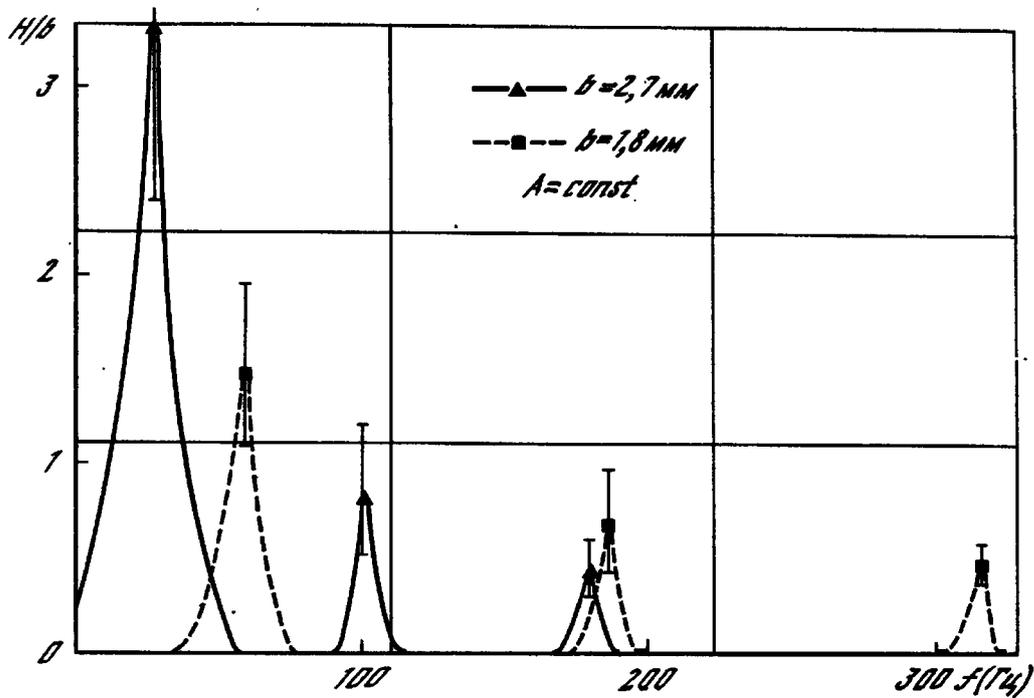


Рис.5

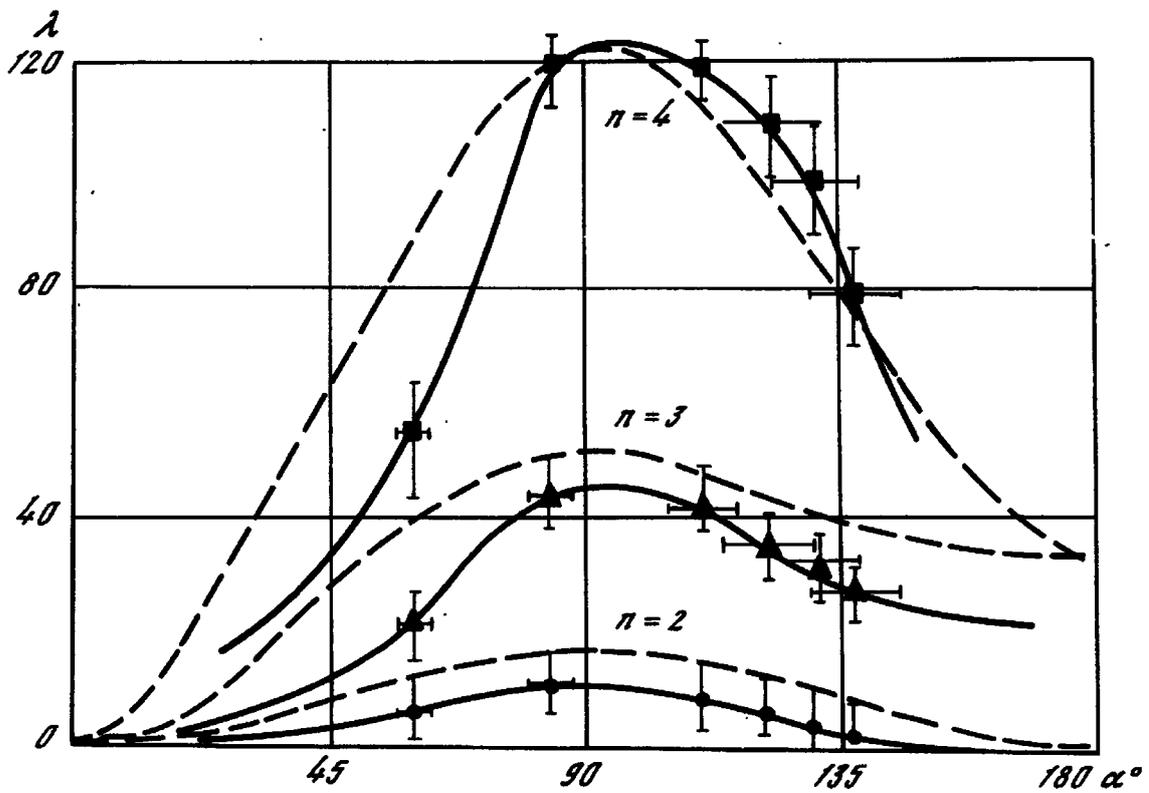


Рис.6

Таким образом, результаты этой серии экспериментов хорошо согласуются с расчетами по математическим моделям и позволяют получить максимальные резонансные амплитуды в зависимости от частоты колебаний и характерного размера зоны с учетом вязкости жидкости.

4. Резонансные моды цилиндрической и конической жидкой зоны с ограниченной площадью контакта

В случае совпадения частоты вынужденных колебаний одной из подложек, ограничивающих зону, и собственной частоты жидкого столба воз-

никает резкое возрастание амплитуды колебаний цилиндрической поверхности, что показано на рис.7, где $2a = 1$ мм. По-видимому, из-за недостаточной соосности подложек, вблизи второй моды наблюдалась неосесимметричная мода колебаний (кривая Н).

Для сравнения экспериментальных значений собственных частот с математической моделью линейных колебаний столба жидкости на неограниченной подложке были проведены численные расчеты общего решения уравнений линейных колебаний [1] для безразмерного параметра λ при значении параметра $q = 0$

$$\lambda_{m,n} = \frac{J'_m(\pi n/h)}{J_m(\pi n/h)} [m^2 + (\pi n/h)^2 - 1], \quad (4)$$

где $\lambda = \rho(2a)^3 f^2 / \epsilon$, $m, n = 0, 1, 2, 3, \dots$, $m+n > 0$, J_m, J'_m - функции Бесселя I-го рода, $2h$ - длина зоны, при $m=0$ - осесимметричные, при $n=0$ - неосесимметричные плоские колебания зоны.

Результаты расчетов и экспериментальные данные для второй моды приведены на рис.8. Заметим, что эксперименты проводились при крайнем условии (I) (ограниченная площадь контакта), а в расчетах предполагалось, что подложка неограничена.

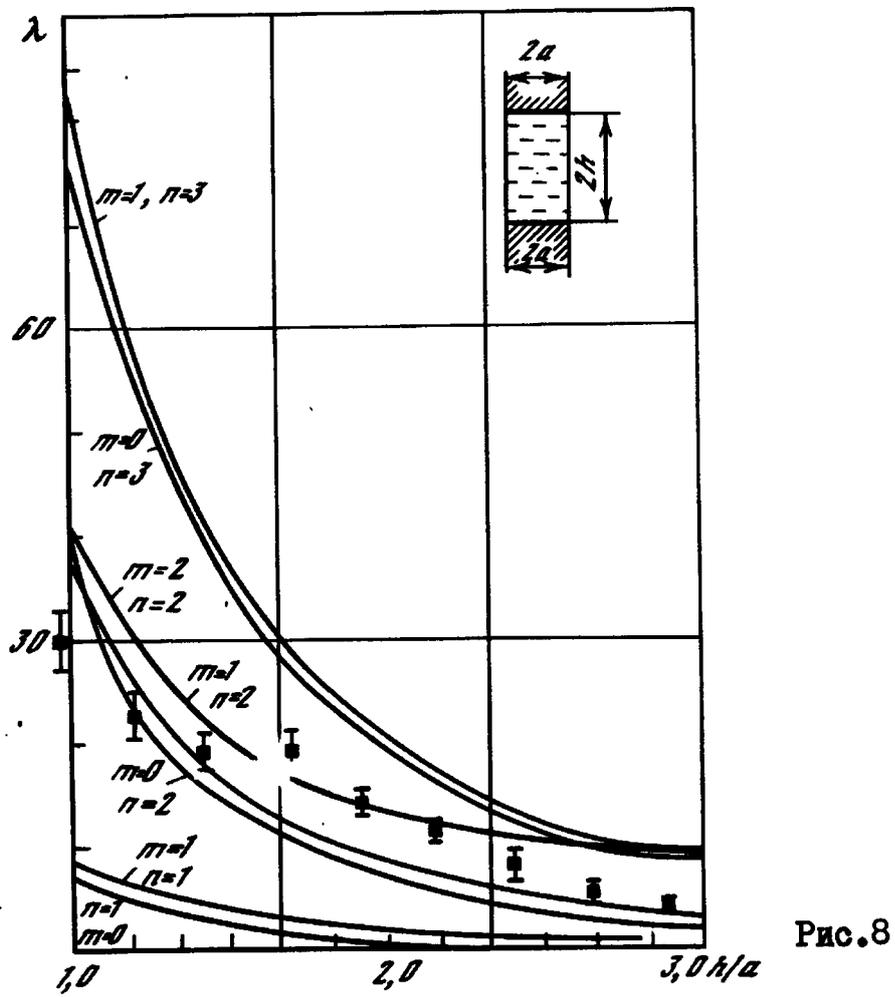
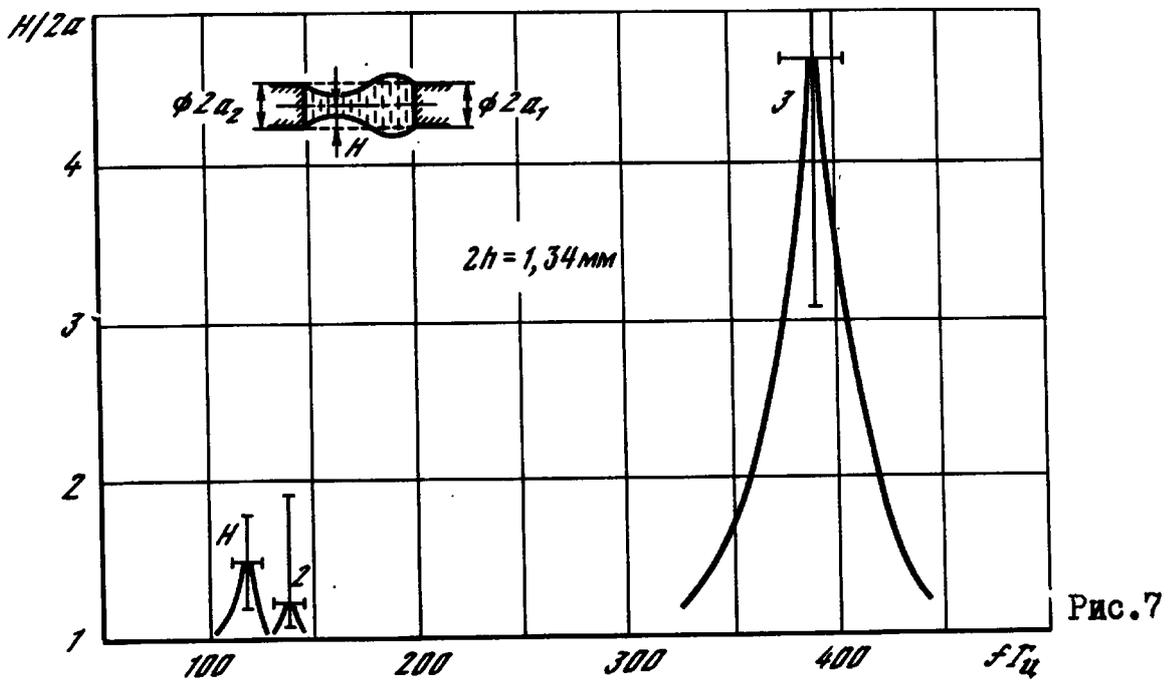
На рис.9 показана зависимость безразмерной собственной амплитуды ($H/2a$) от длины зоны (h/a). Получено, что амплитуда третьей моды осесимметричных колебаний превосходит по величине вторую моду и моду Н. При длине зоны до 1,7 преобладающими являются колебания третьей моды, с возрастанием длины зоны - моды Н. Кривые резонансных частот (рис.10) для второй, третьей и четвертой моды подобны, в отличие от моды Н.

Резонансные колебания конической зоны аналогичны колебаниям цилиндрической, здесь также наблюдалась аномальная мода Н (рис.11). Однако значения собственной частоты колебаний конической зоны (кривые 1, 2, Н, где индексы Б и М обозначают вынужденные колебания соответственно большой или малой подложек) и цилиндрической (кривая 3 для второй моды) - различны.

5. Некоторые приложения результатов

Выполненные эксперименты имели целью проверку теоретических моделей и сравнение методов лабораторного моделирования. В итоге работы получено, что метод нейтральной плавучести мало пригоден для количественного анализа гидромеханических явлений, так как в таких процессах участвуют обе несмешивающиеся жидкости, и необходим учет межфазного взаимодействия.

В процессе экспериментов происходит также изменение условий плавучести (расслоение по плотности). Метод микросоны дает хорошее согласование с теоретическими моделями, удобен и прост в работе. Метод нейтральной плавучести позволяет, однако, работать с реальными по линейным размерам жидкими зонами, что создает условия для назем-



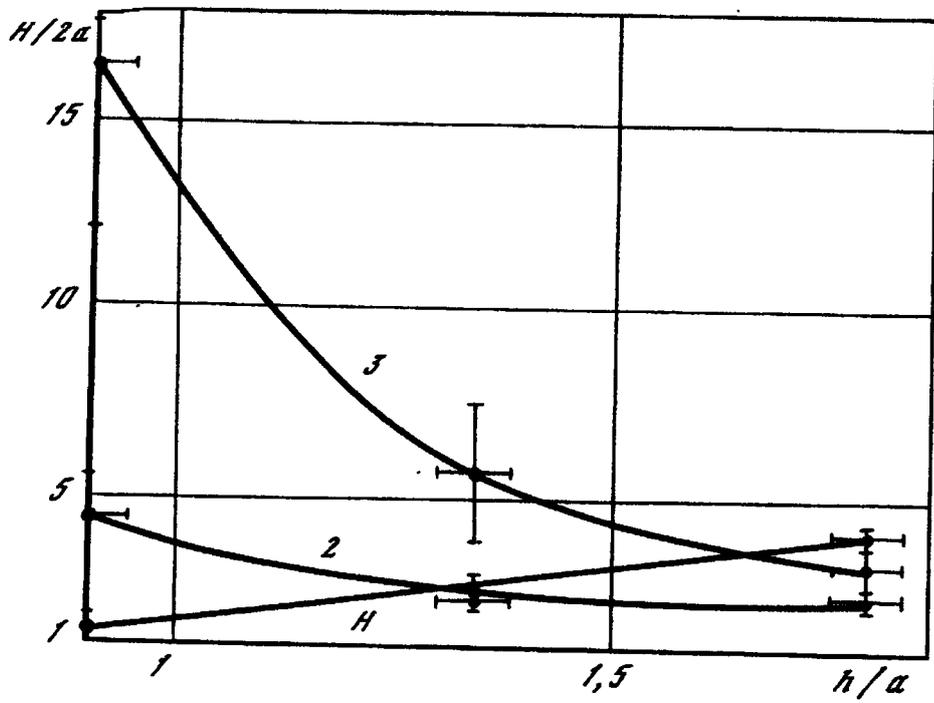


Рис.9

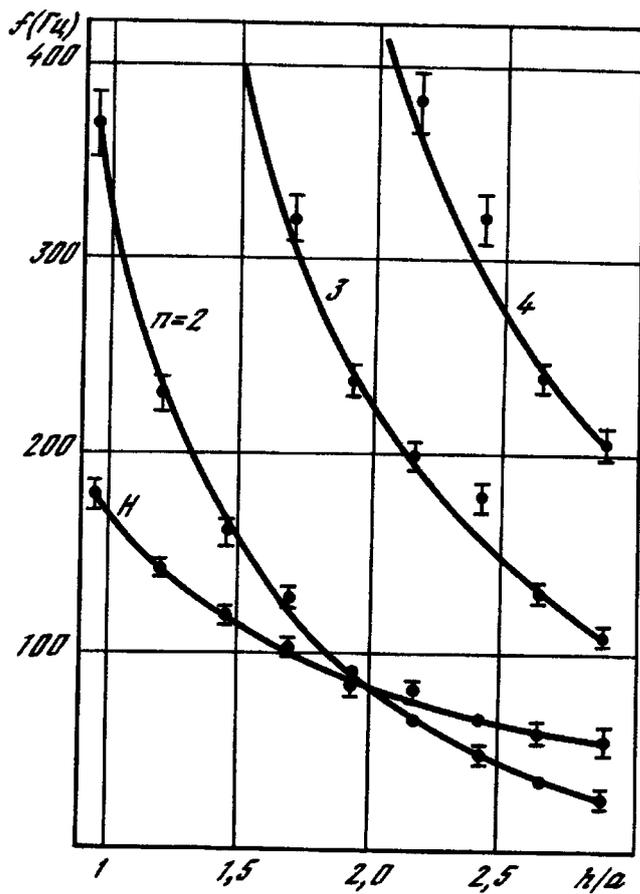


Рис.10

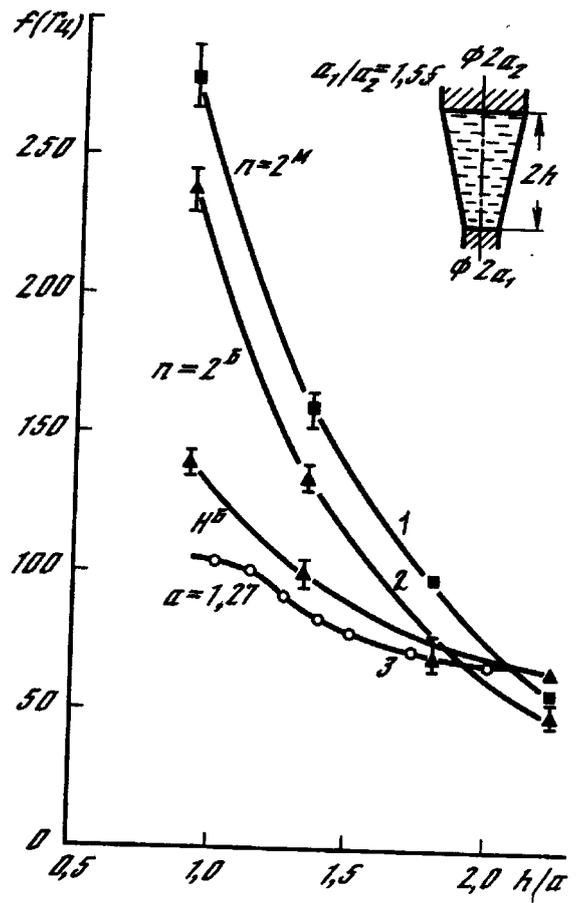


Рис.11

ной отработки режимов фото-кинорегистрации технологических экспериментов, предназначенных для постановки в условиях орбитальной станции.

Полученные результаты представляют и некоторый практический интерес. В работе [8] даны результаты расчета микроперегрузок на борту орбитальной станции в режиме гравитационной стабилизации. Показано, что для орбитальной станции длиной $l = 25$ м, массой $m = 32$ тонны резонансная частота изгибных колебаний составляет около 20 Гц. Согласно рис.4, критический размер кнгили железа при краевом угле 150° составит 5 мм, что соответствует второй собственной моде. Для цилиндрической зоны жидкого германия диаметром 10 мм критическая длина составляет $\lambda_k = 20$ мм. При этом амплитуда колебаний жидкого столба германия возрастает на порядок (рис.8), что может существенно повлиять на процессы тепломассопереноса в жидкой зоне.

В заключение авторам хотелось бы отметить возросшую необходимость подготовки и проведения подобных исследований в условиях орбитального полета о реальными размерами свободных жидких зон.

Л и т е р а т у р а

1. Гидромеханика невесомости/Под ред. А.Д.Мышкиса. М.: Наука, 1976.
2. Слобожанин А.Л. Задачи устойчивости равновесия жидкости, возникающие в вопросах космической технологии. - Наст.сборник.
3. Татарченко В.А., Братов С.К. Исследование особенностей капиллярного формообразования в невесомости на модели из двух несмешивающихся жидкостей равной плотности. - В кн.: Материалы и процессы космической технологии. М.: Наука, 1980.
4. Rodot H., Bisch C., Lasek A. Zero-gravity simulation of liquids in contact with solid surface. - Innsbruck, 1978, IAF-78-205.
5. Klett M.G., Bourgeois S.V. Analysis of "Skylab IV" fluid mechanics science demonstrations. - AIAA pap., 1975, N 693, p. 1-6.
6. Carruthers J.R. et al. Studies of floating liquid zone in simulated zero-gravity. - J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 2, p. 436.
7. Fowle A.A. et al. Experiments on the stability of conical and cylindrical liquid columns at low Bond numbers. - Grenoble, 1979, ESA SP-142.
8. Лебедев А.П., Полежаев В.И. Математическое моделирование возмущающих ускорений в экспериментах космической технологии. - Наст. сборник.

О ВЛИЯНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЕЙ

Н.А.Безденжных, В.А.Брисман, Г.В.Пузанов, А.А.Черепанов,
Г.Ф.Шайдуров

Модуляция во времени параметров гидродинамической системы оказывает сильное влияние на устойчивость и может приводить к стабилизации неустойчивых в отсутствии модуляции состояний [1-3] или, наоборот, вызывать параметрическую неустойчивость [4-8]. В предлагаемой статье описано явление, в котором проявляется как стабилизирующее, так и дестабилизирующее действие модуляции. Явление это может реализоваться, в частности, в условиях, близких к невесомости, и представляет интерес для тех процессов космической технологии, где имеются границы раздела фаз.

Рассматривается устойчивость горизонтальной^{ж)} поверхности раздела газ-несжимаемая жидкость при модуляции ускорения свободного падения

$$g - a\omega^2 \cos \omega t, \quad (1)$$

вызванной вертикальными колебаниями (вибрациями) сосуда, содержащего жидкость, с амплитудой a и частотой ω . Поскольку переменная сила нормальна к поверхности раздела, она не вызывает вынужденных колебаний и сохраняется возможность равновесия плоской поверхности. При определенных условиях, вибрации вызывают неустойчивость равновесия, развитие которой приводит к перемещению жидкости со дна на крышку сосуда. Новое положение слоя жидкости, расположенной поверх газа, которое было бы абсолютно неустойчивым при обычных условиях, может быть стабилизировано подбором подходящих амплитуды и частоты вибраций.

В первом разделе статьи приводятся оценки границ устойчивости обоих вариантов стратификаций (жидкость поверх газа и наоборот). Эти оценки позволяют качественно объяснить описанный во втором разделе эффект, который наблюдался в лабораторном эксперименте на земле.

1. Рассмотрим устойчивость свободной поверхности ($z = 0$) вязкой капельной жидкости при наличии модуляции ускорения свободного падения (1). Из уравнений Навье-Стокса и обычных условий непрерывности напряжений на свободной поверхности с точностью до первых исчезающих членов разложений по малому параметру $\nu k^2/\omega$ различными способами, например, с помощью интегральных преобразований, можно

ж) Здесь и ниже понятия "горизонталь", "верх", "низ" и т.п. сопоставляются с направлением ускорения свободного падения, представляющего собой либо ускорение силы тяжести, либо ускорение неинерциальной системы отсчета в невесомости.

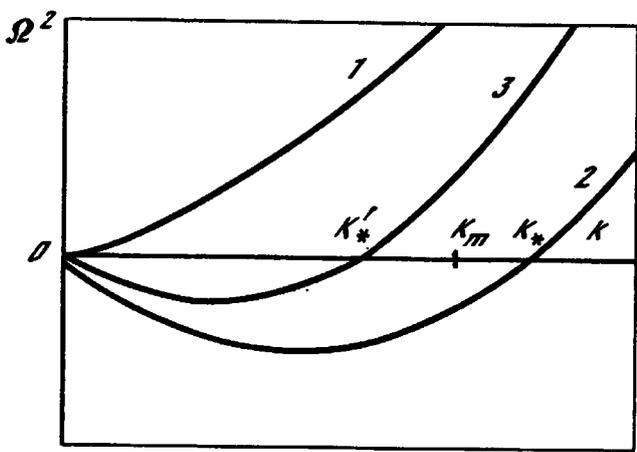


Рис.1а

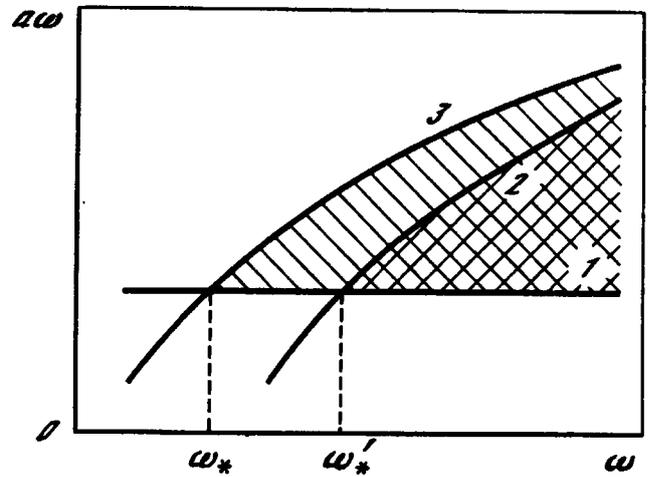


Рис.1б

получить уравнение типа Матье, определяющее поведение во времени возмущений поверхности $\xi(t) \exp(ikx)$

$$\ddot{\xi} + 2\delta\dot{\xi} + [\Omega_{\pm}^2 - q \cos \omega t] \xi = 0, \quad (2)$$

$$\delta = 2\nu k^2, \quad \Omega_{\pm}^2 = \frac{\alpha}{\rho} k^3 \pm gk, \quad q = a\omega^2 k,$$

где ρ - плотность, ν - кинематическая вязкость, α - коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Знак "+" в (2) соответствует положению жидкости в полупространстве $z > 0$ (ось направлена вниз), знак "-" - положению жидкости при $z < 0$.

В отсутствие модуляции ($q = 0$) в устойчивом положении $z > 0$, как видно из (2), все возмущения затухают, совершая колебательные движения с собственной частотой Ω_+ (кривая 1 на рис.1а).

При неустойчивой стратификации $z < 0$ возмущения с $k > k_* = (\rho g / \alpha)^{1/2}$ также являются затухающими колебаниями ($\Omega_-^2 > 0$), но возмущения с $k < k_*$ монотонно нарастают ($\Omega_-^2 < 0$) (закон дисперсии для этого случая представлен кривой 2, рис.1а). Поэтому в достаточно широких сосудах, где $k_m < k_*$ развивается неустойчивость Рэлея-Тейлора (k_m - наименьшее значение k , зависящее от размеров сосуда). Поскольку нас здесь интересует возможность предотвращения абсолютной неустойчивости, ниже всюду будет предполагаться, что $k_m < k_*$, как это показано на рисунке.

Модуляция с частотой, значительно превышающей обратное характерное время развития наиболее опасных возмущений в "верхнем" положении жидкости ($\omega^2 \gg |\Omega_{-,min}^2|$), как известно [1,2], может предотвращать релей-тейлоровскую неустойчивость. Усредняя возмущения по промежуткам времени, большим по сравнению с ω^{-1} , для усредненного движения из (2) получим уравнение колебаний с "эффективной собственной частотой" /2/

$$\Omega_{эф}^2 = \Omega_-^2 + \frac{q^2}{2\omega^2},$$

зависимость которой от k при некоторой фиксированной скорости вибраций $a\omega$ представлена кривой 3 на рис. 1а. Для устойчивости необходимо, чтобы точка k'_* , в которой $\Omega_{эфф}^2(k) = 0$ лежала левее k_m . Условие стабилизации имеет вид

$$a\omega \geq \left[2 \left(\frac{g}{k_m} - \frac{\alpha}{\rho} k_m \right) \right]^{1/2}. \quad (3)$$

На диаграмме устойчивости (рис. 1б) область, где вибрации подавляют рэлей-тейлоровскую неустойчивость, лежит выше прямой 1, соответствующей знаку равенства в (3).

Модуляция, однако, может вызвать параметрическую раскачку высокочастотных колебательных возмущений с частотой $\omega/2$, если амплитуда модуляции превышает критическое значение $q_* \approx 2\delta\omega$ (см., например, [4]). Минимизация q_* по k в указанном выше приближении малой вязкости (в высокочастотном пределе длина волны $\lambda(\omega)$ гораздо меньше размеров сосуда и спектр k можно считать непрерывным) приводит к следующему условию устойчивости по отношению к параметрическому резонансу

$$a\omega \leq 4\nu k_*, \quad (4)$$

где волновое число наиболее опасных возмущений k_* определяется резонансным условием $\Omega_{\pm}^2(k_*) = \omega^2/4$ или

$$\frac{\alpha}{\rho} k_*^3 \pm g k_* = \frac{\omega^2}{4}. \quad (5)$$

На диаграмме устойчивости (рис. 1б) области, где возможен параметрический резонанс, лежат выше кривых 2 или 3, построенных по (4), (5) для положений жидкости $z > 0$ или $z < 0$, соответственно.

Итак, при "верхнем" абсолютно неустойчивом в отсутствие модуляции положении слоя жидкости в полупространстве $z < 0$ высокочастотные вибрации оказывают стабилизирующее действие. С учетом обоих возможных механизмов неустойчивости область стабилизированного равновесия (на диаграмме заштрихована) ограничена сверху нейтральной кривой 3 параметрического резонанса, а снизу — нейтральной кривой 1 рэлей-тейлоровской неустойчивости. Для стабилизации необходимо, чтобы частота вибраций превышала значение ω_* , начиная с которого неравенства (3) и (4) становятся совместны.

На абсолютно устойчивое в отсутствие модуляции положение равновесия жидкости при $z > 0$ вибрации оказывают дестабилизирующее действие. Область устойчивости равновесия плоской поверхности в этом случае расположена ниже кривой 2. Заметим, что существует область параметров между кривыми 2 и 1, где устойчивы оба положения равновесия жидкости (на рисунке эта область обозначена двойной штриховкой).

2. В эксперименте закрытый прямоугольный контейнер, изготовленный из плексигласа, закреплялся на платформе специального электродинамического вибростенда, который мог совершать вертикальные коле-

бания (вибрации) в диапазоне частот (50+500) гц с максимальной амплитудой 0,5 см. Амплитуда вибраций измерялась катетометром.

Предварительно на дно контейнера наливался слой жидкости. Эксперимент проводился путем квазистационарного изменения амплитуды вибраций при фиксированной частоте. Регистрация наступления неустойчивости на границе жидкость-воздух и надкритических режимов выполнялась с помощью фотосъемки и кино съемки с частотой 48 кадров в секунду.

При монотонном повышении амплитуды вибраций в подкритическом режиме поверхность жидкости оставалась плоской. Вынужденные волны не возникали, что свидетельствует о вертикальности колебаний вибростенда. Начиная с некоторой критической амплитуды, соответствующей кривой 2 на рис.1б, наблюдалось развитие системы плоских стоячих поверхностных волн, известных под названием ряби Фарадея [4]. На фотографиях рис.2 показаны волны на поверхности 5% раствора воды в глицерине

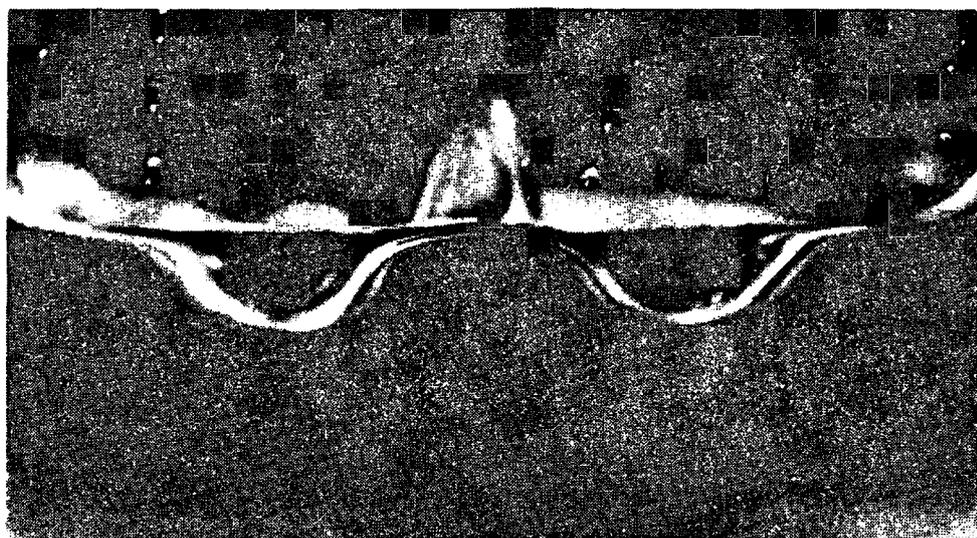


Рис.2а

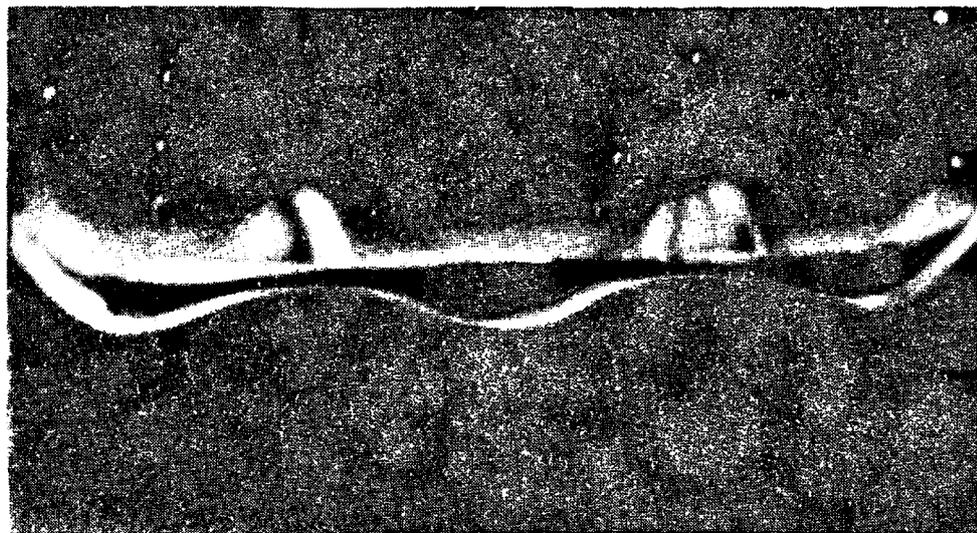


Рис.2б

в сосуде с горизонтальным сечением (20x40 мм) при частотах 32 гц и 40 гц (рис. 2а и 2б, соответственно). Отчетливо видна несимметричность горбов и впадин, характерная для наливного режима. Пороговый характер возникновения и стробоскопические измерения частоты волн, которая оказалась равной половине частоты вибраций, подтверждают их параметрическую природу.

При увеличении надкритичности волны теряли устойчивость, гребни разбивались на капли, и вся волновая структура переставала быть стационарной. Дальнейший рост амплитуды вибраций приводил к фонтанированию капель с поверхности, впервые наблюдавшемуся в эксперименте [9]. Средняя высота фонтанов определяется энергией вибраций. При достаточно большой скорости вибраций отдельные капли достигают крышки.

Поскольку опыт выполнялся при частоте $\omega > \omega_*$ (см. рис. 1б), значения скорости вибраций $a\omega$, лежащие выше кривой 2, заведомо превышают значения $a\omega$, необходимые для предотвращения рэлей-тейлоровской неустойчивости (прямая I, рис. 1б). Поэтому омазывается возможным существование слоя жидкости поверх слоя воздуха, и при дальнейшем росте вибраций, когда средняя высота фонтанов становится равной высоте контейнера, жидкость начинает собираться на крышке.

Сформировавшийся верхний слой при высокой степени надкритичности по отношению к границам параметрического резонанса как для нижнего, так и для верхнего положения жидкости ($a\omega$ значительно выше кривой 3 рис. 1б), изображен на фотографии (таблица 1а) (сосуд высотой 40 мм и сечением 20x20 мм; жидкость - 5% раствор воды в глицерине; частота 70 гц). Кроме фонтанов "сталагмитов", поднимающихся вверх, на фотографиях видны "сталактиты", образующиеся на неустойчивой границе верхнего слоя с воздухом и падающие вниз. Оба слоя обмениваются фонтанами. При фиксированной амплитуде вибраций средние толщины верхнего и нижнего слоев сохраняются постоянными, между ними существует динамическое равновесие.

При уменьшении амплитуды вибрации по мере возвращения к границам параметрической неустойчивости сначала упорядочивается движение в верхнем слое, затем - в нижнем. На таблице 1б, в показаны два последовательных этапа уменьшения надкритичности. При этом на таблице 1в волны на нижней поверхности верхнего слоя уже регулярные, в то время как внизу движение еще остается стохастическим.

Структура, соответствующая области между кривыми 2 и 3 на диаграмме устойчивости, показана на таблице 1а. Верхний слой "заморожен": он устойчив и по отношению к параметрическому возбуждению (значения $a\omega$ ниже кривой 3) и к рэлей-тейлоровской неустойчивости ($a\omega$ выше прямой I). С поверхности нижнего слоя поднимается горб стационарной параметрической волны.

В диапазоне скоростей вибраций между кривыми 1 и 2 диаграммы устойчивости в опыте наблюдались неподвижные слои с практически плоскими поверхностями. При медленном уменьшении $a\omega$ по мере приближения сверху к границе рэлей-тэйлоровской неустойчивости на поверхности верхнего слоя становятся заметны длинноволновые (непараметрические) возмущения, создающие стационарный рельеф. Уменьшению $a\omega$ соответствует смещение вправо кривой 3 на рис. 1а. Неустойчивость наступает, когда $a\omega$ достигает критического значения (кривая 1, рис. 1б), а точка k'_* совпадает с k_m (рис. 1а). При этом развивается возмущение с наибольшей возможной в контейнере длиной волны $\lambda_m = 2\pi/k_m$. Жидкость проваливается сначала по одной стенке сосуда, а по мере развития неустойчивости Рэлей-Тейлора и по другой стенке. Таким образом, при наличии вибраций устойчивость на границе 1 (рис. 1б) всегда срывается возмущением с наибольшей длиной волны, в то время как при обычной рэлей-тэйлоровской неустойчивости более опасным может оказаться возмущение с волновым числом в диапазоне $0 \div k_m$.

При внезапном выключении вибраций неустойчивость возникает иначе: жидкость начинает симметрично стекать по стенкам контейнера. Две последовательные фазы такого способа развития рэлей-тэйлоровской неустойчивости показаны на таблице Пб, в).

Л и т е р а т у р а

1. Брискман В.А. Параметрическая стабилизация границы раздела жидкостей. - ДАН СССР, 1976, т.226, № 5.
2. Брискман В.А., Черепанов А.А. Параметрическая стабилизация неустойчивого равновесия жидкости в сообщающихся сосудах. - В кн.: Гидродинамика: Уч.зап.Пермск. гос. ун-та. Пермь, 1974, вып.5, № 316.
3. Wolf G.H. The dynamic stabilisation of the Rayleigh-Taylor instability. - Ztschr. Phys., 1969, Bd. 227.
4. Рэлей (Стретт Дж.В.). Теория звука. М.: Гостехтеориздат, 1955, т.1, П.
5. Брискман В.А., Шайдуров Г.Ф. Параметрическая неустойчивость поверхности жидкости в переменном электрическом поле. - ДАН СССР, 1968, т.180, № 6, с. 1315.
6. Григорян С.С., Жигачев Л.И., Когарко Б.С., Якимов Ю.Л. Параметрический резонанс в сообщающихся сосудах при вертикальных переменных перегрузках. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 2, с.148.
7. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
8. Ганиев Р.Ф., Лапчинский В.Ф. Проблемы механики в космической технологии. М.: Машиностроение, 1979.
9. Сорокин В.И. Об эффекте фонтанирования капель с поверхности вертикально колеблющейся жидкости. - Акуст. журн., 1957, т.3, вып.3.

ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ И СЛАБЫХ СИЛОВЫХ ПОЛЕЙ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ НЕКОТОРЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Э.Л.Калязин, А.Г.Меднов

Тенденция повышения эффективности космических программ, наметившаяся в последнее десятилетие, проявилась в увеличении и усложнении задач народнохозяйственного значения, решаемых с помощью космических летательных аппаратов, ИСЗ, долговременных орбитальных станций. Особый интерес и надежды вызвала возможность организации в космосе ряда технологических процессов, осуществление которых на Земле затруднено. Свойственные условиям космического полета состояние невесомости и слабые силовые поля первоначально планировалось использовать для очистки биологических препаратов, выращивания монокристаллов полупроводниковых материалов, производства композитных материалов и пеноматериалов, бесконтейнерной отливки химически чистых или активных металлов, изготовления литьем совершенных поверхностей, пустотелых металлических шариков, изготовления тонких пленок и мембран, литья изделий с регулируемой плотностью ([1], [2]).

В настоящее время уже имеется опыт практического апробирования некоторых технологических процессов в условиях невесомости, известны результаты уникальных экспериментов, выполненных на околоземных орбитах. К сожалению, казавшиеся ранее очевидными предложения о технологии изготовления специальных материалов, о режимах процессов и т.д. оказались чрезвычайно сложными в реализации. Многие результаты опытов дали расхождения с ожидаемыми, потребовали дополнительного осмысливания.

Чтобы уменьшить вероятность получения неожиданных результатов при проведении технологических орбитальных экспериментов, необходимо тщательное предварительное изучение механизмов явлений и отработка элементов технологических процессов на Земле с имитацией условий невесомости.

Если проанализировать содержание многих технологических процессов, намеченных к исполнению в условиях космических полетов, нетрудно установить, что их объединяет общий признак — наличие многофазных смесей, в частности, во многих случаях встречаются системы жидкость-газ. Известно, что в условиях невесомости и слабых силовых полей поведение таких систем особенное: определяющее влияние на их состояние оказывают силы поверхностного натяжения, проявляются капиллярные эффекты и особые виды тепловой конвекции (термокапиллярная, термоконцентрационная).

Изучением особенностей физико-механических процессов в двухфазных системах (жидкость-газ) в состоянии, близком к невесомости. ис-

следователи занялись особенно интенсивно более 15 лет назад. В то время исследования были ориентированы на решение важных технических проблем проектирования и отработки газожидкостных систем летательных аппаратов, работоспособных в условиях космического полета.

Сейчас, когда эти технические проблемы решены и стали актуальными задачи космической технологии, интересно рассмотреть, можно ли полученные ранее методики и результаты исследований гидродинамических процессов использовать для моделирования технологических процессов (например, литья металлов) в условиях невесомости. Положительно ответить на этот вопрос позволяет не только наличие в обоих случаях газожидкостной системы, но и схожесть математической формулировки гидродинамической задачи и физических допущений: несжимаемость жидкости, малые скорости ее движения, отсутствие турбулентных течений, подобие емкостей, соизмеримость гидродинамических и тепловых критериев подобия. Остановимся на предложенных ранее при испытаниях технических систем методах исследования и некоторых полученных результатах, применимых, по-видимому, к технологическим процессам.

Изучение поведения газожидкостных систем в условиях невесомости проводилось с использованием теоретических и экспериментальных методов. Были разработаны математические модели движения жидкости со свободной поверхностью в осесимметричных емкостях, в том числе имеющих перегородки. Жидкость предполагалась идеальной, ее движение — безвихревым. Система нелинейных дифференциальных уравнений движения жидкости, частично заполняющей емкость, с учетом сил поверхностного натяжения, решалась конечно-разностным методом.

На свободной поверхности применялось сглаживание кубическими сплайн-функциями. Значительные алгоритмические трудности, связанные с логическим анализом реальных областей движения жидкости, включающих внутрибаковые перегородки, преодолены с помощью специального блока описания геометрии задачи. Некоторые результаты расчетов, выполненные на ЭВМ БЭСМ-6, приведены на рис. 1, где показаны формы свободной поверхности жидкости при колебаниях, вызванных изменением ускорения (a , $Bo = 50$), и при истечении из емкости (b , $We = 50$).

Одновременно с расчетами выполнялись экспериментальные исследования, основанные на методах физического моделирования. Экспериментальная база, где многократно испытывались различные гидравлические системы, включала наземный стенд невесомости типа "газовая пушка" и самолет-лабораторию. Ряд экспериментов, требовавших длительной невесомости, выполнен в условиях орбитальных полетов ИСЗ с помощью установок серии "Фреон". В опытах определялись конфигурации свободных поверхностей жидкости в емкостях различных форм, условия устойчивости и параметры движения жидких наполнений баков при действии переменных силовых полей, в том числе при колебаниях и вращении баков.

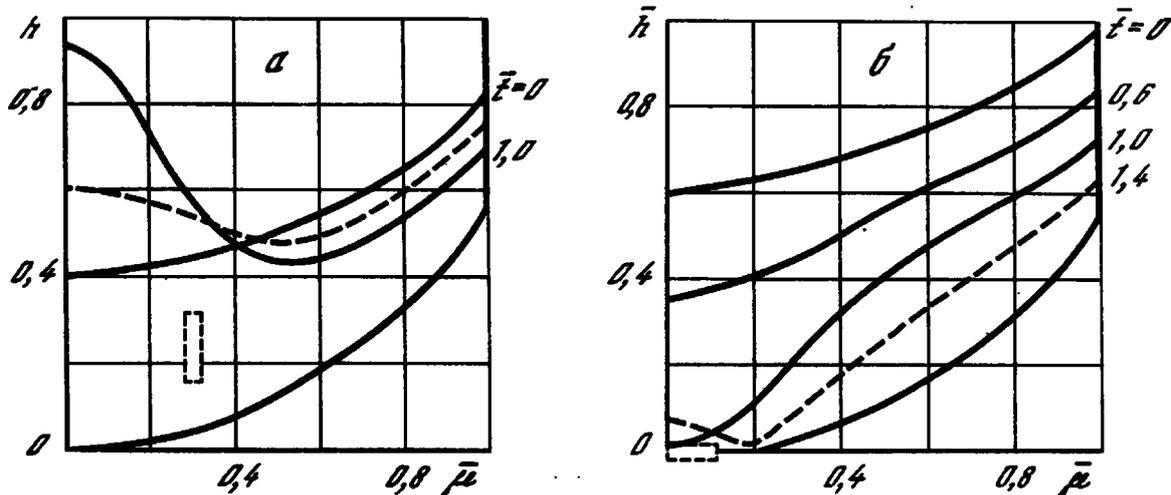


Рис. I

изучалось дробление газовой фазы, вдув газа в жидкость, сепарация газовых пузырьков в слабом силовом поле, электрофорез и т.д. Моделирование гидродинамических процессов осуществлялось по известным критериям подобия: числам Фруда $Fr = V^2/ngl$, Вебера $We = \rho V^2 l / \sigma$, Рейнольдса $Re = Vl/\nu$, Струхала $Sh = Vt/l$, где V - скорость движения жидкости; n - перегрузка; g - ускорение свободного падения; l - характерный линейный размер; ρ - плотность жидкости; σ , ν - коэффициенты поверхностного натяжения и кинематической вязкости, соответственно; t - время. Часто использовалось также число Бонда $Bo = \rho n g l^2 / \sigma$. Числа We , Fr , Re считались главными. Так как в подобных процессах соответствующие критерии для модели и природы должны быть равными, определялись выражения для масштабов моделирования

$$n_0 = \sigma_0 \rho_0^{-1} l_0^{-2}, \quad V_0 = \sigma_0^{1/2} \rho_0^{-1/2} l_0^{-1/2}, \quad \nu_0 = \sigma_0^{1/2} \rho_0^{-1/2} l_0^{1/2}, \\ \omega_0 = \sigma_0^{1/2} \rho_0^{-1/2} l_0^{-3/2}, \quad \varepsilon_0 = \sigma_0 \rho_0^{-1} l_0^{-3}, \quad t_0 = \sigma_0^{-1/2} \rho_0^{1/2} l_0^{3/2}.$$

Здесь индекс "0" означает отношение соответствующих модельных величин к натурным. Используя масштабные соотношения, подбирались необходимые размеры моделей, свойства модельной жидкости и условия эксперимента.

Так как в большинстве случаев было необходимо воспроизводить целый комплекс одновременно протекающих процессов, учет всех факторов влияющих на поведение газожидкостных систем, чрезвычайно усложнял задачу, делая ее часто неразрешимой. В экспериментах осуществлялось обычно неполное моделирование по критериям, определяющим поведение жидких масс в конкретных процессах.

Остановимся на некоторых результатах выполненных экспериментов, которые могут оказаться полезными при организации технологических процессов в невесомости.

В серии экспериментов изучались процессы, происходящие с жидкими массами при переходе к состоянию невесомости. В качестве критериев

подобия использовались числа Вебера и Рейнольдса. При неполном моделировании определяющим считалось число Вебера. Параметры движения жидкости, частично заполняющей модель сферической или цилиндрической формы, определялись в зависимости от физических свойств жидкости и коэффициентов заполнения. На рис.2 показана зависимость безразмерного времени $\bar{t} = t \epsilon^{1/2} \rho^{-1/2} \ell^{-3/2}$ перехода различных жидкостей к состоянию невесомости в сферическом сосуде от степени его заполнения (1 - керосин, 2 - бензин, 3 - эфир, 4 - идеальная жидкость). Характер изменения безразмерной скорости движения границы контакта жидкости со стенкой сосуда $\bar{V} = V \epsilon^{-1/2} \rho^{1/2} \ell^{1/2}$ от безразмерного времени \bar{t} при движении под действием сил поверхностного натяжения показан на рис.3 для различных коэффициентов заполнения ξ . Было установлено, что параметры движения жидкости под действием поверхностных сил существенно зависят от вязкости (числа $Re < 10^3$). На рис.4 приводятся диапазоны безразмерных скоростей растекания жидкости по стенке сосуда в зависимости от коэффициента динамической вязкости $\mu = \nu \rho$.

Было выполнено большое количество экспериментов, в которых воспроизводился переход жидкости от состояния невесомости к гравитации. В этих экспериментах предварительно создавались условия невесомости, в которых жидкость принимала равновесную конфигурацию. Затем на нее действовали продольные, либо центростремительные ускорения. В большинстве случаев соблюдалось неполное подобие. Определяющим было число Фруда. Подобие по числу Рейнольдса не выполнялось, но ошибки из-за этого невелики, так как значение чисел $Re > 10^4$, и влиянием вязких сил на начальных стадиях процесса движения можно пренебречь.

Если в невесомости на жидкость с сильно искривленной свободной поверхностью действуют ускорения, направленные в сторону жидкой фазы, возникают центральные всплески типа кумулятивной волны, интенсивность которых зависит от формы сосуда, массы жидкости, вовлекаемой в движение, величины ускорения и физических свойств жидкости. На рис.5 приведены зависимости безразмерной скорости $\bar{V} = V(n g \ell)^{-1/2}$ центрального всплеска от числа Бонда $Bo = \rho n g \ell^2 / \epsilon$ для различных степеней заполнения сферического сосуда. Из графиков видно, что движение перестает зависеть от поверхностных сил при числах $Bo > 10^3$.

Аналогично изменяются параметры движения жидкости при действии на жидкость со свободной поверхностью в невесомости отрицательных ускорений, направленных в сторону газовой фазы. Под действием этих ускорений жидкость, расположенная в условиях невесомости в одном районе емкости, перемещается в противоположный район. Движения газовой фазы происходят в противоположную сторону. Зависимость безразмерной скорости перемещения газовой фазы $\bar{V} = V(n g \ell)^{-1/2}$ в цилиндрическом сосуде при действии отрицательных перегрузок от числа Бонда показана на рис.6. Экспериментальные результаты хорошо аппроксими-

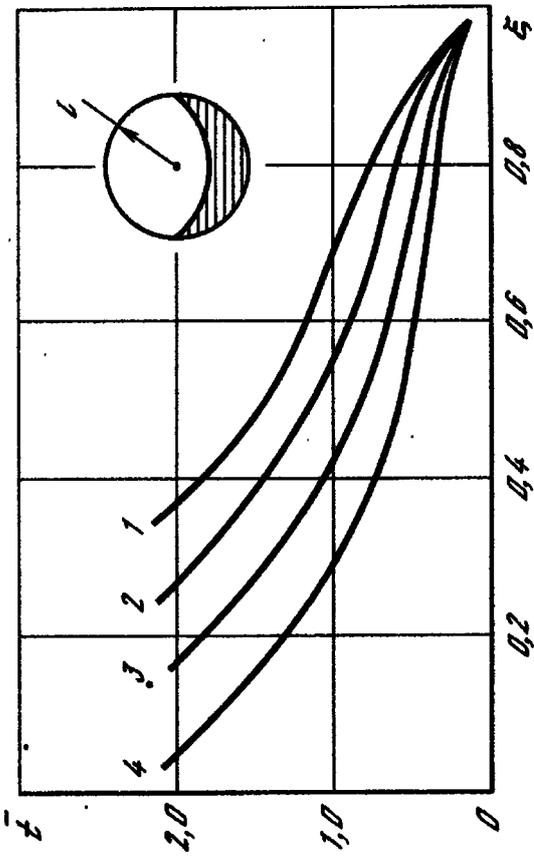


Рис.2

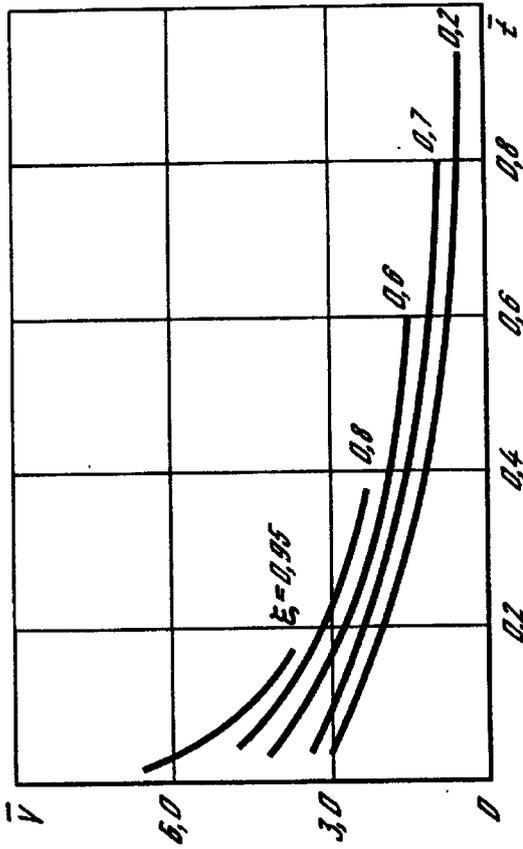


Рис.3

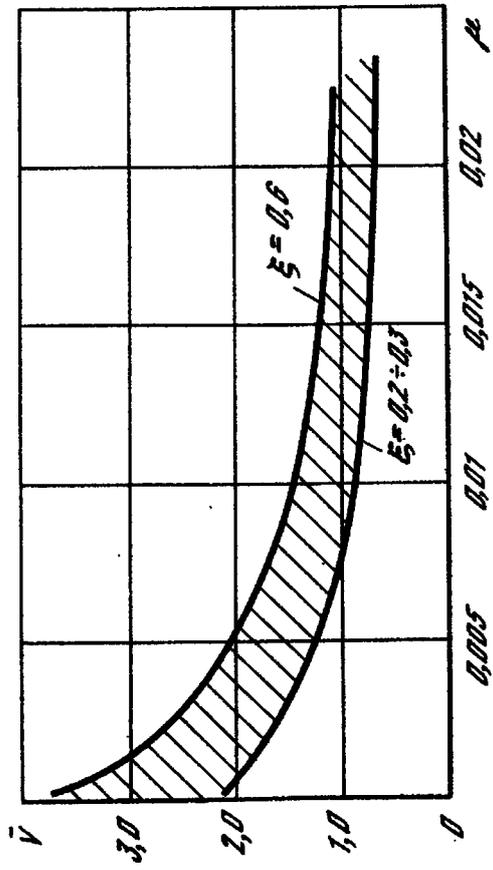


Рис.4

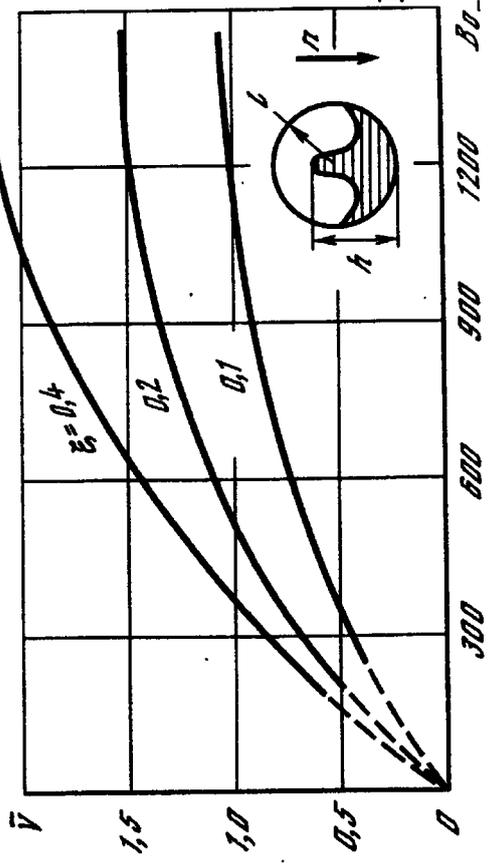


Рис.5

мируются формулой

$$V = 0,5 \sqrt{ng\ell} \left[1 - \left(\frac{3,35}{Bo} \right)^{Bo/12} \right].$$

Как и раньше, автомодельность по числу Бонда наступает при $Bo > 10^3$. Значения критического числа Бонда, при котором нарушается устойчивость свободной поверхности при действии отрицательных ускорений, лежит в диапазоне $Bo = 1,8 + 3,4$. Во многих технологических процессах, требующих высокой точности изготовления деталей (например, литье сферических поверхностей), остаточные ускорения, соответствующие числу Бонда, равному и меньшему критического, будут мешать требуемому формообразованию, так как вызывают движение свободной поверхности жидкости, искажают ее конфигурацию.

Чувствительность газообразной и жидкой фаз в емкостях к малым остаточным перегрузкам ($n \geq 10^{-4}$) предъявляет повышенные требования к программе экспериментов, выполняемых на орбите.

Большая серия экспериментов была посвящена изучению процессов дробления газовой фазы. Загазовывание жидкости осуществлялось механическим встряхиванием в невесомости емкостей, частично заполненных жидкостями. Для этих целей использовалась установленная на борту летающей лаборатории экспериментальная установка, представляющая собой центрифугу, совершающую угловые реверсивные развороты с жидкостью вокруг поперечной оси. Выполнялось приближенное моделирование переходных процессов по числам Fr и We .

Опыты показали, что сильнее всего газовая фаза дробится при разворотах центрифуги на углы $10^\circ - 30^\circ$. Жидкая фаза практически по всему объему насыщается газовыми пузырьками после 3 + 5 реверсивных разворотов.

Средний размер газовых пузырьков, образующихся при перетекании жидкости и дроблении газовой фазы и их количество зависят не только от физических свойств, но и от кинетической энергии жидкости. В качестве параметра, влияющего на процесс, использовалось число Бонда $Bo = \rho n g \ell^2 / \sigma$ и его модификации $Bo^* = \rho n g h w / \sigma \ell^2 = \pi \rho n g L^2 (1 - \xi) / \sigma$, где h - расстояние между центрами масс жидкости в начальном (условия невесомости) и конечном состоянии, ℓ - радиус сосуда, w - объем жидкости, ξ - коэффициент заполнения сосуда, L - длина цилиндрической емкости.

Экспериментально установлено (рис.7), что при переориентации жидкости, средний безразмерный радиус газовых пузырьков, образующихся в жидкости под действием малых ускорений $Bo < 10^2$, достаточно точно подсчитывается по формуле

$$\bar{r} = \frac{r}{\ell} = \frac{1}{\sqrt{Bo}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho n g \ell^2}},$$

при $Bo > 10^3$ $\bar{z} = z/l = 2\kappa/mBo^* = 2\kappa\epsilon/m\xi\rho n g L l$,
 где $\kappa = 0,5 + I$ (отношение объема газовых пузырьков, перемешанных с жидкостью, к объему последней), m - часть энергии, расходуемая на образование пузырьков ($m = 0,1 + 0,0I$).

Загазовывание в невесомости можно производить вдувом газа в сосуд с жидкостью. Проведенные эксперименты показали, что при вдуве порции газа со скоростью $V = 1 + 4$ м/с непосредственно в жидкость образуется "факел" мелких газовых пузырьков, размеры которых могут быть оценены по формуле $z = K_1 \sqrt{\epsilon l / \rho V^2}$, где $K_1 = 2 + 3$; l - глубина проникновения газовой струи в жидкость. Степень загазованности при этом получается различной в зависимости от организации процесса вдува газа и дренажирования емкости. Вдув порции газа в газовую подушку приводит к искажению поверхности жидкости с незначительным загазовыванием ее поверхностного слоя.

При необходимости разделения жидкой и газообразной фаз в емкости и сепарации газовых пузырьков может быть использовано поле центробежных ускорений. На длительность процесса сепарации влияют размеры газовых пузырьков, величина центробежных ускорений и вязкость жидкости. На рис.8 приведена зависимость безразмерного времени сепарации $\bar{t} = t \nu^{-3} \rho^{-2} \epsilon^2$ от числа Бонда, полученная при загазовывании жидкости путем механического встряхивания емкости.

В невесомости существенное влияние на форму свободной поверхности и на распределение газовых пузырьков в жидкости оказывают остаточные движения жидкости. В серии экспериментов, выполненных в условиях длительной невесомости, было определено изменение скорости жидкости в сферическом сосуде по времени после прекращения движения емкости (рис.9). Экспериментальная зависимость аппроксимируется формулой $V = V_0 e^{-\beta t}$, где $\beta = 0,02 Re^{0,3}$, $10^3 < Re < 10^5$.

Экспериментальные результаты, полученные в ходе исследований гидродинамических процессов в условиях невесомости и слабых силовых полей, могут найти применение при организации некоторых технологических процессов на орбите ИСЗ.

По сравнению с гидродинамическими, технологические процессы в условиях невесомости требуют учета большего числа факторов: теплообмена, фазовых превращений, термокапиллярной и термогравитационной конвекции и т.д.

Одновременное выполнение всех критериев подобия при моделировании технологических процессов в большинстве случаев невозможно и целесообразно изучать не весь процесс в целом, а его отдельные этапы и вести частичное моделирование каждого при выполнении определяющих критериев.

Эксперименты на наземных стендах невесомости и летающих лабораториях на модельных жидкостях, дающие возможность обеспечить визуа-

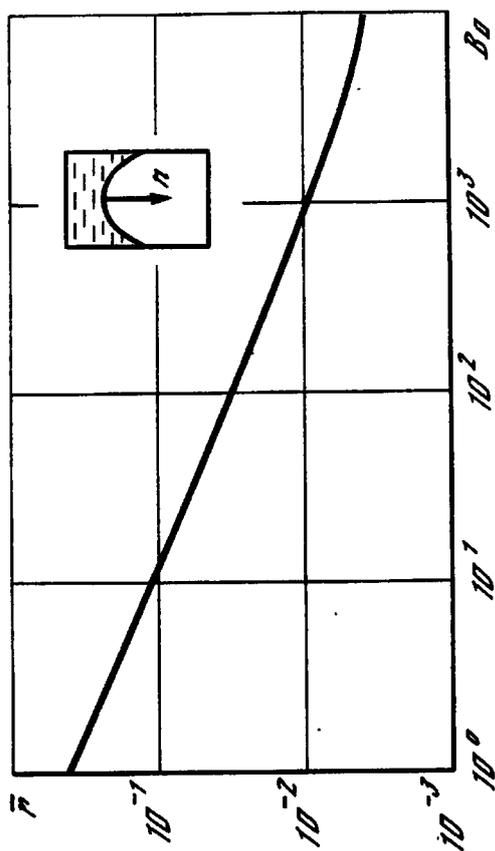


Рис.7

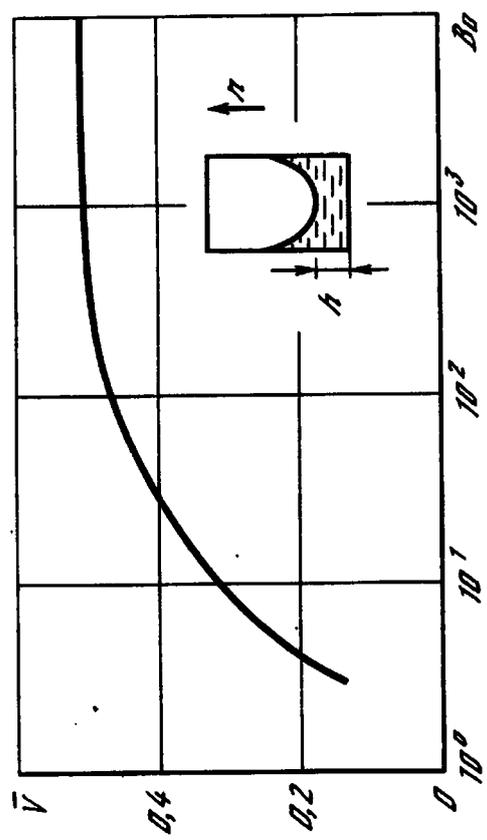


Рис.6

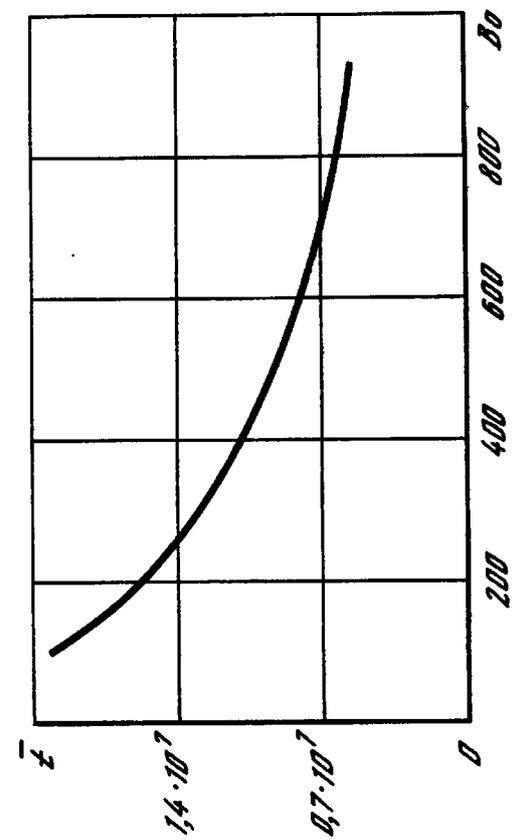


Рис.8

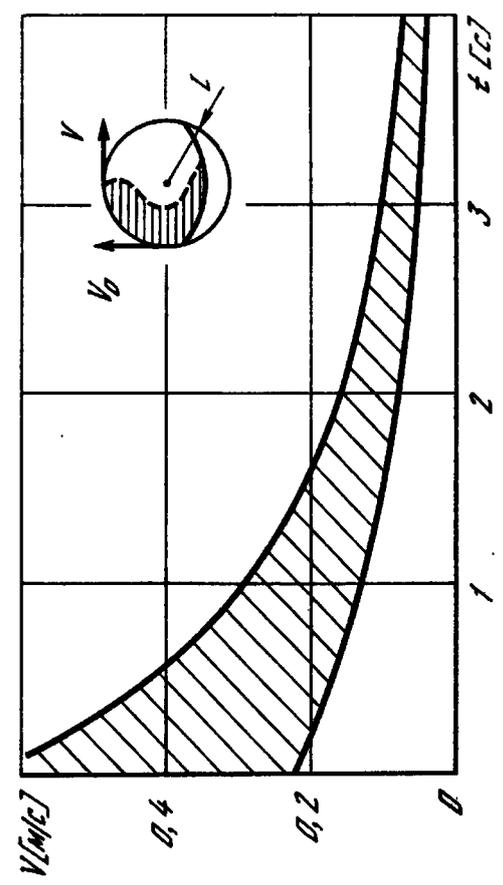


Рис.9

лизацию процессов, способствуют ускорению отработки практических технологических процессов с реальными материалами.

Л и т е р а т у р а

1. Беляков И.Т., Борисов Ю.Д. Технология в космосе. М.: Машиностроение, 1974.
2. Ганиев Р.Ф., Лапчинский В.Ф. Проблемы механики в космической технологии. М.: Машиностроение, 1978.

УДК 629.78:532.65

О РАВНОВЕСНЫХ ФОРМАХ РАСПЛАВА ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ПОЛУПРОВОДНИКА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АМПУЛЕ

И.В.Бармин, А.С.Сенченков

Большинство полупроводников плавятся с уменьшением объема [1]. Поэтому при выращивании в ампуле полупроводниковых кристаллов методом направленной кристаллизации, всегда имеется свободная поверхность расплава, даже если исходный слиток занимал весь объем ампулы. Кроме того, в процессе роста кристалла свободная поверхность расплава перемещается, так как изменяется объем, занимаемый газовой фазой.

Вопрос о том, какую форму имеет свободная поверхность расплава и как она изменяется во времени, имеет большое значение для практики. Это значение определяется, в основном, следующими тремя факторами:

- при образовании свободной поверхности происходит отрыв расплава от стенки ампулы, что приводит к резкому ослаблению теплообмена между расплавом и ампулой в этом месте;
- при наличии температурных градиентов вдоль свободной поверхности расплава создаются благоприятные условия для развития термокапиллярной конвекции, что может существенно повлиять на процессы тепло- и массопереноса в расплаве;
- при определенных условиях, как будет показано ниже, может происходить скачкообразное изменение формы свободной поверхности расплава, что приведет к появлению гидродинамических и температурных возмущений на фронте кристаллизации.

Рассмотрим задачу о форме свободной поверхности расплава и ее эволюции при следующих допущениях.

1. Процесс квазистационарный, т.е. в каждый момент времени форма поверхности равновесная,
2. Температура в объеме расплава постоянна.

Первое допущение следует из того, что скорость кристаллизации очень мала (порядка нескольких мм/час), второе выполняется приблизительно в ампулах малых размеров, которые используются в настоящее время в космических экспериментах.

Как известно [2], для равновесия жидкости при заданном объеме газовой фазы достаточно выполнения условия Лапласа на свободной поверхности и условия Дюпре - Юнга на линии контакта жидкости со стенкой. Эти условия, в принципе, могут выполняться для разных форм свободной поверхности. Если ограничиться цилиндрической ампулой радиуса R и длиной L , то в осесимметричном случае для несмачивающей жидкости равновесная поверхность может иметь формы, показанные на рис.1. Возможны также комбинации формы Γ с формами А, Б и В.

Диапазоны значений объема газовой фазы v , при которых может реализоваться та или иная форма, определяются из геометрических соображений. Эти области показаны на рис.2. Сплошной линией показаны верхние границы области, пунктирной - нижние. Буквы показывают, к какой форме относится данная кривая. Из рис.2 следует, во-первых, что при одном и том же объеме газовой фазы в общем случае могут реализоваться несколько равновесных форм жидкости, а во-вторых, в процессе кристаллизации в определенные моменты времени происходит переход от одной равновесной формы к другой.

Вопрос о том, какая из возможных форм будет с большей вероятностью реализовываться на практике, решается при сделанных допущениях с помощью принципа минимума потенциальной энергии [2,3]. Потенциальная энергия U для системы "расплав - ампула - газ" имеет вид [2]

$$U = \sigma \Sigma + \sigma_0 \Sigma_0 + \sigma_1 \Sigma_1 + \rho \int_{\Omega} \Pi d\Omega, \quad (1)$$

где Σ , Σ_0 , Σ_1 - площадь поверхности контакта жидкости и газа, ампулы и газа, жидкости и ампулы, соответственно, σ , σ_0 , σ_1 - коэффициенты поверхностного натяжения на этих поверхностях, ρ - плотность жидкости, Ω - объем, занимаемый жидкостью, Π - потенциал массовых сил. Если на расплав действует однородное поле массовых сил, направленное вдоль оси ампулы z , то $\Pi = n g_0 z$, где n - перегрузка, а g_0 - ускорение силы тяжести на Земле. Примем за характерное значение потенциальной энергии величину

$$U_* = 2\pi R \sigma_1 (L+R) + (B/2) \pi \sigma L^2 \quad (2)$$

(где $B = n g_0 \rho R^2 / \sigma$ - число Бонда), т.е. потенциальную энергию рассматриваемой системы в случае, когда жидкость занимает весь объем ампулы. Оценим число Бонда при характерных значениях входящих в него параметров. Имеем $\rho \approx 5000 \text{ кг/м}^3$, $n = 10^{-3} + 10^{-5}$, $R \approx 0,01 \text{ м}$, $\sigma = 0,52 \text{ дж/м}^2$. Тогда $B = 10^{-2} + 10^{-4}$. При таких числах B равновесная форма поверхности расплава практически не отличается от формы при полной невесомости [2,4] и ее можно рассчитывать, исходя из условия $n = 0$.

Учитывая равенства

$$\Sigma_0 = -\Delta \Sigma_1 = 2\pi R (L+R) - \Sigma_1, \quad \sigma \cos \alpha_0 = \sigma_1 - \sigma_0, \quad (3)$$

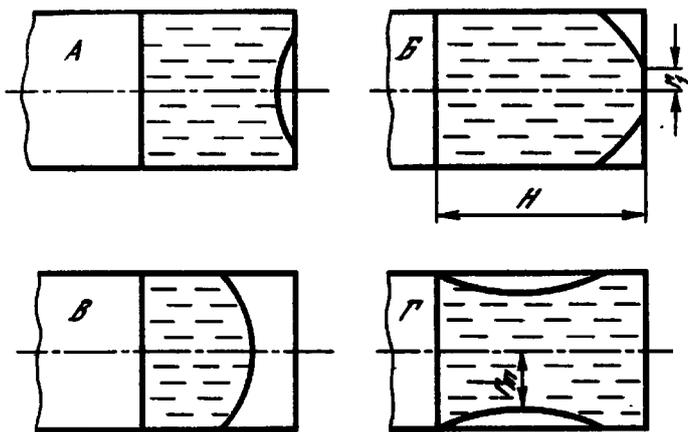


Рис.1

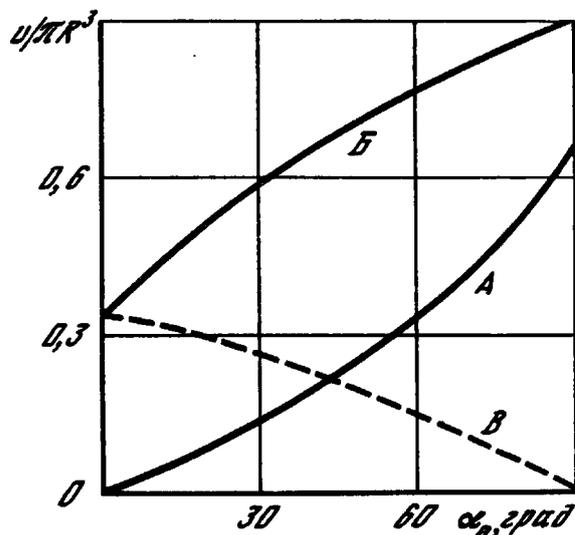


Рис.2

где α_0 - угол, дополнительный к углу смачивания, для изменения величины потенциальной энергии при появлении свободной поверхности получим в случае полной невесомости

$$\Delta U_0 = \sigma (\Sigma - \cos \alpha_0 \Sigma_0). \quad (4)$$

Вычисляя величину ΔU_0 для каждой из рассматриваемых равновесных форм поверхности расплава, можно найти наиболее устойчивую с термодинамической точки зрения. Для вычисления площадей Σ и Σ_0 необходимо определить равновесную линию. Для форм А и В - это дуга окружности, равновесные линии для форм В и Г строятся методом, описанным в [2].

Проведя соответствующие вычисления, получим

- для формы А

$$\frac{\Delta U_0}{\pi R^2 \sigma} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\alpha_0}{2} \right) (2 + \cos \alpha_0) \left(\frac{V}{V_m} \right)^{2/3}, \quad (5)$$

где V_m - максимально возможный объем газовой фазы для данной формы (см. рис.2),

$$V_m = \frac{\pi R^3}{3 \cos^3 \alpha_0} (2 - 3 \cos \alpha_0 + \cos^3 \alpha_0);$$

- для формы В (см. рис.1)

$$\frac{\Delta U_0}{\pi R^2 \sigma} = \frac{2 \Delta I_2}{q_1^2} - \left(1 - \rho_1^2 + \frac{2 \Delta I_1}{q_1^2} \right) \cos \alpha_0, \quad (6)$$

где $\rho_1 = r_1/R$, $q_1 = 2(\cos \alpha_0 - \rho_1 \sin \alpha_0)/(1 - \rho_1^2)$,

$$\Delta I_1 = (1 + a_1) \left[E \left(\frac{\tau_2}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) - E \left(\frac{\tau_1}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) \right] +$$

$$+ (1 - a_1) \left[F \left(\frac{\tau_2}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) - F \left(\frac{\tau_1}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) \right],$$

$$\Delta I_2 = 2(1 + a_1) \left[E \left(\frac{\tau_2}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) - E \left(\frac{\tau_1}{2}, \frac{2\sqrt{a_1}}{a_1 + 1} \right) \right],$$

$$a_1 = \sqrt{q_1^2 - 2q_1 \cos \alpha_0 + 1},$$

$$\tau_1 = \arccos \left(\frac{q_1^2 - 1 - a_1^2}{2a_1} \right), \quad \tau_2 = \arccos \left(\frac{q_1^2 \rho_1^2 - 1 - a_1^2}{2a_1} \right),$$

F, E - эллиптические интегралы I - го и 2 - го рода, соответственно.

Объем газовой фазы для этой формы связан с величинами, входящими в формулу (6) следующим соотношением

$$v = \frac{2\pi R^3}{3q_1} \left[\left(1 + \frac{\cos \alpha_0}{q_1}\right) \Delta I_1 - \frac{2\Delta I_2}{q_1^2} + \sin \alpha_0 - \rho_1^2 \cos \alpha_0 \right], \quad (7)$$

- для формы В

$$\frac{\Delta U_0}{\pi R^2 \epsilon} = \frac{2(1 + \sin \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0)}{3(1 + \sin \alpha_0)} - \left(1 + \frac{2v}{\pi R^3}\right) \cos \alpha_0, \quad (8)$$

- для формы Г (см. рис. I)

$$\frac{\Delta U_0}{\pi R^2 \epsilon} = \frac{4}{q_2} \left(\frac{\Delta J_2}{q_2} - \Delta J_1 \cos \alpha_0 \right), \quad (9)$$

где $\rho_2 = r_m/R$, $q_2 = 2(\cos \alpha_0 - \rho_2)/(1 - \rho_2^2)$,

$$\Delta J_1 = (1 - a_2) \left[F\left(\frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) - F\left(\frac{\tau_0}{2}, \frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) \right] +$$

$$+ (1 + a_2) \left[E\left(\frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) - E\left(\frac{\tau_0}{2}, \frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) \right],$$

$$\Delta J_2 = 2(1 + a_2) \left[E\left(\frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) - E\left(\frac{\tau_0}{2}, \frac{2\sqrt{a_2}}{a_2+1}\right) \right],$$

$$\tau_0 = \arccos \left((q_2 \cos \alpha_0 - 1)/a_2 \right), \quad a_2 = 1 - \rho_2 q_2.$$

Для объема газовой фазы в этом случае имеем

$$v = \frac{4\pi R^3}{3q_2} \left[\left(1 + \frac{\cos \alpha_0}{q_2}\right) \Delta J_1 - \frac{2\Delta J_2}{q_2^2} - \rho_2^2 \sin \alpha_0 \right]. \quad (10)$$

Используя полученные выражения (5)-(10), можно построить зависимость ΔU_0 от v . Такая зависимость для угла смачивания 150° показана на рис. 3. Аналогичный результат получается и для других углов смачивания (рассматривался случай несмачивающей жидкости, $\alpha_0 < 90^\circ$). От объема газовой фазы можно перейти к соответствующей длине расплавленной части кристалла H , используя соотношение

$$v = v_0 + (1 - \rho_s/\rho) \pi R^2 H,$$

где v_0 - объем газовой фазы в ампуле до плавления, ρ_s - плотность кристалла.

Приведенные зависимости позволяют выявить следующие закономерности поведения расплава в невесомости. Из рассмотренных равновесных форм наиболее устойчивыми с термодинамической точки зрения являются формы Б и В, т.е. они с большей вероятностью будут реализовываться в космических экспериментах. В области, где может существовать как форма Б, так и форма В, более устойчивой является форма В. Однако

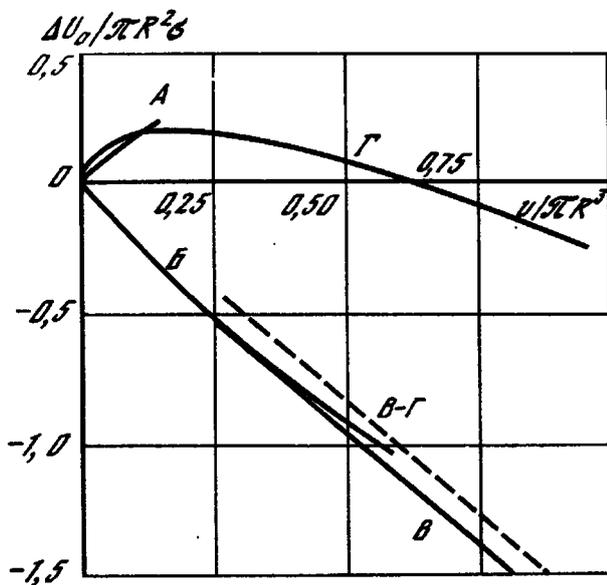


Рис.3

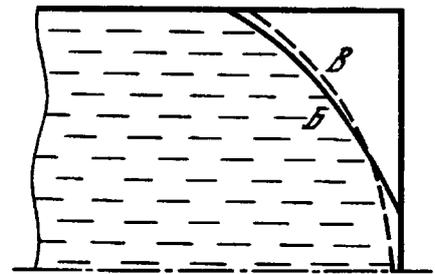


Рис.4

разница в величинах свободной энергии этих форм настолько мала, что небольшие возмущения могут приводить к переходу от одной формы к другой и обратно. При этом, кроме гидродинамических возмущений, будут возникать также и температурные возмущения, так как при переходе скачком изменяется площадь контакта расплава с торцевой стенкой ампулы. На рис.4 показаны эти формы для угла смачивания 150° при одном и том же объеме газовой фазы.

Комбинация формы Γ с формами B или B' также может иметь потенциальную энергию, лишь незначительно превышающую значение для наиболее устойчивой формы B (или B'). На рис.3 приведена потенциальная энергия комбинированной формы $B - \Gamma$ при $\rho_2 = 0,95$. Поэтому при благоприятных условиях в действительности может реализоваться и комбинированная форма. Этот вывод подтверждается результатами проведенных экспериментов по кристаллизации антимонида индия на орбитальной станции *SkyLab* [5]. В одном из двух аналогичных экспериментов вырос цилиндрический кристалл, т.е. реализовалась форма B , а в другом - кристалл с "шейкой", т.е. реализовалась форма Γ или ее комбинация с формой B . Аналогичный кристалл антимонида индия с уменьшенным диаметром был получен в эксперименте на установке "Сплав" [6].

Указанные закономерности были получены для условий полной невесомости. Но поскольку потенциальная энергия является непрерывной функцией перегрузки, они верны и при некоторых n , удовлетворяющих условию $|n| < n_k$, где n_k - критическое значение перегрузки. Существование такого значения связано с тем, что вклад массовых сил в потенциальную энергию системы для разных форм расплава различен. Это следует из формулы для изменения потенциальной энергии при наличии перегрузок

$$\Delta U = \Delta U_0 - \frac{\rho g}{R^2} \int z dv. \quad (II)$$

Так как интеграл в правой части соотношения (II) зависит от формы расплава, то, начиная с некоторой величины B , минимум потенциальной энергии будет соответствовать уже иной форме, по сравнению со случаем полной невесомости. Например, при отрицательных перегрузках для $L/R = 10$, $\nu/\sigma R^3 = 2,58$ и $\rho_2 = 0,8$ при $|B| > 0,3$ наиболее устойчивой является комбинированная форма $B - \Gamma$. Это критическое число Бонда по абсолютной величине значительно меньше критического числа $B = -2$ для односвязной равновесной поверхности в цилиндре [2].

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. В процессе направленной кристаллизации полупроводников в ампуле при определенных положениях фронта кристаллизации происходит, как правило, переход от одной равновесной формы расплава к другой. Такой переход может вызвать как гидродинамические, так и температурные возмущения в расплаве.

2. Получены наиболее устойчивые с термодинамической точки зрения формы расплава в цилиндрической ампуле.

3. Показано сильное влияние малых перегрузок на равновесную форму расплава.

Л и т е р а т у р а

1. Глазов В.М., Чижевская С.Н., Глаголева Н.Н. Жидкие полупроводники. М.: Наука, 1967.
2. Гидромеханика невесомости/Под ред. А.Д.Мышкиса. М.: Наука, 1976.
3. Сычев В.В. Сложные термодинамические системы. М.: Энергия, 1977.
4. Concus P. Static menisci in a vertical right circular cylinder. - J. Fluid Mech., 1968, vol. 34, p. 3.
5. Witt A.F., Gatos H.C., Lichtensteiger M. et al. Crystal growth and segregation under zero gravity: InSb. - J. Electrochem. Soc. 1975, vol. 122, N 2.
6. Бармин И.В., Земсков В.С., Раухман М.Р. и др. Тепло- и массоперенос в расплаве при кристаллизации антимонида индия в невесомости. - Наст.сборник.

УДК 532

ГИДРОМЕХАНИКА НЕВЕСОМОСТИ: НЕКОТОРЫЕ НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

В.Г.Бабский, Н.Д.Копачевский, А.Д.Мышкис,
Л.А.Слобожанин, А.Д.Тюпцов

В предлагаемом докладе мы вновь хотим обратить внимание на ряд нерешенных задач, уже обсуждавшихся в книге авторов "Гидромеханика невесомости" [1]. Некоторые из этих задач представляют не только

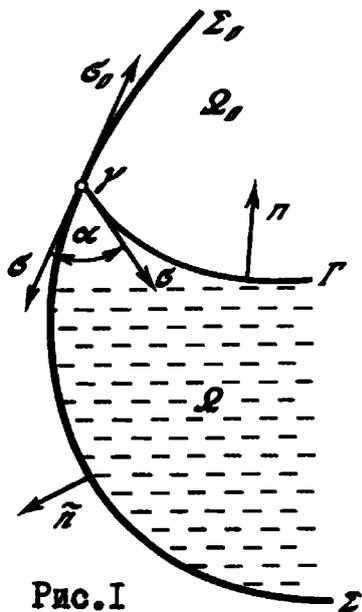


Рис. I

теоретический, но и прикладной интерес. Первый класс задач относится к гидростатике, в рамках которой исследуется форма и устойчивость равновесной поверхности жидкости Γ (см. рис. I), разделяющей объем жидкости Ω и газа Ω_0 и примыкающей к стенке сосуда, часть которой смочена (Σ), а часть не смочена (Σ_0). Потенциальная энергия этой системы равна

$$U(\Omega) = \sigma |\Gamma| + \tilde{\sigma} |\Sigma| + \sigma_0 |\Sigma_0| + \rho \int \Pi(x) d\Omega, \quad (1)$$

где $|\Gamma|$, $|\Sigma|$, $|\Sigma_0|$ и $\sigma, \tilde{\sigma}, \sigma_0$ - площади соответствующих поверхностей и коэффициенты поверхностного натяжения на них, ρ - плотность жидкости, а

$\Pi(x)$ - плотность потенциала массовых сил. Объем жидкости естественно считать заданным

$$\int_{\Omega} d\Omega = \nu. \quad (2)$$

Из условия равенства нулю первой вариации потенциальной энергии ($\delta U = 0$) мы получаем дифференциальное уравнение для нахождения свободной поверхности Γ

$$\rho \sigma^{-1} \Pi(x) - k_1(x) - k_2(x) + c = 0 \quad (x \in \Gamma) \quad (3)$$

(k_1 и k_2 - кривизны главных нормальных сечений Γ) и краевое условие на линии смачивания γ (условие Дюпре-Юнга)

$$n(x) \tilde{n}(x) + \cos \alpha = 0 \quad (x \in \gamma) \quad (4)$$

где α - угол смачивания (рис. I).

В задачах, обладающих определенной симметрией, форма равновесной поверхности характеризуется одной кривой на Γ , дифференциальные уравнения поверхности сводятся к обыкновенным, а задача о равновесии сводится к нахождению соответствующего участка на одной из интегральных кривых этих уравнений. Если семейство интегральных кривых однопараметрическое, а рассматриваемые на каждой кривой ее участки имеют общий конец, то можно построить номограммы, позволяющие эффективно находить равновесные формы жидкости в произвольном сосуде при различных значениях объема жидкости, угла смачивания и интенсивности силового поля. Такие номограммы построены [1] для осесимметричных односвязных равновесных поверхностей жидкости в поле сил тяжести и поле центробежных сил, а также для связных цилиндрических поверхностей (жидкость в канале под действием сил тяжести), симметричных относительно срединной плоскости. Для двусвязных осесимметричных и цилиндрических несимметричных поверхностей подобный подход затруднен наличием дополнительного параметра. И хотя формально это

увеличение числа параметров компенсируется добавлением второго краевого условия, эффективный алгоритм построения таких решений, за исключением простых случаев, пока не получен. В частности, представляет интерес расчет осесимметричных (в особенности устойчивых) форм равновесия жидкости в тороидальном сосуде и на не полностью покрытом жидкостью дне цилиндра, а также условий перехода этих форм в неосесимметричные и обратно при изменении объема жидкости. Отметим, что появляющиеся в многосвязных задачах дополнительные геометрические параметры усложняют эффективное использование условий устойчивости.

Представляется важным дальнейшее развитие численных методов, пригодных для расчета пространственных равновесных состояний. Интересно, в частности, сочетание таких методов с шагами по параметрам задачи, начиная от их комбинации, для которой решение находится просто.

Устойчивость равновесия жидкости в поле потенциальных сил исследуется в [1] на основе принципа минимума потенциальной энергии и сводится к выяснению знака второй вариации ($\delta^2 U \geq 0$). Последнее, в свою очередь, сводится к определению знака наименьшего собственного значения спектральной задачи относительно нормальной составляющей возмущения поверхности Γ . Однако для идеальной вращающейся жидкости, когда возможна гироскопическая стабилизация, эффективно проверяемое необходимое и достаточное условие устойчивости еще не получено. Кроме того, следует иметь в виду, что само определение понятия устойчивости равновесия жидкости со свободной поверхностью, восходящее еще к А.М.Ляпунову [2], требует серьезного обсуждения и уточнения.

Потеря устойчивости равновесных состояний жидкости при критических значениях параметров может выражаться в ее обрушивании (например, в перевернутом цилиндре). С другой стороны, это обрушивание может быть вызвано конечными возмущениями (толчками) при значениях параметров, далеких от критических. Здесь важно уметь определять запас устойчивости системы, т.е. разность ее потенциальных энергий в исследуемой точке минимума и в точке перевала, лежащей на границе потенциальной ямы, соответствующей этому минимуму.

Чтобы определить запас устойчивости в задачах гидростатики, нужно уметь строить ветви решений, уходящих в докритическую область. Примеры таких построений (методом Ляпунова-Шмидта) есть лишь вблизи критических значений параметров [1], и необходимы алгоритмы исследования этой задачи в общем случае.

Изложенная выше схема учета поверхностных сил, сводящаяся в случае равновесия с гладкой свободной поверхностью к условиям (3), (4) и эквивалентная условию стационарности потенциальной энергии при заданном объеме, является общепринятой. Однако реальное поведение

капиллярной жидкости не всегда укладывается в эту схему. Рассмотрим, например, вопрос о равновесии капли жидкости на наклонной плоскости в обычном поле силы тяжести. Ясно, что в этом случае функционал (I) не имеет стационарных точек – если каплю в целом сдвигать по поверхности вниз, то поверхностная энергия останется неизменной, а гравитационная энергия будет уменьшаться. При этом уравнение равновесия (3) несовместимо с условием Дюпре-Юнга (4) ни при каком значении угла смачивания $\alpha = const$.

С другой стороны, простейшие наблюдения показывают, что достаточно малая жидкая капля может находиться в равновесии даже на вертикальной пластине. При этом видно, что вдоль линии смачивания угол смачивания α непостоянен – внизу он больше, чем вверху. При плавном повороте пластины на 180° вокруг горизонтальной оси форма свободной поверхности изменяется, но линия смачивания не испытывает заметных изменений, и после поворота внизу угол смачивания опять будет больше, чем вверху. Значит, реально наблюдаемый угол смачивания не является вполне определенной величиной, зависящей только от физических свойств трех соприкасающихся сред – твердого тела, жидкости и газа. Он может принимать значения из некоторого интервала.

Одна из попыток объяснения этого факта состоит в предположении, что здесь сказывается влияние микрошероховатости поверхности пластины, гладкой в макроскопическом смысле. При этом считается, что микроскопический угол смачивания (с реальной поверхностью пластины) сохраняет постоянное значение, а наблюдаемый нами макроскопический угол смачивания (с осредненной поверхностью пластины) может принимать значения из некоторого интервала, зависящего от характеристик шероховатости. Высказывались также соображения, что описанное явление имеет гистерезисный характер.

В настоящее время нет ясного понимания этого вопроса, как нет и соответствующей методики расчета (например, критического размера капли, висящей на вертикальной стене).

Аналогичные трудности возникают при решении задач динамики капиллярной жидкости. Для идеальной жидкости эти трудности можно преодолеть, постулируя сохранение угла смачивания, тогда линии смачивания γ скользит по поверхности Σ (Σ_0), и поле скоростей непрерывно в угловой точке. Для вязкой жидкости условие прилипания выполняется всюду на твердой стенке, включая линию контакта, поэтому условие сохранения угла смачивания несовместимо с непрерывностью поля скоростей. Некоторые авторы придерживаются мнения, что условие Дюпре-Юнга (4) не выполняется в динамике. Так, в [3] в квазистационарном случае эта формула обобщается на течения с малыми числами Рейнольдса, откуда, в частности, следует, что при движении жидкости в окрестности линии контакта существуют "углы оттекания и

натекания", отличные от краевого угла в статике. Поэтому вопрос о правильном выборе граничного условия на контуре γ остается открытым. Здесь возможны различные модели: так, можно, например, предположить, что движение вблизи γ происходит так, как у частиц развертывающегося и свертывающегося ковра. Вероятно, для эффективного решения этой проблемы нужны в первую очередь физические исследования, как теоретические, так и экспериментальные.

Рассмотрим в качестве примера задачу о малых свободных движениях вязкой капиллярной жидкости, зависящих от времени по закону $\exp(-\lambda t)$ ([1], гл. VI)

$$\begin{aligned} -\nu \Delta u + \nabla p &= \lambda u, \quad \operatorname{div} u = 0 \quad (\text{в } \Omega), \\ u &= 0 \quad (\text{на } \Sigma), \quad u_{1,3} + u_{3,1} = u_{2,3} + u_{3,2} = 0 \quad (\text{на } \Gamma), \\ \lambda(-p + 2\nu u_{3,3}) &= B \hat{u} \quad (\text{на } \Gamma). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\nu > 0$ — кинематическая вязкость жидкости, $\hat{u} = u n$, B — так называемый оператор потенциальной энергии [1], через $u_{i,k}$ обозначены ковариантные производные ковариантного вектора u_i по k -ой координате. Когда имеется линия контакта γ поверхности жидкости Γ и твердой стенки $\Sigma \cup \Sigma_0$, то прежде всего возникает обсуждавшийся выше вопрос о выборе краевого условия на γ : условия сохранения краевого угла α

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial e} + \chi \hat{u} = 0 \quad (\text{на } \gamma) \quad (6)$$

$$(\ e - \text{нормаль к } \gamma \text{ в } \Gamma, \ \chi \text{ выписывается явно}), \text{ условия прилипания} \\ \hat{u} = 0 \quad (\text{на } \gamma) \quad (7)$$

или какого-либо третьего условия. Поэтому, в частности, строгие математические результаты получены лишь для случая, когда поверхности жидкости и сосуда не пересекаются. Но и в этом случае возникает интересная, пока еще не решенная проблема: доказать, что для произвольной области типа шарового слоя в потенциальном поле сил, приводящем к устойчивому состоянию равновесия, задача (5) имеет при любом λ не более конечного числа незначительных λ .

Укажем коротко на отдельные проблемы гидродинамики невесомости, разработанные еще менее, чем теория малых свободных колебаний, некоторые из таких проблем рассмотрены в книге [4]. Это прежде всего задачи, в которых возможна линеаризация, такие, как задачи о медленных движениях или о малых вынужденных колебаниях.

Из задач о стационарных движениях отметим осесимметричную задачу о свободном истечении или выдавливании жидкости из сосуда, если жидкость поступает в сосуд через его стенки или из бесконечности. Здесь особенно интересно было бы найти условия возникновения вращательного движения (закручивания воронки). Недостаточно изучены нестационарные задачи об эволюции (в особенности о разрушении) пу-

зыря или жидкой массы, не соприкасающихся с твердыми стенками. Представляет существенный интерес разработка эффективных вычислительных алгоритмов для нестационарных задач с эволюцией свободной поверхности - таких, как задачи о выдавливании жидкости из сосуда, о засасывании жидкости стенками при мгновенном переходе к невесомости, о переходе от покоя сосуда с жидкостью к его движению и т.п. Отметим принципиальную трудность, которая может возникнуть при столкновении в процессе эволюции порций жидкости, первоначально не смежных одна с другой.

Стационарные движения в условиях невесомости могут возникать в неравномерно нагретой жидкости в результате развития тепловой конвекции после потери устойчивости состояния равновесия. При этом, например, конвекция может быть вызвана силами самогравитации или термокапиллярными силами. Эти два вида тепловой конвекции рассмотрены в [1], причем особенно подробно в областях, форма которых наиболее естественна для условий невесомости - сфере и шаровом слое с твердыми или свободными границами. Решения, отвечающие свободноконвективным движениям, отходят от состояния равновесия, и эти ветви продолжаются по параметру методом Ляпунова-Шмидта. Возникающие при этом трудности зачастую связаны со сферической симметрией задачи. Действительно, пусть при нахождении границы устойчивости, т.е. при решении линеаризованных уравнений конвекции разложением в ряды по обобщенным сферическим функциям, выясняется, что наиболее "опасными" при потере устойчивости являются сферические гармоники с номером ℓ . Это приводит к $(2\ell+1)$ - кратному вырождению наименьшего собственного значения линеаризованной задачи для возмущений, и следовательно, к $(2\ell+1)$ - мерному уравнению разветвления. Любой учет симметрии позволяет уменьшить эту величину на 2, иногда 3 единицы. Так, для сферического сосуда, заполненного самогравитирующей жидкостью с распределенными источниками тепла, $\ell = 1$ и ответвляется единственное (с точностью до произвольного вращения) устойчивое стационарное осесимметричное решение [1]. Для жидкой капли $\ell = 2$ и ответвляются две ветви, по-видимому, обе устойчивые. Возникающая здесь проблема заключается в том, как в реальной системе при превышении критических значений параметров (в данном случае числа Рейля $Ra_{кр}$) осуществляется выбор между этими равноправными ветвями. С уменьшением толщины шарового слоя ℓ возрастает, и тем самым возрастает неоднозначность. Как показано в работе [5], учет вращения, даже малого, усложняет эту ситуацию: уже при $\ell = 1$, когда $Ra > Ra_{кр}$ кроме стационарного, ответвляется еще одно устойчивое автоколебательное решение, и выбор между этими ветвями определяется другими параметрами задачи.

Очевидно, что аналогичные проблемы возникнут в задаче о ветвлении решений уравнений термокапиллярной конвекции в областях со сфе-

рической симметрией, которые еще ждут своего решения. Здесь бифуркационным параметром будет служить число Марангони, а в понятие отвечающего решения входит не только поле скоростей, давлений и температуры, но и форма свободной поверхности, которая в закритической области отличается от сферической.

Л и т е р а т у р а

1. Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., Топцов А.Д. Гидромеханика невесомости. М.: Наука, 1976.
2. Ляпунов А.М. Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости. Собр. соч., т. III, Изд-во АН СССР, 1959.
3. Воинов О.В. Гидродинамика смачивания. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5.
4. Повицкий А.С., Любин Л.Я. Основы динамики и тепломассообмена жидкостей и газов при невесомости. М.: Машиностроение, 1972.
5. Chossat P. Etude, par la theorie des bifurcations, de la convection dans une domaine spherique en rotation. - These, Nice, 1977.

УДК 517.9:532

О МАЛЫХ КОЛЕБАНИЯХ КАПИЛЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ, ВРАЩАЮЩЕЙСЯ В ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОМ СОСУДЕ

Н.Д.Копачевский

Рассматривается задача о близких к равномерному вращению движениях идеальной жидкости, частично заполняющей произвольный сосуд, а также задача о собственных колебаниях такой системы; аналогичная задача изучается и для системы из нескольких несмешивающихся жидкостей.

Для эволюционной задачи исследуются общие условия существования и единственности обобщенного решения с конечной полной энергией, рассмотрены типичные классы свободных движений.

Для собственных колебаний - решений, зависящих от времени по закону $\exp(i\omega t)$ - получается спектральная задача вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \hat{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{w} \\ \eta \end{pmatrix} + 2\omega_0 \omega \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{w} \\ \eta \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} \bar{w} \\ \eta \end{pmatrix}. \quad (I)$$

Здесь ω_0 -угловая скорость вращения системы; \bar{w} и η - вихревая и потенциальная компоненты решения, через которые выражается поле смещений частиц жидкости; $\hat{B} = C^{-1/2} B C^{-1/2}$, $B = B^*$ - оператор потенциальной энергии системы, $B_\infty \ni C = C^* > 0$ - оператор кинетической энергии (для потенциальных движений); $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}^* = (A_{ik})_{i,k=1}^2$ - гироскопический оператор, связанный с кориолисовыми силами, $\|\mathcal{Q}\| < 1$.

Как показывают примеры, в идеальной жидкости, вращающейся в частично заполненном сосуде, имеются поверхностные волны, обусловлен-

ные действием капиллярных, гравитационных и центробежных сил, а также внутренние волны, обусловленные действием кориолисовых сил. В данном сообщении устанавливается наличие этих типов волн в произвольном сосуде.

Теорема 1 (о существовании и свойствах поверхностных волн). Пусть оператор потенциальной энергии системы положительно определен ($B \gg 0$) и выполнено условие

$$\lambda_{\min}(\hat{B}) - 8\omega_0^2 > 0 \quad (2)$$

Тогда задача (I) при $|\omega| > 2\omega_0$ имеет дискретный спектр частот $\{\omega_j\}_{j=1}^{\infty}$, $\lim_{j \rightarrow \infty} |\omega_j| = \infty$ и систему собственных векторов $x^j = (\bar{w}^j, \eta^j)$, для которой система векторов $\xi^j = (\eta^j, \omega_j^{-1} \hat{B}^{1/2} \eta^j)$ почти полна (имеет не более конечного дефекта) в некотором гильбертовом пространстве H , естественно связанном с задачей. Собственные векторы x^j обладают свойствами поверхностных волн: при $j \rightarrow \infty$ будет

$$\|\bar{w}^j\| \rightarrow 0, \quad \|\eta^j - \omega_j^{-2} \hat{B} \eta^j\| \rightarrow 0 \quad (\|\bar{w}^j\|^2 + \|\eta^j\|^2 = 1),$$

а положительные и отрицательные частоты колебаний $\omega = \omega_n^{\pm}$ имеют асимптотику $\omega_n^{\pm} = \pm \lambda_n(\hat{B}^{1/2}) [1 + o(1)]$ ($n \rightarrow \infty$).

Теорема 2 (о полноте мод поверхностных колебаний). Пусть по-прежнему $B \gg 0$ и выполнено условие

$$2\omega_0 \lambda_{\min}^{-1/2}(\hat{B}) [\sqrt{1 + \omega_0^2 \lambda_{\min}^{-1}(\hat{B})} + \omega_0 \lambda_{\min}^{-1/2}(\hat{B})] < 1/3. \quad (3)$$

Тогда собственным частотам ω_j , лежащим вне круга $|\omega| \leq 4\omega_0$, отвечает система собственных векторов ξ^j , полная и минимальная в H .

Заметим, что условия (2) и (3) всегда выполнены при достаточно малых ω_0 , если для невращающейся системы состояние равновесия статически устойчиво по линейному приближению, т.е. $B \gg 0$ ($\omega_0 = 0$).

Теорема 3 (о существовании внутренних волн). В задаче о собственных колебаниях идеальной жидкости в частично заполненном сосуде имеются (как и при полном заполнении) внутренние волны с предельным спектром частот (спектром сгущения) в виде отрезка $[-2\omega_0, 2\omega_0]$.

УДК 536.25

КОНВЕКТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕВЕСОМОСТИ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ В ЗАДАЧАХ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

К.Г.Дубовик, С.А.Никитин, В.И.Полежаев, А.И.Простомолотов,
А.И.Федюшкин

Исследования последних лет убедительно свидетельствуют о том, что различие конвективных процессов в земных и космических условиях являются одним из наиболее важных проявлений воздействия условий невесомости на вещества и материалы в жидком и газообразном состоянии. Конвективные процессы разделяются на два больших класса:

- процессы гравитационного типа, зависящие от массовой силы (тепловая, концентрационная конвекция, их взаимодействие и др.);
- процессы негравитационного типа, не зависящие от массовой силы (термокапиллярная, концентрационно-капиллярная и др.).

Указанные механизмы движения могут возникать в результате нарушения механического равновесия, связанного либо с потерей устойчивости равновесия, либо с отсутствием равновесия, и в большинстве случаев существуют одновременно, взаимодействуя между собой.

Значительное разнообразие конвективных процессов при получении материалов в земных и космических условиях и сложность вызываемых ими эффектов связаны со спецификой технологических процессов при наличии жидкой или газообразной питающих фаз, геометрии, физических свойств веществ, длительности процесса, взаимного направления диффузионных и тепловых потоков и их ориентации по отношению к направлению массовых сил и к свободной поверхности и т.д.

В последние годы в изучении конвективных процессов упомянутого типа наметился определенный прогресс, связанный с развитием методов физического и математического моделирования, а также в связи с проведением технологических экспериментов в условиях невесомости. В работе [1] изложен подход к математическому моделированию, приведены сведения о методике и комплексе программ и даны некоторые примеры расчета. Данная работа, являющаяся продолжением работы [1], содержит более подробное изложение результатов исследования конвективных процессов упомянутых выше типов и их особенностей, существенных для технологии получения материалов в условиях невесомости. Основное внимание уделяется изучению специфики конвекции в различных моделях выращивания кристаллов из жидкой фазы.

I. Математические модели

Конвективные процессы исследуются в предположении, что жидкая (газовая) среда представляет собой бинарную смесь, плотность ρ (в выражении для сил плавучести) и поверхностное натяжение σ которой зависят от температуры T и концентрации примеси C . Другие физические свойства среды (теплопроводность, диффузия, теплоемкость, вязкость и т.д.) предполагаются постоянными, отклонения от гидростатического равновесия малыми (приближение Буссинеска [2,3]).

Рассматриваются плоские или осесимметричные движения при наличии вращения относительно оси симметрии. Уравнения движения в переменных вихрь ω , функция тока Ψ и уравнения конвективного теплообмена в безразмерной форме имеют вид

$$\omega_t + u\omega_r + v\omega_z - \frac{\omega}{r}(u - \frac{1}{Re}r) = \frac{1}{Re}(\omega_{rz} + \frac{K}{r}\omega_r + \omega_{zz}) + \mathcal{F} + \frac{K}{r}(\omega^2)_z, \quad (1)$$

$$\Psi_{rz} - \frac{K}{r}\Psi_r + \Psi_{zz} = \omega r^k, \quad (2)$$

$$w_t + u w_r + v w_z + \frac{u w}{r} = \frac{1}{Re} (w_{rz} + \frac{w_r}{r} - \frac{w}{r^2} + w_{zz}), \quad (3)$$

$$\theta_t + u \theta_r + v \theta_z = \frac{1}{Re Pr} (\theta_{rz} + \frac{K}{r} \theta_r + \theta_{zz}), \quad (4)$$

$$c_t + u c_r + v c_z = \frac{1}{Re Sc} (c_{rz} + \frac{K}{r} c_r + c_{zz}). \quad (5)$$

Здесь u, v, w - компоненты радиальной, осевой и окружной скоростей, соответственно, $K = 1$ для цилиндрической и $K = 0$ для декартовой системы координат. θ - безразмерная температура, $Re = UL/\nu$ - число Рейнольдса, $Pr = \nu/\alpha$ - число Прандтля, $Sc = \nu/D$ - число Шмидта. Выражение для массовой силы \mathcal{F} , направление которой составляет угол φ с осью z , имеет вид ($\varphi \neq 0$ относится лишь к плоским течениям)

$$\mathcal{F} = \frac{Gr}{Re^2} (\theta_r \sin \varphi + \theta_z \cos \varphi) + \frac{Gr_c}{Re^2} (c_r \sin \varphi + c_z \cos \varphi), \quad (6)$$

где $Gr = g\beta_r L^3 \Delta T / \nu^2$, $Gr_c = g\beta_c L^3 \Delta C / \nu^2$ - тепловое и концентрационное числа Грасгофа, определяющие интенсивность тепловой и концентрационной конвекции.

Учет зависимости капиллярных сил от температуры и концентрации приводит к следующим граничным условиям на фиксированной свободной поверхности

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{Mn}{Re Pr} \theta_r + \frac{Mn_c}{Re Sc} c_r, \quad (7)$$

где $Mn = \beta_r \sigma L \Delta T / \rho \nu \alpha$ и $Mn_c = \beta_c \sigma L \Delta C / \rho \nu D$ - числа Марангони, определяющие интенсивность термокапиллярной и концентрационно-капиллярной конвекции. Вместо числа Грасгофа взаимное влияние гидродинамики и теплообмена при естественной конвекции часто характери-

зуют числами Рэлея $Ra = Gr Pr$ и $Ra_c = Gr_c Sc$. Искомое решение (например, поле концентрации примеси) в случае плоского (осесимметричного) движения без учета вращения зависит от координат, безразмерного времени (например, $Fo = at/L^2$), геометрии области χ_1 , совокупности начальных и граничных условий χ_2 и значений определенных выше безразмерных критериев подобия

$$C = C(\chi, z, Fo, Re, Ra, Ra_c, Pr, Sc, Mh, Mh_c, \chi_1, \chi_2). \quad (8)$$

При наличии вращения (в модели, описывающей метод Чохральского) число Рейнольдса определяется через угловую скорость вращения Ω , $Re = \Omega L^2/\nu$, кроме того, добавляется новый безразмерный параметр – отношение скоростей вращения кристалла и тигля. В задаче о направленной кристаллизации с учетом движения фронта добавляются безразмерная скорость кристаллизации $U_f = \tilde{v}_f L/\nu$ и коэффициент распределения примеси K_0 .

Получение зависимости вида (8) – основная задача исследования процессов гидродинамики и тепломассообмена. Многопараметрический характер зависимости (8), ограниченный диапазон возможных изменений этих параметров в наземных экспериментах, сложность и высокая стоимость экспериментов в невесомости приводят к выводам о том, что в данных условиях весьма перспективным является использование методов математического моделирования с применением современных ЭВМ. Для реализации этих методов первым условием является построение моделей, адекватно отображающих реальные условия и учитывающих главные черты процесса.

Необходимым условием для построения таких моделей является наличие экспериментальных данных о пространственно-временном изменении массовых сил, а также данных о тепловых и концентрационных граничных и начальных условиях для технологических объемов и данных о физических свойствах веществ для определения значений безразмерных параметров (8), характеризующих исследуемый процесс.

Для подготовки, проведение и анализа результатов экспериментов по космической технологии необходимо, в первую очередь, знание основных закономерностей гидродинамики и тепломассообмена в невесомости, в настоящее время недостаточное и, во-вторых, учет конкретных особенностей исследуемого процесса. В связи с этим развитие и применение методов численного моделирования ведется в двух основных направлениях:

- построение достаточно простых моделей для изучения общих закономерностей гидродинамики и тепломассообмена в невесомости в широком диапазоне основных параметров;
- построение моделей конкретных процессов путем усложнения геометрии, граничных условий и уравнений.

Ниже представлены результаты исследований на основе моделей обеих групп. Уравнения (1)–(5) решались по схемам метода конечных разностей [4], апробированных на задачах тепловой конвекции в переходном и турбулентном режимах [5].

2. Особенности конвективных процессов и тепломассообмена при выращивании кристаллов в условиях невесомости

2.1. Влияние гравитационной конвекции на распределение примеси в расплаве в условиях невесомости

В эксперименте МА-150 по выращиванию монокристаллов германия, легированного кремнием и сурьмой методом направленной кристаллизации, проведенном по программе "Союз-Аполлон", была получена неожиданная и весьма значительная неоднородность распределения примеси в направлении, перпендикулярном направлению роста [6]. В работе [1] выполнены предварительные расчеты, показавшие существование слабой конвекции гравитационного типа в расплаве в условиях невесомости. Здесь приводятся более полные результаты для простейшей модели с учетом конвекции.

Плоская прямоугольная область (рис. 1а), занятая расплавом, находится в поле массовых сил \mathcal{G} , направленных под углом φ к оси Z . Оттеснение или захват примеси кристаллом моделируется в данном случае некоторым градиентом концентрации вдоль оси Z . В результате неоднородного распределения примеси и температуры в расплаве вдоль оси Z в поле массовых сил возникает тепловая и концентрационная конвекция, которая приводит к перераспределению примеси в расплаве и возникновению поперечной (вдоль оси Z) неоднородности в распределении примеси. Возникает вопрос о величине этой поперечной неоднородности в зависимости от интенсивности конвекции в расплаве. Расчеты проведены при фиксированных значениях чисел Прандтля ($Pr = 0,016$) и Шмидта ($Sc = 10$), соответствующих жидкому германию с примесью кремния и сурьмы для чисел Грасгофа вплоть до 10^6 . Типичные картины течения (рис. 1а) и изолинии полей температуры (---) и концентрации (—) (рис. 1б) показаны для $Gr = 160$ и $Gr_c = 0$. Видно, что слабая конвекция приводит к значительному перераспределению примеси, однако поле температур остается практически таким же, как и в случае отсутствия конвекции. На рис. 1в показана зависимость средней поперечной неоднородности распределения примеси от теплового числа Грасгофа (кривая 1), концентрационного числа Грасгофа (кривая 2) и в случае совместного действия тепловой и концентрационной конвекции (кривая 3, $Gr = 10 Gr_c$). Эти кривые имеют характерный максимум при некотором числе Грасгофа, т.е. при определенной интенсивности конвекции поперечная неоднородность распределения примеси достигает максимального значения. Возвращаясь к результатам эксперимента МА-150 и оценивая характеризующие его параметры ($Pr = 0,016$, $Sc = 10$, $Gr =$

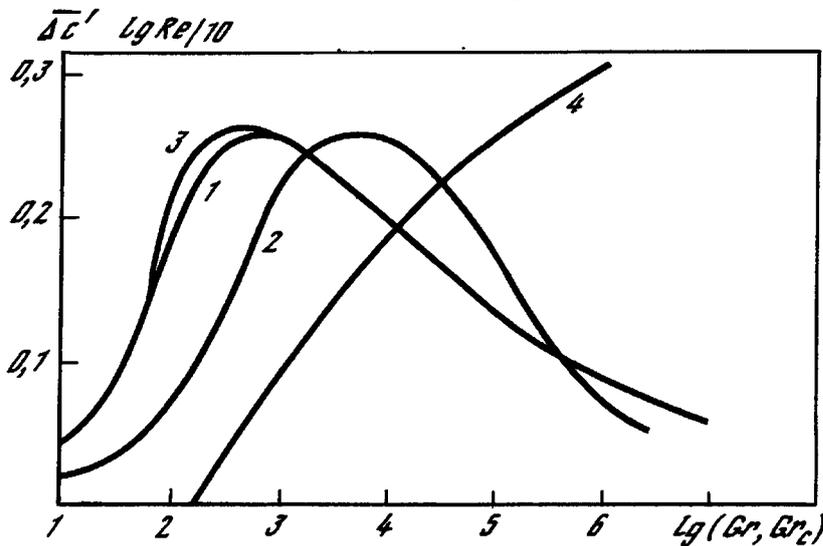
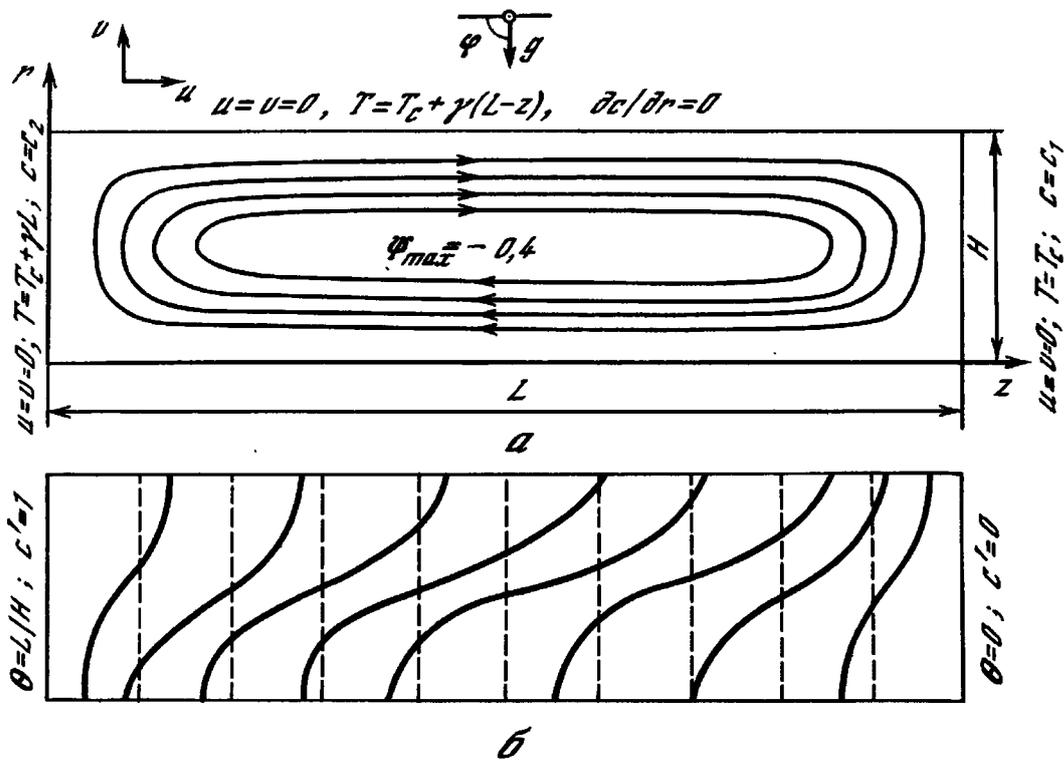


Рис. I

$= 10^3$ при $g/g_0 = 10^{-3}$) получаем, что эксперимент, возможно, был проведен в области максимальной неоднородности распределения примеси, что и привело к столь неожиданному эффекту. Однако количественное сопоставление данных эксперимента МА-150 (отношение концентрации примеси на противоположных концах диаметра образца равнялось примерно 5) и результатов расчетов по этой и более уточненной модели направленной кристаллизации (см. пункт 2.2) (отношение концентраций примерно 1.5) показывает, что хотя эффект наблюдается, необходимо уточнение модели для получения количественного совпадения результатов.

Результаты параметрических исследований по изложенной выше модели представлены в [7] (зависимости поперечной неоднородности распределения примеси от чисел Прандтля, Шмидта, угла наклона массовой силы φ , удлинения ампулы и др.).

2.2. Модель метода направленной кристаллизации с учетом движения фронта

Для учета движения фронта кристаллизации и процессов массообмена на фронте и уточнения результатов модели пункта 2.1 была разработана модель направленной кристаллизации, в которую вошли дополнительные параметры: скорость движения фронта кристаллизации U_f (задается из экспериментальных данных) и коэффициент распределения примеси K_0 , предполагающийся равным равновесному. Основными предположениями являются двумерность и плоский фронт кристаллизации. Схема модели и граничные условия показаны на рис.2а. Ампула находится в градиентной печи (градиент температуры вдоль Z равен γ), в расплаве в поле массовых сил g устанавливается стационарная тепловая конвекция, примесь распределена равномерно. В момент времени $t = 0$ начинается вытягивание ампулы из печи, происходит кристаллизация, примесь оттесняется ($K_0 < 1$) или захватывается ($K_0 > 1$) кристаллом, область, занятая расплавом, уменьшается. У фронта кристаллизации возникает градиент концентрации примеси вдоль оси Z , который благодаря наличию конвекции в расплаве приводит к неоднородности в распределении примеси вдоль фронта кристаллизации, а значит, и в кристалле.

Расчеты были проведены при следующих параметрах: $Pr = 0,01$, $Sc = 10$, $Gr = 10, 100, 1000$, $Gr_c = 0$, $U_f = 0,2$, $K_0 = 0,087$, что соответствует германию с примесью галлия, кристаллизующемуся со скоростью примерно 1 см/час в поле массовой силы $g/g_0 = 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$.

При указанных параметрах в расплаве существует одновихревое движение (рис. 2а, $Gr = 100$), интенсивность которого падает по мере уменьшения области, занятой расплавом. На рис.2б показаны распределения примеси вдоль оси Z кристалла при различных числах Грасгофа и для различных точек кристалла по z . Кривая 1 соответствует распределению примеси при кристаллизации расплава, занимающего полупространство (аналитическое решение [8]); при слабой конвекции ($Gr = 10$) кривые локальных распределений примеси незначительно отклоняются от этой аналитической кривой, а средняя по z концентрация примеси практически совпадает с ней. Отклонение расчетных кривых после кристаллизации примерно 0,7 части расплава вызвано тем, что в модели длина расплава ограничена. Кривая 2 соответствует приближению полного перемешивания в расплаве $C = K_0 (S/L)^{K_0-1}$ и из рис. 2б видно, что по мере увеличения интенсивности, т.е. числа Грасгофа среднее по z распределение концентрации примеси приближается к этой кривой. Анализ локальных распределений вдоль Z показывает, что максимальная неоднородность вдоль z наблюдается при числе Грасгофа 10^2 , что хорошо соответствует результатам модели пункта 2.1. На рис.2в показано распределение примеси в расплаве и кристалле при числе $Gr = 10^2$, когда закристаллизована 0,625 доля расплава.

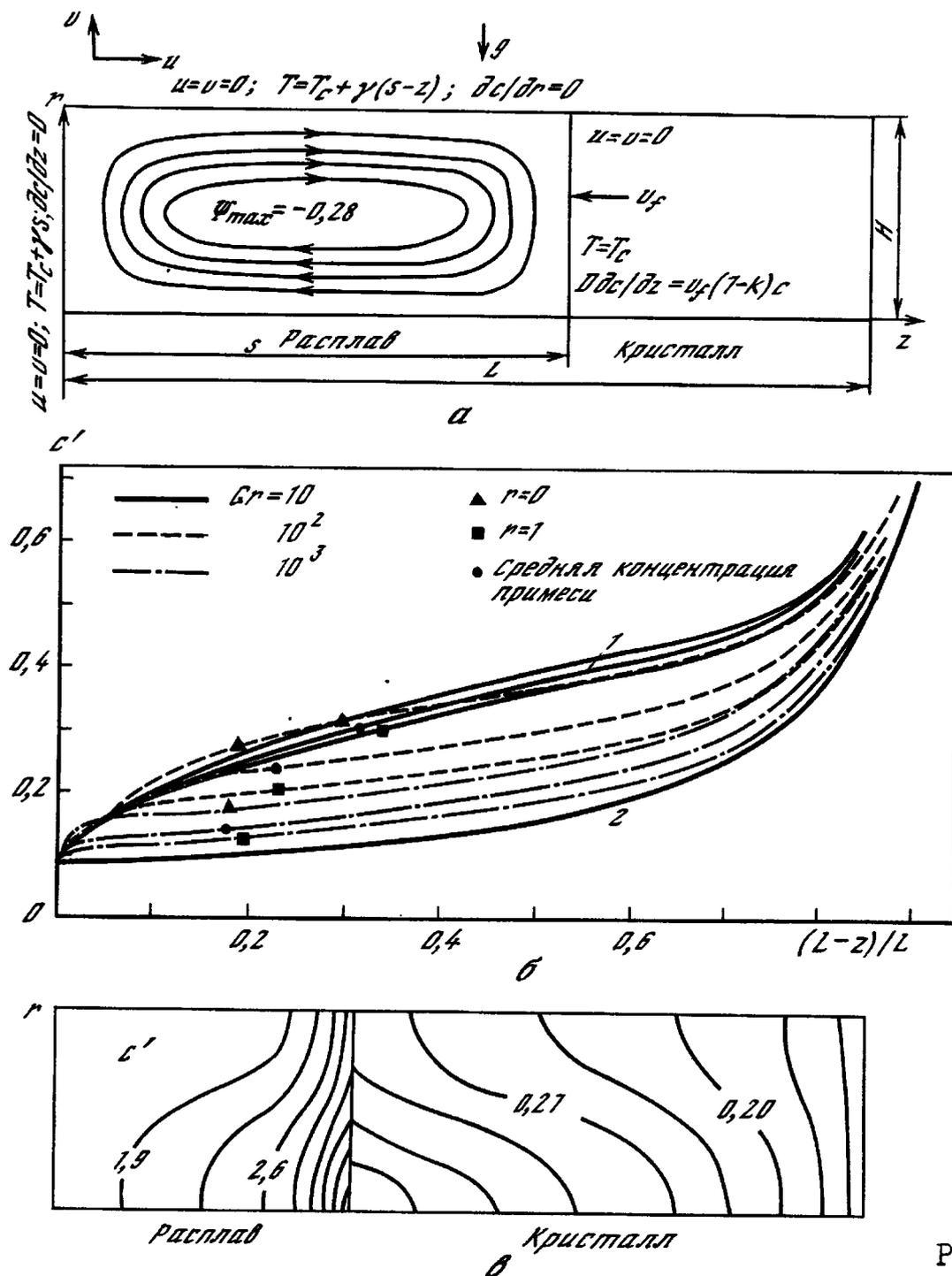


Рис. 2

2.3. Влияние термокапиллярной конвекции на поле температур в ампуле

Термокапиллярная и концентрационно-капиллярная конвекция до недавнего времени не вызывала сколько-нибудь серьезного интереса, особенно в задачах, где отношение свободной поверхности к объему жидкости невелико. Последнее связано, по-видимому, с тем, что в земных условиях конвекция этого типа, как правило, подавляется гравитационной конвекцией. Однако, как показали первые результаты численного моделирования, а также демонстрационные и технологические эксперименты в космосе [9-11] этот вид конвекции, по-видимому, является одним

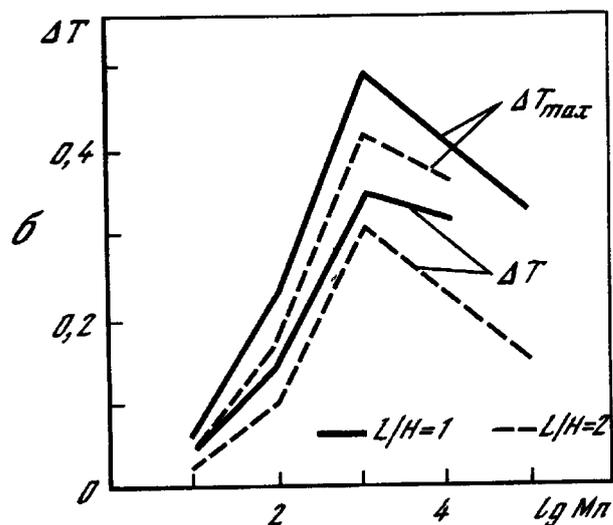
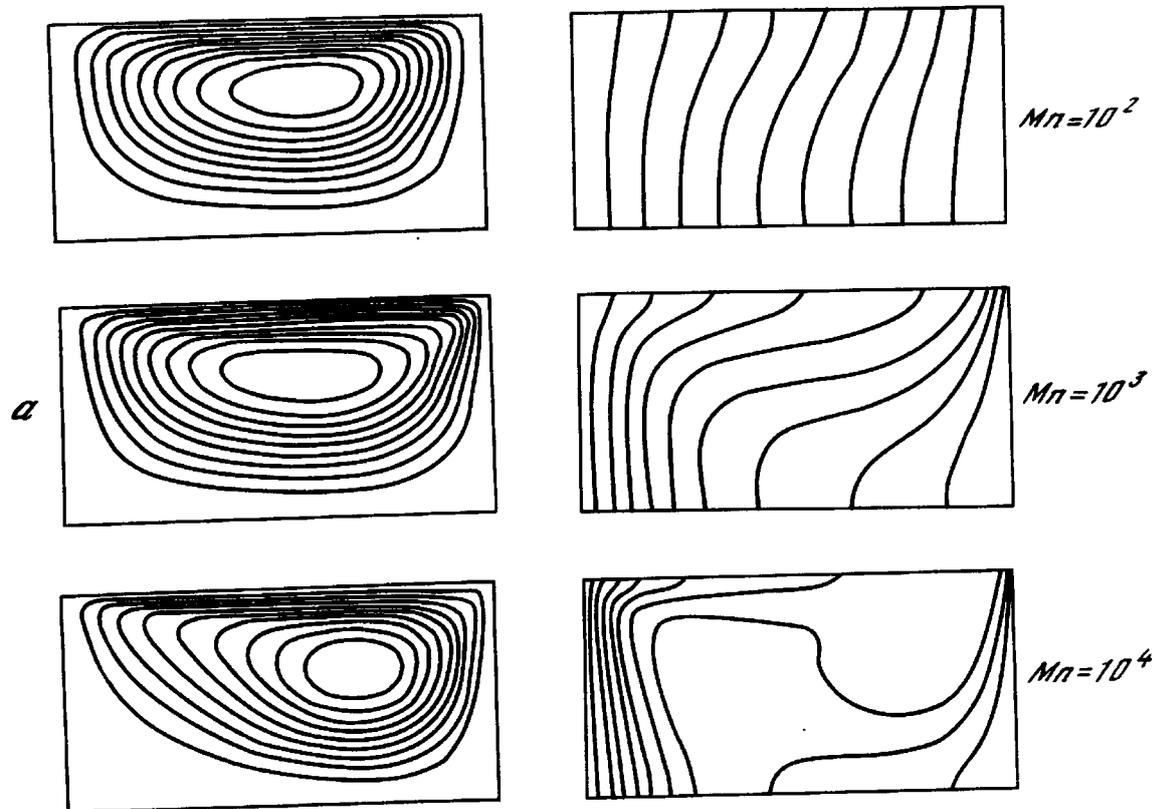


Рис.3

из основных механизмов перемешивания жидкости в невесомости. Более того, дополнительные исследования показывают, что этот вид конвекции в ряде технологических процессов является доминирующим и в земных условиях [12,13]. Несмотря на то, что в последнее время появились новые экспериментальные и теоретические исследования [14,15], до сих пор сведения даже об основных характеристиках термокапиллярной конвекции, например, о зависимости интенсивности перемешивания от числа Марангони или теплообмена (число Нуссельта) от числа Марангони весьма ограничены.

Ниже приводятся некоторые результаты исследования влияния термокапиллярной конвекции на температурное поле в замкнутом объеме в условиях полной невесомости ($g = 0$). Рассматривается плоская пря-

моугольная область, заполненная жидкостью, одна из сторон области представляет собой свободную поверхность, на которой заданы условия (7) и отсутствует теплообмен. На границах, примыкающих к свободной поверхности, задан перепад температур ΔT . В результате расчетов ($Pr_2 = 1$) получены картины течения и поля температур (рис. 3а) и значения среднего перепада температур между свободной поверхностью и дном, характеризующие неоднородность температурного поля, вызванную конвекцией, в зависимости от числа Марангони и относительного удлинения области (рис. 3б). Величина неоднородности температурного поля достигает максимума при некоторой интенсивности термокапиллярной конвекцией ($Mn = 10^3$), как и в случае гравитационной конвекции. Очевидно, что под действием конвекции Марангони в полной невесомости ($g = 0$) может возникнуть максимальная неоднородность и в поле концентрации примеси.

3. Особенности термокапиллярной конвекции при выращивании кристаллов методом Чохральского

Развитие работ в области космической технологии приводит к необходимости рассмотреть с новых позиций роль поверхностных механизмов конвекции в технологических процессах в земных условиях. С помощью численного моделирования [12] и экспериментально [13] показано, что при выращивании полупроводниковых материалов методом бесстигельной зонной плавки, термокапиллярная конвекция является одним из основных механизмов перемешивания в расплаве.

Ниже приводятся результаты численного исследования влияния термокапиллярной конвекции на гидродинамику, поля температуры и концентрации в тигле при выращивании кристаллов методом Чохральского. Расчетная схема модели этого метода представлена на рис. 4. Здесь 1 - кристалл, 2 - расплав, 3 - поверхность тигля, 4 - свободная поверхность расплава, на которой заданы условия теплообмена в виде

$$\partial\theta/\partial z = -Bi(\theta - \theta_0),$$

температуры поверхности кристалла (θ_s) и стенок тигля (θ_c) постоянны, термокапиллярное движение возникает в связи с превышением температуры боковой поверхности стенки тигля по сравнению с температурой кристалла. Представленные ниже результаты получены при следующих значениях безразмерных критериев

$$H = 2,25, Re = 3,38, Pr_2 = 10^{-2}, Sc = 10^{-1/2},$$

$$Bi = 10^{-2}, Bi_c = 10^2, Gr_2 = 10^7, Gr_{2c} = 10^4, Mn = 10^4$$

На рис. 5а показаны картины течения (слева) и изотермы при действии в расплаве тепловой (в центре, $Gr_2 = 10^7$) и концентрационной (справа, $Gr_{2c} = 10^4$) конвекции при $Pr_2 = 10^{-2}$ и $Sc = 10^{-1/2}$ без учета термокапиллярной конвекции. На рис. 5б показаны аналогичные результаты

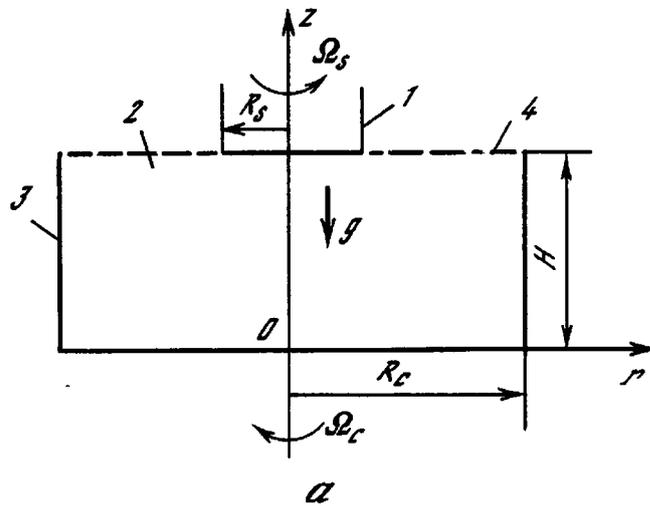


Рис.4

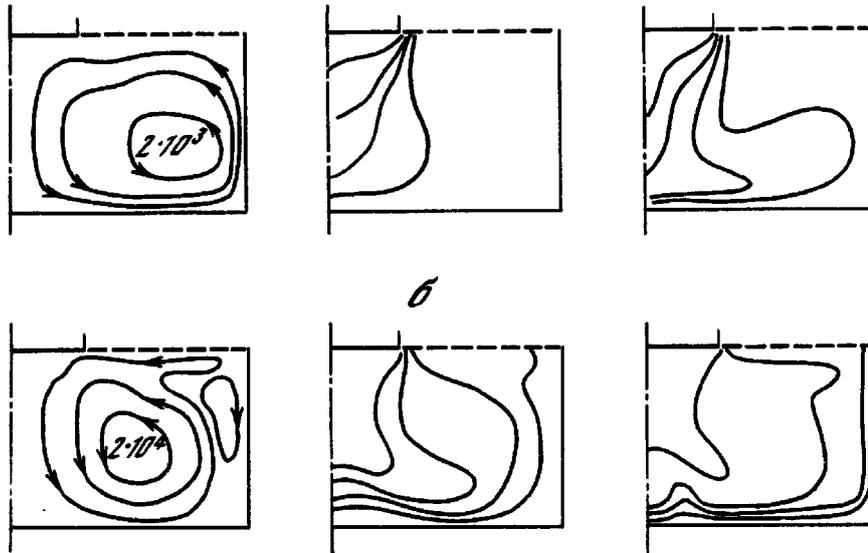


Рис.5

при тех же значениях Gr_z и Gr_{z_c} , но при учете на свободной поверхности термокапиллярной конвекции при числе Марангони, равном 10^4 . Интенсивность перемешивания в расплаве при этом существенно возрастает что приводит к значительной перестройке полей температуры и концентрации примеси в расплаве, в подкристальной области. Аналогичные результаты, показывающие существенное влияние термокапиллярной конвекции в расплаве при выращивании кристаллов методом Чохральского получены в [16].

Параметрические исследования других видов конвекции в методе Чохральского, включая случай вращения, приведены в [17].

Представленные результаты показывают, что конвекция как гравитационного, так и негравитационного типа в диапазоне изменения определяющих критериев (числа Рэлея, Марангони) является сложной и далеко не однозначной, то есть может оказывать как благоприятное, так и неблагоприятное воздействие на качество материалов. В частности, при определенных значениях Ra , Mn возможна максимальная неоднородность распределения температуры (концентрации примесей). Управление конвективными процессами с целью улучшения характеристик

материалов требует построения количественных моделей для расчета этих эффектов. Дальнейшее продвижение в этом направлении связано с более полным учетом реальных условий (пространственно-временное изменение слабых массовых сил, особенностей фазовых переходов, тепловых и концентрационных граничных условий и др.), а также с экспериментальной проверкой результатов в контролируемых условиях.

Л и т е р а т у р а

1. Полежаев В.И., Грязнов В.Л., Дубовик К.Г. и др. Применение методов численного моделирования в космической технологии. - В кн.: Космическая технология и материаловедение. М.: Наука, 1982.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
3. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
4. Грязнов В.Л., Полежаев В.И. Численное решение нестационарных уравнений Навье-Стокса для турбулентного режима естественной конвекции. Препринт ИПМ АН СССР № 81, 1977.
5. Дайковский А.Г., Полежаев В.И., Федосеев А.И. Численное моделирование переходного и турбулентного режимов конвекции на основе нестационарных уравнений Навье-Стокса. Препринт ИПМ АН СССР № 101, 1978.
6. Земсков В.С., Титков А.Н., Белокурова И.Н. и др. Особенности распределения кремния и сурьмы в кристаллах твердых растворов германий-кремний-сурьма, полученных в эксперименте "Универсальная печь" по программе "Союз-Аполлон". - Физ. и хим. обраб. материалов, 1977, № 5.
7. Полежаев В.И., Федюшкин А.И. Гидродинамические эффекты концентрационного расслоения в замкнутых объемах. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 3.
8. Smith V.G., Tiller W.A., Rutter J.W. A mathematical analysis of solute redistribution during solidification. - *Canad. J. Phys.*, 1955, vol. 33, N 12, p. 723.
9. Гидромеханика невесомости/Под ред. А.Д.Мышкиса. М.: Наука, 1976.
10. Полежаев В.И. Термокапиллярная конвекция жидкости в цилиндрическом сосуде при заданном подводе тепла. - В кн.: Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. М.: Изд-во МГУ, 1971, вып.3.
11. Grodzka Ph. G., Bannister T.C. Natural convection in low-g environments. - *AIAA Pap.*, 1974, N 156, 12 p.
12. Chang C.E., Wilcox W.R. Inhomogeneities due to thermocapillary flow in floating zone melting. - *J. Cryst. Growth*, 1975, vol. 28, p. 8-12.

13. Schwabe D., Scharmann A., Preisser R., Oeder R. Experiments on surface tension driven flow in floating zone melting. - J. Cryst. Growth, 1978, vol. 43, p. 305.
14. Острах С., Прадхан А. Термокапиллярная конвекция в условиях пониженной гравитации. - Ракетная техника и космонавтика, 1978, т.16, № 5.
15. Chang C.E., Wilcox W.R. Analysis of surface tension driven flow in floating zone melting. - Intern. J. Heat and Mass Transfer, 1976, vol. 19, p. 355-366.
16. Langlois W.E. Digital simulation of Czochralski bulk flow in microgravity. - J. Cryst. Growth, 1980, vol. 48, p. 25.
17. Полежаев В.И., Простомолотов А.И. Исследование процессов гидродинамики и тепломассообмена при выращивании кристаллов методом Чохральского. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1.

УДК 536.24:66.015.23:519.6

ВЛИЯНИЕ КОНВЕКЦИИ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИМЕСИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ АМПУЛЕ С ЖИДКОСТЬЮ

Г.А.Березовская, А.И.Феонычев

Распределение примеси в кристалле и его физические свойства зависят от характера движения и распределения примеси в жидком расплаве или растворе во время кристаллизации. Процессы движения и тепло-массообмена в жидкой фазе технологической ампулы с растущим кристаллом исследованы недостаточно даже для условий, имеющих место в земных установках. Для кристаллизации в условиях космического пространства эти процессы усложняются ввиду того, что при пониженной силе тяжести кроме гравитационной (свободной и концентрационной) конвекции существенной, а иногда определяющей, является капиллярная (термо- и концентрационно-капиллярная) конвекция, которая не зависит от ускорения силы тяжести и возникает при наличии градиента силы поверхностного натяжения на границе раздела газ-жидкость. Градиент силы поверхностного натяжения возникает при наличии на свободной поверхности жидкости градиентов температуры и концентрации и зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры и концентрации.

Экспериментальное исследование процесса кристаллизации в условиях пониженной силы тяжести затруднено по целому ряду причин: высокая стоимость экспериментов, недостаточность приборного оснащения установок, методические трудности измерения полей скорости, концентрации и температуры. Кристаллизация в условиях пониженной силы тяжести наиболее детально может быть исследована методами численного моделирования. Например, в работе [1] приведены результаты

численного исследования процессов тепло-массообмена в жидкости, находящейся в плоской ампуле, с неподвижным фронтом кристаллизации и с фронтом кристаллизации, движущимся по заданному закону. Выявлен эффект максимума поперечной неоднородности распределения примеси в жидкости в зависимости от режимных параметров (чисел Грасгофа, Прандтля, Шмидта, относительного удлинения ампулы), а также от времени. В данной работе исследуется тепломассообмен в жидкости, заполняющей цилиндрическую ампулу. Используется система безразмерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в переменных функция тока-вихрь-температура-концентрация для цилиндрического жидкого объема с ускорением g , действующим по оси z . На свободной поверхности жидкости задается кинематическое условие, учитывающее эффект термо-и концентрационно-капиллярной конвекции

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{1}{r} (Gr_T \frac{\partial \theta}{\partial z} + Gr_C \frac{\partial c}{\partial z}) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$\omega = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\nabla^2 \theta}{Pr}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial c}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\nabla^2 c}{Sc}, \quad (4)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Начальные условия $\psi = \omega = \theta = c = 0$ и граничные условия

$$r = 0, \quad \psi = \omega = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0; \quad (5)$$

$$r = 1, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \theta = -1 + \sqrt{\frac{z}{H}}, \quad \frac{\partial c}{\partial r} = 0, \quad \omega = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right); \quad (6)$$

$$z = 0, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \theta = -1, \quad c = c_s = 1, \quad \omega = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}; \quad (7)$$

$$z = H, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial z} = 0, \quad \psi = 0, \quad \omega = \frac{1}{r} \left(\frac{Ma_T}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{Ma_C}{Sc} \frac{\partial c}{\partial z} \right); \quad (8)$$

$$\omega = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r},$$

где u, v .

- компоненты скорости по осям r и z , соответственно,

$Gr_T = g \beta_T R^3 \Delta T / \nu^2$ - число Грасгофа для свободной конвекции,

$Gr_C = g \beta_C R^3 \Delta C / \nu^2$ - число Грасгофа для концентрационной конвекции,

$Pr = \nu / a$ - число Прандтля,

$Sc = \nu / D$ - число Шмидта,

$Ma_T = \epsilon \beta_T \Delta T R / \rho \nu a$ - число Марангони для термокапиллярной конвекции,

$Ma_C = \epsilon \beta_C \Delta C R / \rho \nu D$ - число Марангони для концентрационно-капиллярной конвекции,

$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ - коэффициент термического расширения жидкости,

- $\beta_c = -1/\rho (\partial \rho / \partial c)$ - коэффициент концентрационного расширения жидкости,
 ρ - плотность,
 ν - коэффициент кинематической вязкости,
 σ - коэффициент поверхностного натяжения,
 α - коэффициент температуропроводности,
 D - коэффициент диффузии примеси,
 $\beta_{\tau} = -1/\rho (\partial \rho / \partial T)$, - коэффициенты температурной и концентрационной зависимости поверхностного натяжения, соответственно,
 $\beta_c = -1/\rho (\partial \rho / \partial c)$

В качестве масштабов выбраны: для температуры - $\Delta T = T_0 - T_s$, где T_0 - начальная температура, T_s - температура на поверхности кристаллизации ($z = 0$), для концентрации $\Delta C = C_s - C_0$, где C_s - концентрация примеси на поверхности кристаллизации ($z = 0$), C_0 - начальная концентрация, для скорости - ν/R , для времени - R^2/ν , для линейной координаты - R (радиус цилиндра).

Разностная схема и методика расчета описана в [2]. Расчеты проводились в диапазонах параметров задачи: $Gr_{\tau} = 10^3 \div 10^6$, $Gr_c = 10^3 \div 10^5$, $Ma_{\tau} = 10 \div 10^3$, $Ma_c = 10 \div 10^3$, $Sc = 1 \div 100$, $Pr = 0,023 \div 10$, $H/\tau = 3$, где H - высота столба жидкости.

Особенностью поставленной задачи является наличие 4-х различных механизмов конвективного движения, два из которых зависят от ускорения g , а два других не зависят, причем возможно различное сочетание этих механизмов друг с другом в зависимости от физических свойств жидкости и действующих ускорений. Кроме того, наиболее интересен для практики случай, когда $Pr < 1$, а $Sc > 1$. Например, для жидкого германия $Pr = 0,023$, а $Sc = 10$. При таком сочетании физических свойств жидкости перенос тепла происходит со значительно большей скоростью, чем перенос количества движения, а перенос примеси в свою очередь происходит значительно медленнее, чем перенос количества движения. Эти особенности переноса приводят к своеобразному развитию течения жидкости, полей температуры и концентрации. На рис. I показано развитие структуры течения жидкости при наличии свободной и концентрационной конвекции ($Pr = 0,023$, $Sc = 10$, $Gr_{\tau} = 5 \cdot 10^3$, $Gr_c = 10^4$, $Ma_{\tau} = Ma_c = 0$).

В начальные моменты времени ($\tau = 0,016$) происходит быстрое остывание жидкости у боковой стенки и возникает циркуляционное течение с опусканием жидкости вдоль боковой стенки и подъемом на оси (рис. Ia). Холодная жидкость при таком характере движения выносится в область, находящуюся вблизи оси. Возникают профили температуры по радиусу, характеризующиеся наличием более теплой жидкости у стенки. Это приводит к появлению небольших контуров циркуляции с обратным направлением вращения жидкости, располагающихся у дна и у свободной поверхности жидкости (рис. Ia).

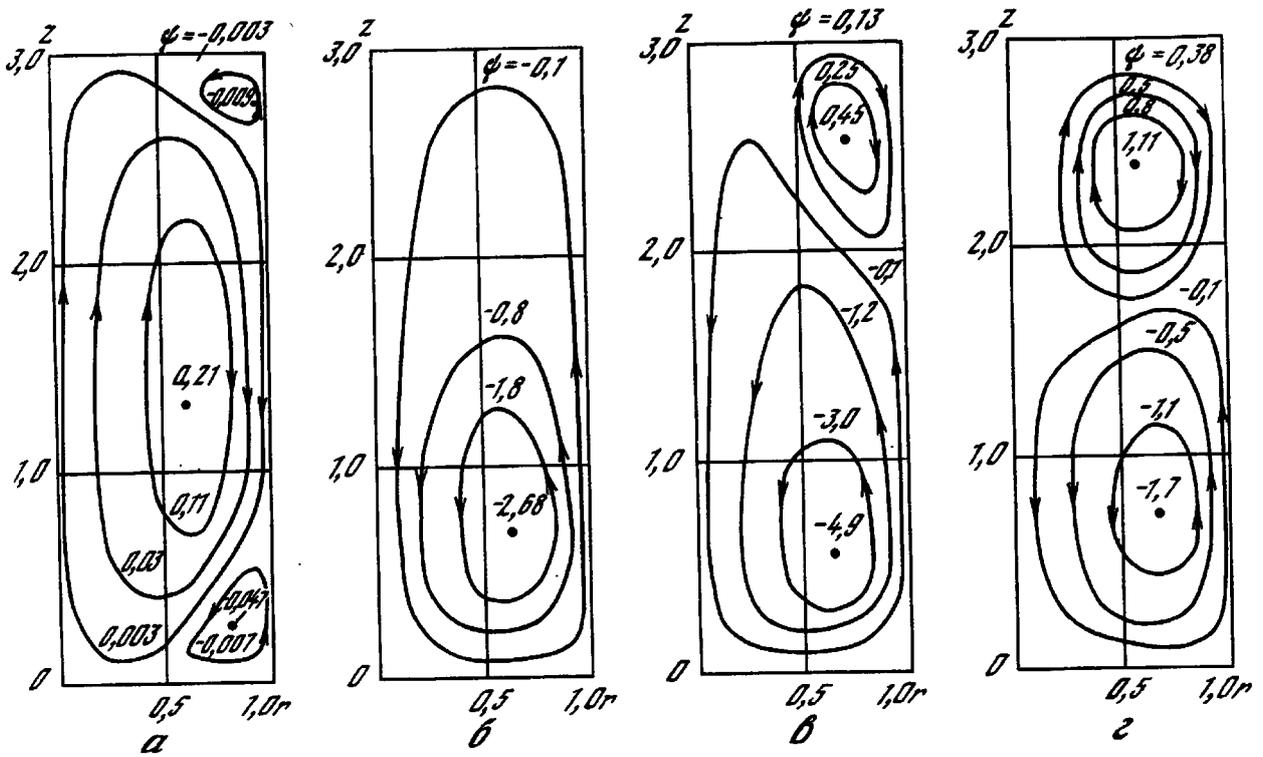


Рис. 1

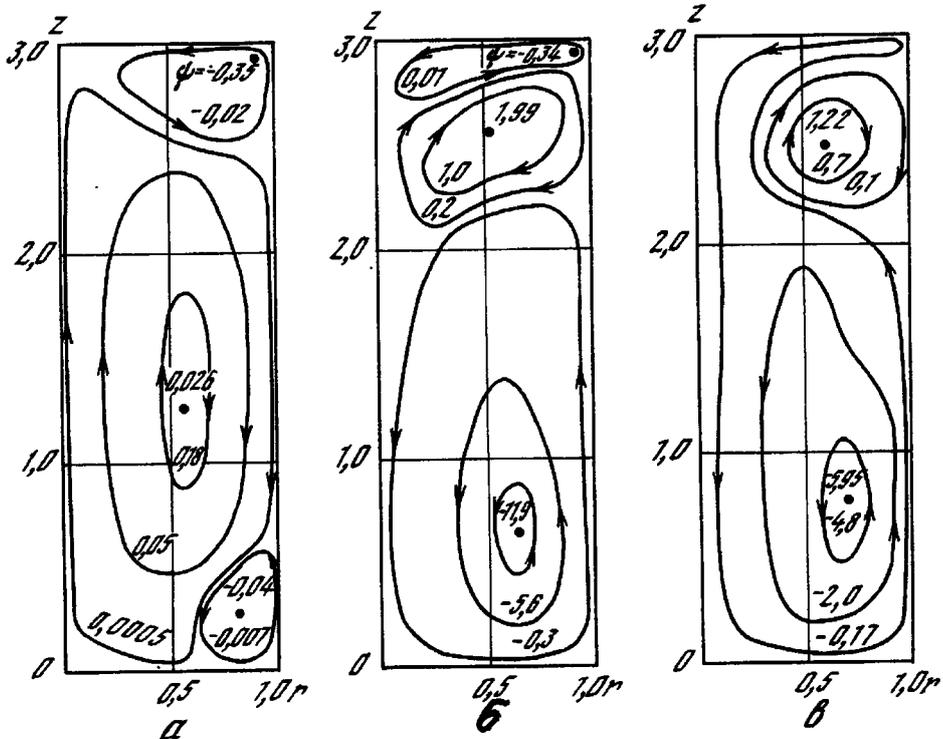


Рис. 2

Наличие радиального профиля температуры с минимальной температурой на оси благоприятствует росту этих малых контуров циркуляции и разрушению первоначального контура. Образуется единый контур циркуляции с подъемом жидкости у боковой стенки и с опусканием по оси (рис. 1б, $\tau = 0,256$). Такая схема течения существует достаточно долго. Процесс распространения примеси развивается медленно, но с течением времени вынос примеси в верхнюю часть жидкости приводит к появлению радиального профиля концентрации, в котором концентрация примеси в горизонтальном сечении меньше у стенки. В результате

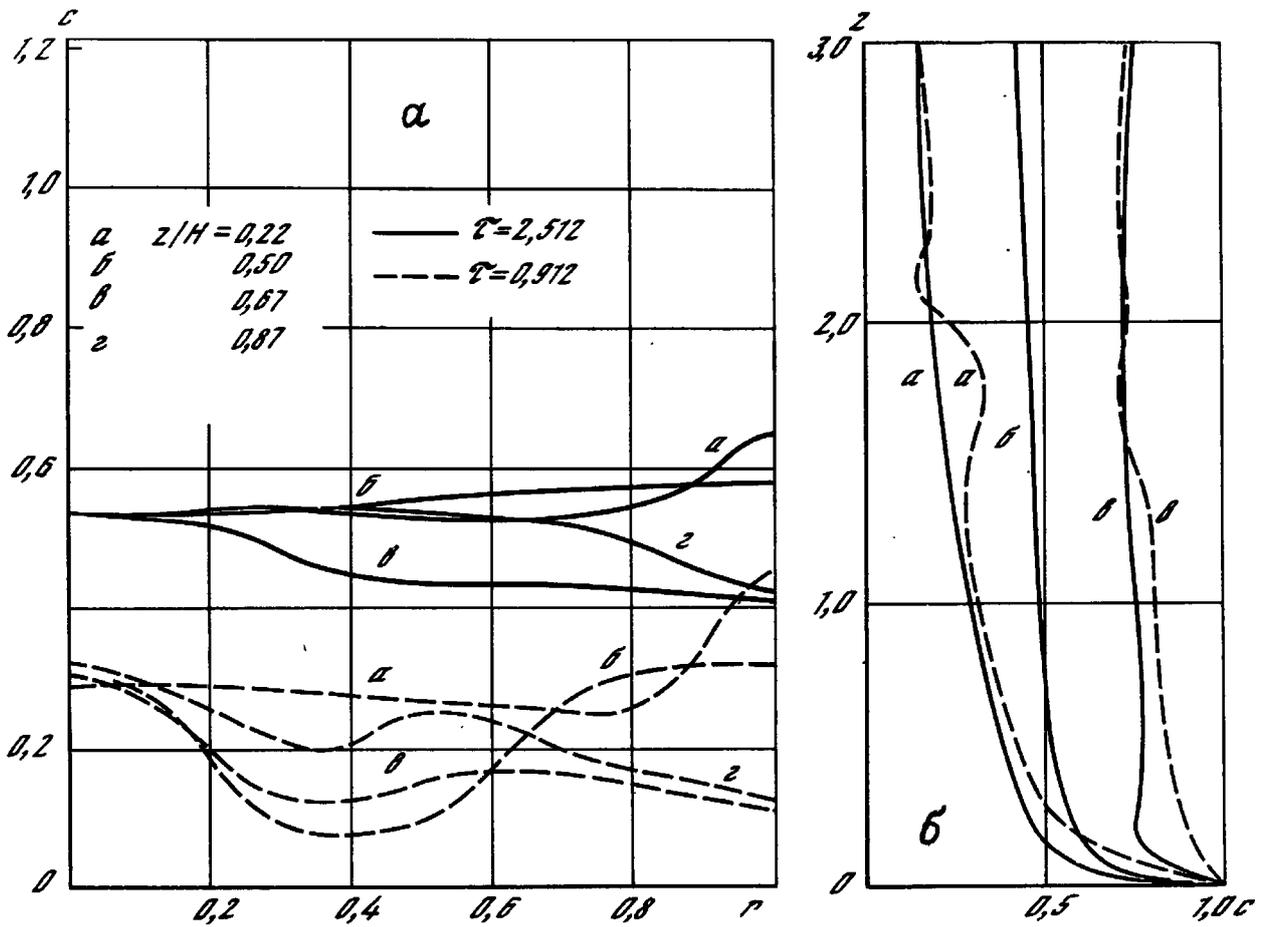


Рис.3

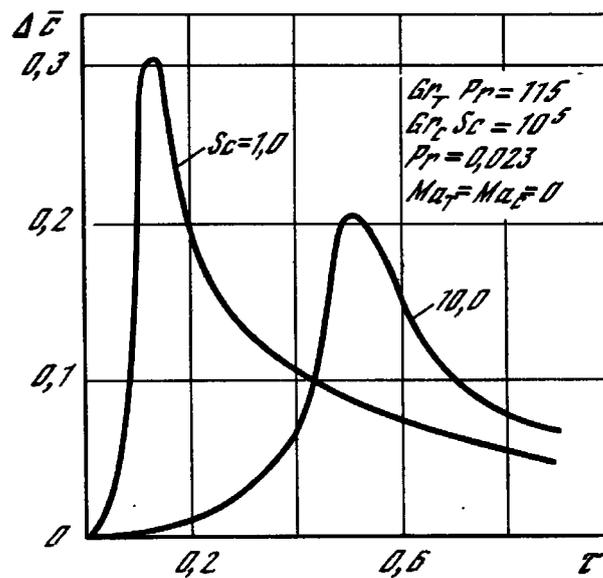


Рис.4

возникает обратный вихрь в области вблизи свободной поверхности (рис. 1в, $\tau = 0,712$). Далее наступает динамическое равновесие двух контуров циркуляции, обусловленное действием подъемных сил различной физической природы: в нижней части жидкости за счет эффекта свободной конвекции и в верхней части – за счет концентрационной конвекции (рис. 1г, $\tau = 2,512$).

Развитие течения усложняется еще больше, если учесть эффект капиллярной конвекции (рис. 2, $Pr = 0,023$, $Sc = 10$, $Gr_\tau = 5 \cdot 10^3$, $Gr_c = 10^5$, $Ma_\tau = Ma_c = 10^2$). Начальный этап развития конвекции такой же:

возникает сначала единый контур циркуляции с опусканием жидкости у боковой стенки. Затем возникают небольшие вихревые контуры в нижней части и верхней части жидкого объема, причем контур циркуляции вблизи свободной поверхности жидкости обусловлен действием термокапиллярной конвекции. С течением времени первоначальный контур циркуляции в средней части жидкости разрушается и образуется единый контур циркуляции с обратным направлением вращения (с поднятием жидкости у боковой стенки). Этот контур циркуляции в рассматриваемом случае более устойчивый, чем в случае, показанном на рис. 1, т.к. он поддерживается как механизмом свободной, так и термокапиллярной конвекции.

Вынос примеси к свободной поверхности и к оси не может, как в рассматриваемом ранее случае, привести к появлению нового, обратного контура циркуляции у свободной поверхности жидкости. Образуются только небольшие локальные контуры циркуляции с обратным направлением вращения по отношению к контуру циркуляции основной массы жидкости (рис. 2). Эти контуры циркуляции очень подвижны и меняют как свою величину, так и положение (рис. 2а, $\tau = 0,016$ и 2б, $\tau = 0,512$). В процессе выравнивания поля концентрации эти небольшие вихревые образования исчезают и устанавливается один устойчивый контур циркуляции жидкости (рис. 2в, $\tau = 2,312$).

Если уменьшить параметр, характеризующий концентрационную конвекцию ($\theta_{\tau c}$), то конфигурации течения, показанные на рис. 2б и 2в, не возникают, а сразу после поворота течения образуются устойчивая схема течения без обратного по направлению вращения вихря вблизи свободной поверхности жидкости.

Развитие во времени профиля концентрации примеси по радиусу для 4-х горизонтальных сечений показано на рис. 3а, а профилей концентрации по высоте ампулы для осевой линии и стенки показано на рис. 3б (а) $\tau = 0,512$; б) $\tau = 1,312$, в) $\tau = 3,112$, — $\tau = 0$, --- $\tau = 1$). Следует отметить нерегулярный характер радиального профиля концентрации и диффузионный профиль концентрации вблизи границы кристаллизации. Толщина диффузионного слоя невелика и уменьшается с течением времени и с ростом интенсивности конвекции (с увеличением чисел Грасгофа и Марангони).

Очень характерно ведет себя средняя по высоте ампулы радиальная неоднородность распределения примеси в зависимости от времени (рис. 4). Она имеет резко выраженный максимум, положение и величина которого зависит от числа Шмидта.

Л и т е р а т у р а

1. Дубовик К.Г., Никитин С.А., Полежаев В.И. и др. Конвективные процессы в невесомости и их значение в задачах космической технологии. — Наст. сборник.

2. Феоньчев А.И. Численное исследование процессов тепломассообмена при кристаллизации в условиях действия слабых ускорений массовых си. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 1, с. 186-192.

УДК 532.516

ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ КАПЛИ В НЕОДНОРОДНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

В.Я.Ривкинд, Г.С.Сиговцев

Задача о движении капли в потоке вязкой жидкости в изотермическом режиме изучалась в ряде работ. Случай малых чисел Рейнольдса и Вебера ($Re, We \ll 1$) разобран асимптотическими методами в работе [1]. Несколько более общая задача решалась методом сращиваемых асимптотических разложений в [2]. При переходных значениях числа Рейнольдса задача рассматривалась в [3-4] и др., где доказано существование и единственность решения задачи и численно исследованы характеристики и структура течения. В ряде работ изучались явления термокапиллярной конвекции в вязкой жидкости. Движение капель и пузырей под действием градиента поверхностного натяжения, обусловленного неоднородным температурным полем при малых значениях параметров изучалась в работах [5-7]. В работе [8] рассмотрен случай движения капли при постоянном градиенте температуры и $Re > 1$. Задача о смешанной термокапиллярной и естественной конвекции в жидкости, содержащей газовый пузырь при пониженной гравитации изучалась в [9-10], где получены численные решения в широком диапазоне определяющих параметров.

В данной работе рассматривается задача о движении капли в неизотермическом режиме, когда вследствие зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры, на поверхности раздела двух сред возникают дополнительные касательные напряжения, вызывающие термокапиллярную конвекцию в жидкостях. Эта конвекция может в некоторых случаях вызывать заметные отклонения в характеристиках и структуре течения по сравнению с движением капли в однородном температурном поле. При определенных ограничениях на исходные данные устанавливается существование и единственность решения этой задачи, приводятся результаты численного эксперимента для одного из частных случаев.

I. Постановка задачи, существование и единственность ее решения

Полагаем в дальнейшем, что все физические свойства жидкостей, кроме поверхностного натяжения, постоянны, а диссипацией энергии можно пренебречь. Тогда в системе координат, начало которой совпадает с центром масс капли, обозначая область капли через Ω_1 , а внешнюю среду через Ω_2 , функции p (давление), T (температура), вектор-функция $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ (скорость жидкости) и поверхность капли Γ должны удовлетворять следующим уравнениям, граничным условиям и условиям сопряжения

$$-\nu \Delta \vec{u} + (\vec{u}, \nabla) \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \vec{f}, \quad (\text{I.1})$$

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad (\text{I.2})$$

$$-\chi \Delta T + (\vec{u}, \nabla) T = h, \quad (\text{I.3})$$

$$\vec{u}|_{|x| \rightarrow \infty} \rightarrow \vec{u}_\infty, \quad (\text{I.4})$$

$$T|_{|x| \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (\text{I.5})$$

$$\vec{u}_n|_\Gamma = 0, \quad (\text{I.6})$$

$$[\vec{u}_\tau] = 0, \quad (\text{I.7})$$

$$[T] = 0, \quad (\text{I.8})$$

$$[x \frac{\partial T}{\partial n}] = 0, \quad (\text{I.9})$$

$$[\vec{\tau} \in \vec{n}] = \frac{\partial \alpha}{\partial \tau}, \quad (\text{I.10})$$

$$[\vec{n} \in \vec{n}] = -\alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (\text{I.11})$$

Здесь $\nu = \begin{cases} \nu_1 \\ \nu_2 \end{cases}$, $x = \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$, $\rho = \begin{cases} \rho_1 \\ \rho_2 \end{cases}$, $\chi = \begin{cases} \chi_1 \\ \chi_2 \end{cases}$, $x \in \Omega_1$
 $x \in \Omega_2$
 \vec{f}, h - заданные финитные функции, $\vec{\tau}, \vec{n}$ - касательный и нормальный к Γ единичные вектора, $\alpha = \alpha(\tau)$ - коэффициент поверхностного натяжения,

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij} P + \nu \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3,$$

тензор напряжений, R_1, R_2 - главные радиусы кривизны, $[q] = q_1 - q_2$, где q_1 и q_2 предельные значения функции q на Γ при стремлении к изнутри и извне капли.

Исследование поставленной задачи разбивается на два этапа. На первом из них рассматривается вспомогательная задача с фиксированной поверхностью раздела и устанавливается существование и гладкость ее решения. На втором этапе изучаются свойства границы раздела и на основании полученных результатов устанавливается существование решения полной задачи.

При этом используются гильбертово пространство W , являющееся замыканием множества вещественных непрерывно дифференцируемых финитных вектор-функций, удовлетворяющих условию (I.6) по норме

$$\|\vec{u}\|_W^2 = \sum_{i,j=1}^3 \int_{E_3} \left| \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right|^2 dx$$

и гильбертово пространство V , являющееся замыканием множества непрерывно дифференцируемых финитных функций по норме

$$\|t\|_V^2 = \sum_{i=1}^3 \int_{E_3} \left| \frac{\partial t}{\partial x_i} \right|^2 dx.$$

Пространство W разлагается в прямую сумму подпространств

$$W = W_1 \oplus \mathcal{J},$$

где \mathcal{J} - подпространство соленоидальных функций из W , а $W_1 = R(A)$ где A - линейный ограниченный оператор, ставящий в соответствие функции p из подпространства функций, принадлежащих $L_2(\Omega_1) \cap L_2(\Omega_2)$ и ортогональных постоянной в Ω_1 , функцию $\vec{u} \in W$, определяющую на W линейный функционал по формуле

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \int_{E_3} p \operatorname{div} \vec{v} dx,$$

\vec{v} - произвольная функция из W , $[\vec{u}, \vec{v}]$ - некоторое скалярное произведение в W .

Введем скалярные произведения

$$\varepsilon(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2} \int_{E_3} \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) dx, \quad (I.12)$$

где $\vec{u}, \vec{v} \in W$

$$\ell(t, s) = \int_{E_3} \kappa \frac{\partial t}{\partial x_i} \frac{\partial s}{\partial x_i} dx, \quad (I.13)$$

где $t, s \in V$ (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование от 1 до 3). Из неравенства Корна следует, что порождаемые (I.12) и (I.13) нормы эквивалентны нормам в W и V .

Фиксируем поверхность капли $\Gamma \in C^{3+\ell}$ ($\ell > 0$) и предположим, что на ней выполнены условия (I.6)-(I.10). Возникающая вспомогательная задача (I.1)-(I.10) имеет при определенных условиях единственное решение. Доказательство этого проводится по следующей схеме. Сначала, аналогично [II], устанавливается существование обобщенного решения, а затем прослеживается его гладкость в зависимости от гладкости данных задачи.

Обобщенное решение задачи (I.1)-(I.10) определяется из интегральных тождеств

$$\varepsilon(\vec{u}, \vec{z}) + \int_{E_3} u_\kappa \frac{\partial u_i}{\partial x_\kappa} z_i dx = \int_{E_3} \vec{f} \vec{z} dx + \int_\Gamma \frac{\partial \alpha}{\partial \tau} \vec{z} d\Gamma,$$

$$\ell(T, \varphi) + \int_{E_3} u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \varphi dx = \int_{E_3} h \varphi dx,$$

где $\vec{u} = \vec{v} + \vec{u}_\infty$, $\vec{v} \in \mathcal{J}$, $T \in V$, \vec{z}, φ - произвольные функции из \mathcal{J} и V , \vec{u}_∞ - соленоидальная функция, равная нулю в Ω_1 и на Γ и u_∞ вне некоторой лежащей в Ω_2 пограничной к Γ полосы.

Будем предполагать, что $\alpha(T)$ является непрерывно дифференцируемой функцией аргумента T , удовлетворяющей условиям

$$\alpha_0 \leq \alpha(T) \leq \alpha_* \quad (I.14)$$

$$|d\alpha/dT| \leq \gamma \quad (I.15)$$

Тогда $\partial \alpha / \partial \tau = (d\alpha/dT)(\partial T/\partial \tau)$, $(\partial T/\partial \tau) \in W_2^{-1/2}(\Gamma)$ ([12], гл.6).
 Обобщенное решение задачи (I.I)-(I.I0) существует при любых функциях $\vec{f}, h \in L_{6/5}(E_3)$ и любой функции α , удовлетворяющей условию (I.I5).
 Для доказательства этого, подобно [11], гл.5, задача (I.I)-(I.I0) рассматривается в последовательности расширяющихся областей Ω_m , исчерпывающих в пределе при $m \rightarrow \infty$ все пространство E_3 . В каждой из Ω_m существование обобщенного решения задачи эквивалентно существованию решения операторного уравнения

$$R_m \vec{u} = \vec{u}$$

с вполне непрерывным оператором R_m , для которого оказываются выполненными условия теоремы Шаудера. Продолжая обобщенные решения из Ω_m на все пространство E_3 и переходя к пределу при $m \rightarrow \infty$, получаем существование обобщенного решения задачи (I.I)-(I.I0) в E_3 .

Далее при $\vec{f}, h \in L_2(\Omega_1) \cap L_2(\Omega_2)$ из [13] следует, что функция из обобщенного решения задачи (I.I)-(I.I0) имеет в произвольной ограниченной области Ω суммируемые с квадратом обобщенные производные второго порядка. В произвольной ограниченной области Ω такой, что $\Omega \cap \Gamma = \emptyset$ из [11] следует, что $\vec{u} \in W_2^2(\Omega)$, $\rho \in W_2^1(\Omega)$. Предполагая, что $h \in W_2^1(\Omega_1) \cap W_2^1(\Omega_2)$, подобно [14], устанавливается существование суммируемых с квадратом обобщенных производных второго порядка от \vec{u} и первого порядка от ρ вблизи Γ . Таким же образом последовательно доказываются существование производных любого порядка у функций \vec{u}, ρ, T вне шара Ω_0 , содержащего область Ω_1 и носители функций \vec{f} и h . Единственность обобщенного решения задачи (I.I)-(I.I0) доказывается в предположении, что

$$\frac{2}{\min \nu} (C_1 + C_2 \frac{\chi}{\min \chi}) < 1,$$

где C_1, C_2 - положительные постоянные, определяемые априорными оценками решения и постоянными из теорем вложения. При этом используется тот факт, что в любой ограниченной области Ω , $\vec{u}, T \in W_2^2$, и асимптотика решения при $|x| \rightarrow \infty$

$$\vec{u}(x) = \vec{u}_\infty + O(|x|^{-1}), \quad T(x) = O(|x|^{-1}),$$

которая устанавливается методами работ [15-16].

Для установления гладкости решения задачи (I.I)-(I.I0) внутри Ω_0 фиксируем значение обобщенного решения на сфере S_0

$$\vec{u}|_{S_0} = \vec{\varphi}_0(x), \quad T|_{S_0} = \psi_0(x) \tag{I.I6}$$

и рассмотрим линеаризованную систему

$$\begin{aligned} -\nu \Delta \vec{u} + \frac{1}{\rho} \nabla \rho &= \vec{f}(x) \\ \operatorname{div} \vec{u} &= \chi(x) \\ -\chi \Delta T &= h(x) \end{aligned} \tag{I.I7}$$

с условиями сопряжения

$$\begin{aligned} \vec{u}_n|_{\Gamma} &= \vec{\varphi}_1(x), \\ [\vec{u}_\tau] &= \vec{\varphi}_2(x), \\ [T] &= \varphi_3(x), \\ [\vec{\epsilon} \otimes \vec{n}] &= \varphi_4(x) + \frac{\partial \alpha}{\partial \tau}, \\ [x \frac{\partial T}{\partial n}] &= \varphi_5(x) \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

и граничными условиями (I.16). Непосредственно проверяется, что к задаче (I.17), (I.16), (I.18) применимы результаты работы [17], из которых, в частности, следует, что задача имеет единственное решение из класса функций, определяемого принадлежностью правых частей уравнений, граничных условий и условий сопряжения соответствующим функциональным пространствам, и имеет место априорная оценка решения задачи через известные функции правых частей. Далее по обычной схеме (из [17]), рассматривая нелинейную задачу при $\vec{u}, T \in W_2^2(\Omega_1) \cap W_2^2(\Omega_2 \cap \Omega_0)$ как линейную с неоднородностью $\vec{F} = \vec{f} - \vec{u}_k (\partial u / \partial x_k)$ в уравнениях движения и $H = h - u_k (\partial T / \partial x_k)$ в уравнении энергии. Из теорем вложения и результатов по разрешимости линейной задачи следует, что $\vec{u}, T \in W_q^2(\Omega_1) \cap W_q^2(\Omega_2 \cap \Omega_0)$ с любым конечным показателем q и для них имеет место соответствующая априорная оценка. Затем, из теорем вложения следует, что $\vec{F}, H \in C^\ell(\Omega_1) \cap C^\ell(\Omega_2 \cap \Omega_0)$, где величина ℓ определяется лишь принадлежностью \vec{f}, h пространствам $C^\ell(\Omega_1) \cap C^\ell(\Omega_2 \cap \Omega_0)$. Тем самым для исследуемой задачи оказываются выполненными условия классической разрешимости линейной задачи, и, следовательно, если $\ell > 0$ нецелое число и $\Gamma \in C^{3+\ell}$, $\vec{f}, h \in C^\ell(\Omega_1) \cap C^\ell(\Omega_2 \cap \Omega_0)$, то вспомогательная задача (I.1)-(I.10) имеет единственное решение такое, что

$$\|\vec{u}\|_{\ell+2, \Omega_1} + \|\vec{u}\|_{\ell+2, \Omega_2 \cap \Omega_0} + \|T\|_{\ell+2, \Omega_1} + \|T\|_{\ell+2, \Omega_2 \cap \Omega_0} + \|P\|_{\ell+1, \Omega_1} + \quad (\text{I.19})$$

$$\|P\|_{\ell+1, \Omega_2 \cap \Omega_0} \leq \Pi (\|\vec{u}^0\|_W, \|\vec{f}\|_{\ell, \Omega_1} + \|\vec{f}\|_{\ell, \Omega_2 \cap \Omega_0}, \|h\|_{\ell, \Omega_1} + \|h\|_{\ell, \Omega_2 \cap \Omega_0}).$$

Остается показать, что граница капли Γ , определяемая из уравнения (I.11) при дополнительных предположениях о характере решения $\vec{u}(x)$, $T(x)$, поверхностном натяжении $\alpha(T)$ и определяющих параметрах задачи действительно обладает достаточной гладкостью ($\Gamma \in C^{3+\ell}$). Дополнительно предполагается, что массовые силы $\vec{f}(x)$ и тепловые источники $h(x)$ обладают осевой симметрией. В этом случае решение будет также осесимметричным. Введем сферическую систему координат (r, θ, φ) и учтем, что уравнения не зависят от угла φ . Обозначим $\zeta(\theta) = r(\theta) - 1$, где $r(\theta)$ - уравнение поверхности Γ . Через ϵ^0 обозначим тензор напряжений, соответствующий решению Адамара-Рыбчинского линейной задачи [18], \vec{n}^0 - единичный орт радиус-вектора, исходящего от начала координат, $\eta = \cos \theta$.

В безразмерной форме уравнение (I.II) может быть записано в виде /3/

$$L_{\beta} \zeta = \frac{d}{d\eta} \left((1-\eta^2) \frac{d\zeta}{d\eta} \right) + 2\zeta - \beta \eta \zeta = \\ We ([\vec{n} \in \vec{n}] - [\vec{n}^{\circ} \in^{\circ} \vec{n}^{\circ}]) + \Psi(\zeta), \quad (I.20)$$

где $\beta = \alpha^2 g (\rho_2 - \rho_1) / \alpha$ - число Бонда, $We = \rho_1 v_1^2 / \alpha a$ - число Вебера, a - эквивалентный радиус капли, g - ускорение свободного падения. Через $\Psi(\zeta)$ обозначены члены второго и выше порядка малости по ζ .

Перепишем уравнение (I.20) в виде

$$\frac{d}{d\eta} \left((1-\eta^2) \frac{d\zeta}{d\eta} \right) + 2\zeta - \beta_0 \eta \zeta = -\beta_0 \left(1 - \frac{\alpha_0}{\alpha} \right) \eta \zeta \\ + We_0 \frac{\alpha_0}{\alpha} ([\vec{n} \in \vec{n}] - [\vec{n}^{\circ} \in^{\circ} \vec{n}^{\circ}]) + \Psi(\zeta). \quad (I.21)$$

Здесь β_0 , We_0 - значения чисел Бонда и Вебера, соответствующие поверхностному натяжению α_0 , где α_0 - постоянная из неравенства (I.I4). Как показано в [3], оператор L_{β_0} , стоящий в левой части уравнения (I.21) при малых β_0 имеет обратный оператор $L_{\beta_0}^{-1}$ и для него справедлива оценка

$$\| L_{\beta_0}^{-1} \| \leq C \beta_0^{-2}.$$

Уравнение (I.21) преобразуем теперь к виду

$$\zeta = We_0 L_{\beta_0}^{-1} A \zeta + \beta_0 L_{\beta_0}^{-1} D \zeta, \quad (I.22)$$

где $A \zeta$ - оператор, сопоставляющий заданной поверхности капли значение напряжений на ней согласно правой части (I.21). Предположим, что оператор

$$B \zeta = We_0 L_{\beta_0}^{-1} A \zeta + \beta_0 L_{\beta_0}^{-1} D \zeta$$

переводит шар $\zeta_{\delta}: |\zeta|_{e, (-1, +1)} < \delta$ в себя.

При условии

$$C (\beta_0^{-2} C_* + \beta_0^{-1}) < 1, \quad (I.23)$$

где постоянная C_* зависит от правой части оценки (I.I9), для любых ζ_1 и ζ_2 из шара ζ_{δ} устанавливается неравенство

$$|B \zeta_1 - B \zeta_2| < \xi |\zeta_1 - \zeta_2|_e, \quad 0 < \xi < 1, \quad (I.24)$$

показывающее, что оператор B является оператором сжатия в шаре ζ_{δ} . Для этого рассматриваются поля скоростей, давлений и температур, соответствующих поверхностям Γ_1 и Γ_2 , определяемым функциями ζ_1 и ζ_2 . Для оценки разностей $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$, $p_1 - p_2$, $T_1 - T_2$ через величину $\zeta_1 - \zeta_2$ выполняются неособые преобразования координат, переводящие поверхности Γ_1 и Γ_2 в сферу. Посредством таких преобразований возмущение границы капли переводится в возмущение уравнений. Таким образом, для разностей $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$, $p_1 - p_2$, $T_1 - T_2$ получаем краевую задачу, к которой применимы описанные выше результаты

по разрешимости и оценкам. Из этих оценок следует неравенство (I.24). Для установления того, что оператор B действительно переводит шар ζ_S в себя, используем такого же типа преобразование координат, а в качестве одной из вспомогательных задач возьмем линейную задачу Адамара-Рыбчинского. Получаем неравенство

$$|B\zeta|_e < |\zeta|_e. \quad (I.25)$$

Из неравенств (I.24) и (I.25) следует, что уравнение (I.22) имеет единственное решение в шаре ζ_S . Таким образом, при указанных выше условиях доказана классическая разрешимость задачи (I.I)-(I.II) о стационарном движении капли в неоднородном поле.

2. Анализ результатов численного эксперимента

Для численного решения задачи о движении капли с учетом термокапиллярной конвекции использовался аналогично [5-8] один из простейших способов создания неоднородного температурного поля - вдали от капли задается постоянный градиент температуры, параллельный вектору скорости невозмущенного потока. Кроме того, предполагается, что течение и поле температур осесимметрично, гравитационные силы отсутствуют и поверхностное натяжение зависит от температуры линейным образом $\alpha = \alpha_0(1 - \kappa(T - T_0))$, где κ - положительная постоянная, α_0 - значение коэффициента поверхностного натяжения, соответствующее температуре T_0 .

Исходные уравнения, граничные условия и условия сопряжения приводятся к безразмерному виду, используя в качестве единицы длины эквивалентный радиус капли a , единицы скорости - величину скорости невозмущенного потока u_∞ , единицы температуры - величину $|\nabla T_\infty| a$, где $|\nabla T_\infty|$ - величина задаваемого в невозмущенном потоке градиента температуры.

Определяющими параметрами задачи являются числа Рейнольдса $Re_1 = a u_\infty \rho_1 / \mu_1$ и Пекле $Pe_1 = a u_\infty \rho_1 C_{p1} / \alpha_1$ для жидкости внутри капли, число Марангони $Mn = \kappa a^2 |\nabla T_\infty| \rho_1 / \mu_1^2$, отношения коэффициентов динамической вязкости $\mu = \mu_1 / \mu_2$, плотностей $\rho = \rho_1 / \rho_2$, коэффициентов теплопроводностей $\alpha = \alpha_1 / \alpha_2$, удельных теплоемкостей $C_p = C_{p1} / C_{p2}$ для жидкости внутри и вне капли, число Вебера We_0 , соответствующее коэффициенту поверхностного натяжения α_0 и параметр $\delta = \kappa |\nabla T_\infty| a$, который после приведения температуры к безразмерному виду входит в соотношение $\alpha = \alpha_0(1 - \delta T)$.

Используется сферическая система координат (r, θ, φ) с началом в центре масс капли и полярной осью $\theta = 0$, направленной по потоку.

В силу осевой симметрии задача переформулируется относительно неизвестных функций Ψ , вихря ω и температуры T .

Во внешней области вводятся новые неизвестные функции $\Psi^* = \Psi_2 - 1/2 r^2 \sin^2 \theta$ и $T^* = T_2 - \gamma \cos \theta$, если направление задаваемого в невозмущенном потоке градиента совпадает с направлением потока или $T^* = T_2 + \gamma \cos \theta$, если эти направления противоположны, и во внешней области используется преобразование $r = 1/R$, позволяющее решать внешнюю задачу в конечной области с нулевыми граничными условиями для ω , Ψ^* , T^* при $R = 0$. Численное решение находится с помощью неявной конечно-разностной схемы типа переменных направлений. Для определения значений вихря на поверхности капли используется итерационный процесс Дородницына [8], а для решения уравнения (3.2), определяющего поверхность капли, используются методы, указанные в [8].

Характер влияния дополнительных касательных напряжений на поверхности капли, связанных с переменным поверхностным натяжением, на картину течения вокруг и внутри капли зависит от направления градиента температуры в невозмущенном потоке, а степень влияния определяется параметрами задачи.

При этом в случае малых значений параметра We_0 , а, следовательно, малых значений величины $We = We_0 / (1 - \delta T)$, как отмечалось в [8], отклонения формы капли от сферической незначительны и ими можно пренебречь.

Приведем некоторые результаты при малых числах We ($We \ll 1$), в приближении сферической капли.

Если направление градиента температуры противоположно направлению невозмущенного потока, то картина течения качественно близка к той, которая имеет место при движении капли в изотермическом режиме [4]. При этом с увеличением числа Марангони при постоянных значениях остальных параметров скорость жидкости на поверхности капли возрастает, что влечет рост интенсивности течения внутри капли и в прилегающем к ней слое. Полный коэффициент сопротивления при этом уменьшается. Градиент поверхностного натяжения также уменьшается с ростом Mn , что обуславливается более однородным распределением температуры по поверхности капли с ростом скорости жидкости в окрестности поверхности. Это же явление наблюдается с увеличением, при прочих равных условиях, параметра Re , вследствие роста влияния потока жидкости на распределение температуры.

В таблице I приведены значения скорости U на поверхности капли в точке $\theta = \pi/2$, максимума абсолютной величины функции тока $|\Psi|_{max}$ внутри капли и полного коэффициента сопротивления C_x при $Re = 10$ и различных значениях чисел Марангони и Пекле (остальные параметры следующие $\mu = \rho = \alpha = C_p = 1$). Из таблицы следует, что при малых Re ($Re \leq 10$) при увеличении Mn от 0 до 15 интенсивность течения внутри и на поверхности капли возрастает более чем в 2 раза, а при $Re = 100$ примерно в 1,7 раза. Коэффициент сопротивления при

Таблица I

Mn	$Re = 1$			$Re = 10$			$Re = 100$			
	0	5	10	15	5	10	15	5	10	15
v	0,40	0,63	0,72	0,85	0,65	0,74	0,86	0,51	0,58	0,74
$ \Psi _{max}$	0,052	0,073	0,091	0,107	0,077	0,094	0,110	0,066	0,076	0,087
C_x	3,34	3,03	2,49	2,08	2,72	2,30	1,89	3,00	2,80	2,60

этом убывает соответственно в 1,6, 1,8 и 1,3 раза. При фиксированной величине числа Re (и параметров μ, ρ, α, C_p) степень влияния термокапиллярной конвекции определяется в основном величиной отношения Mn/Re . Влияние интенсивности основного потока на степень влияния термокапиллярной конвекции незначительно.

В случае, когда направление градиента температуры вдали от капли совпадает с направлением невозмущенного потока, основные отличия в картине течения от случая, рассмотренного выше, состоят в возникновении вторичных течений вне и внутри капли, обусловленных термокапиллярной конвекцией. По мере увеличения значений Mn (при постоянных значениях остальных параметров) за каплей образуется застойная зона, которая в дальнейшем развивается в возвратный вихрь. Одновременно с ним внутри капли образуется второй вихрь, противоположный исходному. С ростом Mn внешний и внутренний вихри развиваются так, что вне капли возвратный вихрь заполняет постепенно всю поверхность, обволакивая каплю, а внутренний вихрь вытесняет уже имеющийся и заполняет всю каплю. По-видимому, такой же механизм термокапиллярной конвекции лежит в основе парадокса "падающего" пузырька, указанного Г.Биркгофом [19].

Примеры течений указанного выше типа приведены на рис. I, где показаны картины линий тока и линий равной завихренности а) $Mn=0$, б) $Mn=5$, в) $Mn=8$, г) $Mn=15$, при $Re=10$, $Re=10$, $\mu = \rho = \alpha = C_p = 1$. Коэффициент полного сопротивления в этом случае увеличивается с ростом числа Mn (при фиксированных значениях остальных параметров). В таблице 2 приведены значения C_x при различных значениях чисел Re и Mn (при $Re=10$, $\mu = \rho = \alpha = C_p = 1$). Возникновение вторичных течений с увеличением числа Re происходит при меньших значениях Mn , но затем, по мере роста величины Mn , когда вторичные течения заполняют большую часть капли, меньшим значениям Re соответствует большая интенсивность вторичных течений. Это объясняется большей однородностью температуры на поверхности капли при больших значениях параметра Re . По программам и алгоритмам [8] рассчитывалось течение при умеренных числах $0 < We < 4$.

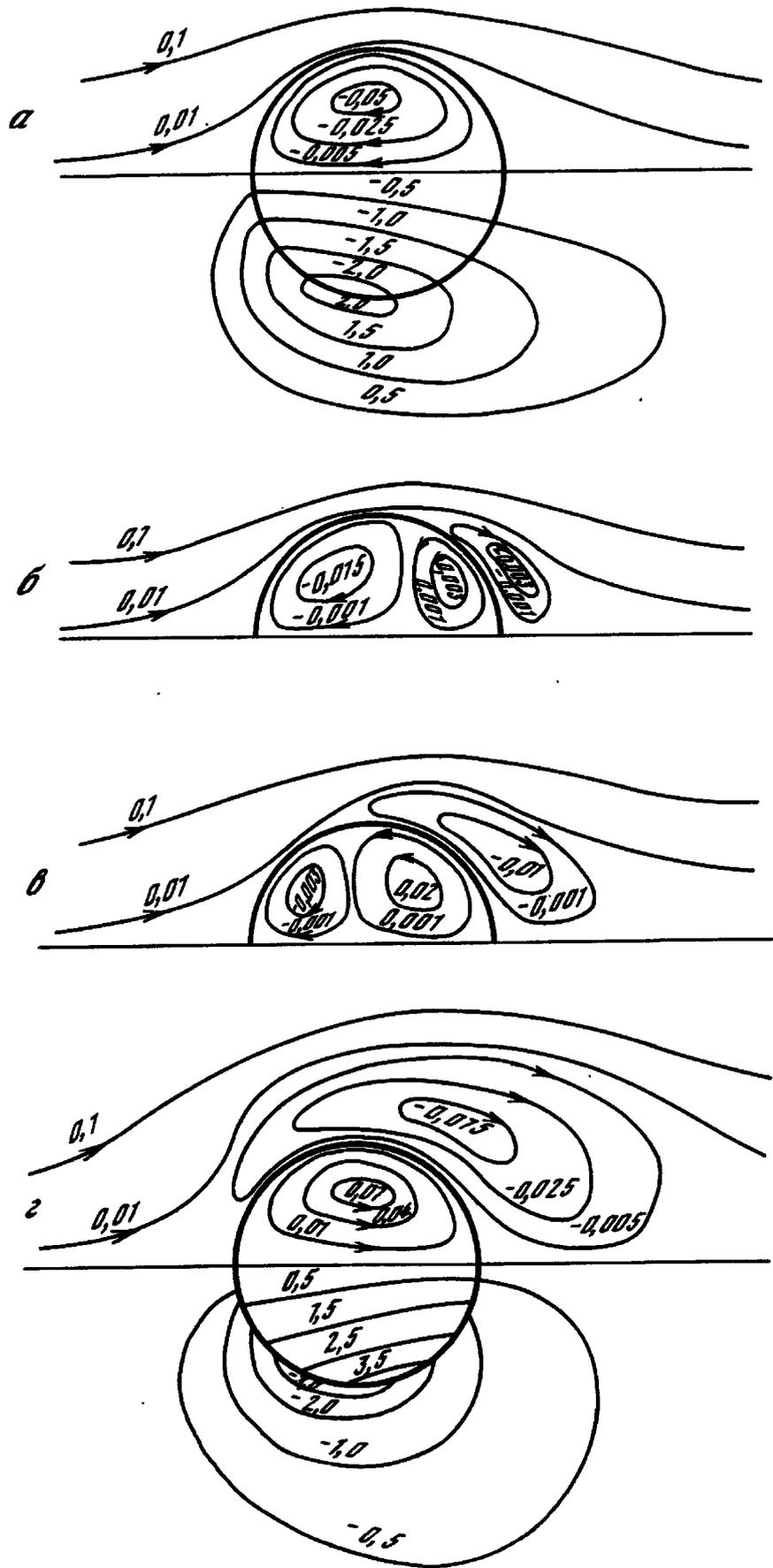


Рис. I

Таблица 2

	$Mn = 0$	$Mn = 5$	$Mn = 10$	$Mn = 15$	$Mn = 20$
$Re = 10$	0,34	4,00	4,86	5,38	5,95
$Re = 20$	2,05	2,48	2,67	3,22	3,81
$Re = 50$	1,13	1,17	1,20	1,25	1,28

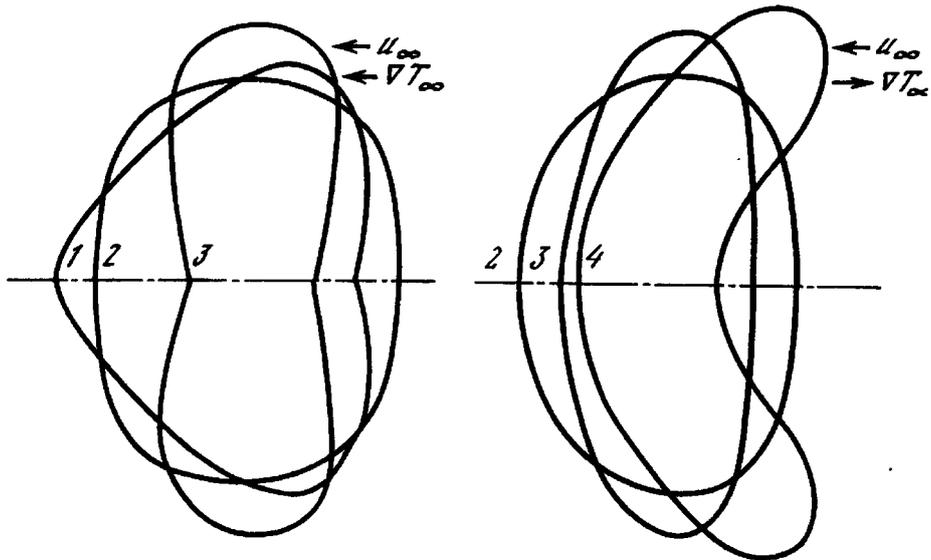


Рис. 2

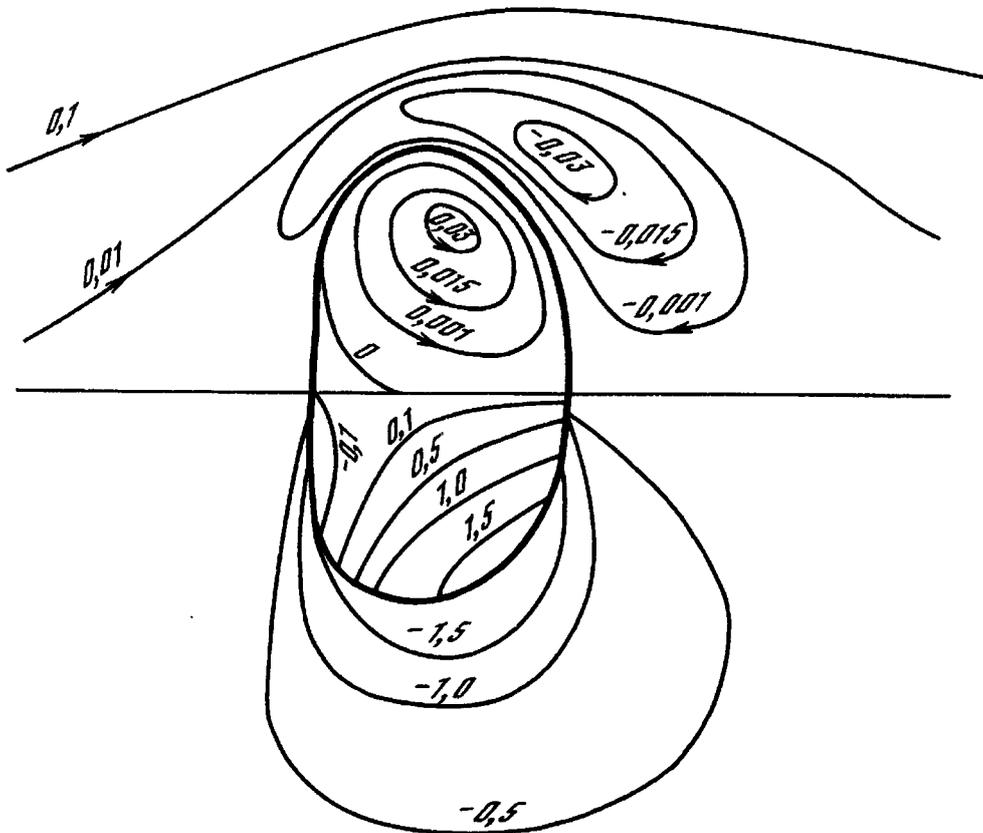


Рис. 3

При наличии термокапиллярной конвекции и обусловленных ею дополнительных касательных напряжениях отклонения формы капли от сферической становятся заметными при меньших по сравнению с изотермическим режимом значениях числа Вебера (We_0).

На рис.2 приведены формы поверхности капли для значений параметров $Re = 10$, $Pe = 10$, $\mu = \rho = \alpha = C_p = 1$ для двух случаев направления градиента температуры в невозмущенном потоке, где 1 - $Mn = 20$, $We_0 = 1,5$; 2 - $Mn = 5$, $We_0 = 1,5$; 3 - $Mn = 5$, $We_0 = 5$; 4 - $Mn = 20$, $We_0 = 5$.

На рис. 3 приведен пример течения внутри и вокруг несферической капли при $Re = 10$, $Pe = 10$, $Mn = 10$, $We_0 = 2$, когда градиент температуры направлен по потоку.

Л и т е р а т у р а

1. Acrivos A., Taylor T.D. On the deformation and drag of a falling viscous drop at low Reynolds number. - J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, N 3, p. 466-477.
2. Гупало Ю.П., Рязанцев Ю.С., Чалюк А.Т. Обтекание покрытой жидкой пленкой сферы при малых числах Рейнольдса. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5, с. 3-13.
3. Ривкинд В.Я. Исследование задачи о стационарном движении капли в потоке вязкой несжимаемой жидкости. - ДАН СССР, 1976, т. 227, № 5, с. 1071-1074.
4. Ривкинд В.Я., Рыскин Г.М. Структура течения при движении сферической капли в жидкой среде в области переходных чисел Рейнольдса. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 1, с. 8-15.
5. Яламов Ю.И., Санасарян А.Д. Движение капель в неоднородной по температуре вязкой среде. - ИЖЖ, 1975, т.28, № 6, с. 1061-1064.
6. Братухин Ю.К. Термокапиллярный дрейф капельки вязкой жидкости. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1975, № 5, с. 156-161.
7. Братухин Ю.Б. Обтекание газового пузыря потоком неравномерно нагретой жидкости при малых числах Марангони. - Инж.-физ. журн., 1977, т. 32, № 2, с. 251-256.
8. Ривкинд В.Я. Стационарное движение слабо деформируемой капли в потоке вязкой жидкости. - В кн.: Зап. науч. семинаров ЛОМИ АН СССР, 1977, Вып. 69, с. 157-170.
9. Никитин С.А., Полежаев В.И. Конвекция и перенос тепла в сферическом сосуде, частично заполненном жидкостью, в условиях пониженной гравитации. - Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 2, с.154-159.
10. Кускова Т.В., Полежаев В.И. Численное исследование движения неизотермической вязкой жидкости, содержащей пузырь, в условиях пониженной гравитации. - В кн.: Вычислительные методы и программирование, 1974, вып. 23, с. 54-75.

11. Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1970.
12. Обэн Ж. - П. Приближенное решение эллиптических краевых задач. М.: Мир, 1977.
13. Ладыженская О.А., Ривкинд В.Я., Уральцева Н.Н. О классической разрешимости задач дифракции. - Тр./Матем. ин - т АН СССР им. В.А.Стеклова, 1966, т. 92, с. 116-146.
14. Ривкинд В.Я., Фридман Н.Б. Об уравнениях Навье-Стокса с разрывными коэффициентами. - В кн.: Зап. науч. семинаров ЛОМИ АН СССР, 1973, вып. 38, с. 137-148.
15. Бабенко К.И. О стационарных решениях задачи обтекания тела вязкой несжимаемой жидкостью. Препринт ИПМ АН СССР № 40, 1972.
16. Finn R. On the exterior stationary problem for the Navier-Stokes equations and associated perturbation problems. - Arch. Rat. Mech. and Anal., 1965, vol. 19, N 5, p. 363-406.
17. Шефтель З.Г. Общая теория граничных задач для эллиптических систем с разрывными коэффициентами. - Укр. мат. журн., 1966, 18, № 3, с. 132-136.
18. Ламб Г. Гидродинамика. М.: ОГИЗ, 1947.
19. Биркгоф Г. Гидродинамика. М.: ИЛ, 1963.

УДК 536.25

О ВИБРАЦИОННОЙ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

Г.З.Гершуни, Е.М.Жуховицкий, Д.С.Юрков

1. Если полость с несжимаемой жидкостью совершает гармонические колебания и температура жидкости неоднородна, то, как показано, в [1], в условиях невесомости возможно возникновение вторичного (осредненного) свободного конвективного течения. Это течение может быть охарактеризовано осредненными полями скорости \bar{v} , температуры \bar{T} и конвективного давления \bar{p} . В случае высокочастотной вибрации, когда период колебаний много меньше характерных гидродинамических времен, уравнения осредненного течения получаются методом осреднения и могут быть записаны в системе отсчета, связанной с полостью, в виде [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + (\bar{v} \nabla) \bar{v} &= -\frac{1}{\rho} \nabla \bar{p} + \nu \Delta \bar{v} + \varepsilon (\bar{w} \nabla) (T \bar{n} - \bar{w}), \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{v} \nabla \bar{T} &= \chi \Delta \bar{T}, \quad T \bar{n} = \bar{w} + \nabla \varphi, \\ \operatorname{div} \bar{v} &= 0, \quad \operatorname{div} \bar{w} = 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь \bar{w} - соленоидальная часть вектора $T \bar{n}$, \bar{n} - единичный вектор вдоль фиксированной оси вибрации; ρ - средняя плотность, ν -

кинематическая вязкость, χ - температуропроводность, $\varepsilon = (\beta \delta \Omega)^2 / 2$ - вибрационный параметр, β - коэффициент теплового расширения, δ и Ω - амплитуда смещения и круговая частота вибрации.

На границе полости S скорость и нормальная компонента вектора \vec{w} обращаются в нуль, а распределение температуры предполагается заданным.

Причиной возникновения осредненного конвективного течения служит появление при вибрации в условиях неоднородного температурного поля средней по времени массовой силы (последнее слагаемое в первом из уравнений системы (I.I)). При определенных условиях, зависящих от геометрии полости, направления оси вибрации и градиента температуры в жидкости, эта массовая сила может быть скомпенсирована градиентом давления. При этом жидкость может находиться в состоянии механического равновесия. Условия равновесия вытекают из (I.I) и имеют вид

$$\nabla(\vec{w}_0 \vec{n}) \times \nabla T_0 = 0, \Delta T_0 = 0, \operatorname{div} \vec{w}_0 = 0, \operatorname{rot} \vec{w}_0 = \nabla T_0 \times \vec{n} \quad (I.2)$$

с соответствующими граничными условиями для равновесных полей T_0 и \vec{w}_0 . Некоторые равновесные ситуации и их устойчивость обсуждены в [1]. Невыполнение необходимых условий (I.2) означает, что механическое равновесие невозможно и при сколь угодно малой неоднородности температуры возникает вибрационная конвекция. Ниже рассматриваются некоторые конвективные течения такого рода.

2. Рассмотрим сначала конвективное течение около бесконечной плоской пластины, совершающей (вместе с жидкостью) высокочастотные колебания в своей плоскости вдоль оси z . Вдали от пластины температура жидкости меняется с продольной координатой z по линейному закону $T_\infty = \beta z$. Температура на пластине $T_w = \Theta + \beta z$, где Θ - постоянный перепад температуры. Система (I.I) при таких условиях нагрева имеет стационарное решение, описывающее плоскопараллельное конвективное течение следующей структуры (x - координата по нормали к пластине)

$$\begin{aligned} v_x = v_y = 0, \quad v_z = v(x); \quad T = \beta z + \vartheta(x); \\ w_x = w_y = 0, \quad w_z = w(x); \quad \rho = \text{const}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Из (I.I) следуют уравнения для $v(x)$, $w(x)$ и $\vartheta(x)$

$$\nu v'' + \varepsilon \beta w = 0, \quad \chi \vartheta'' - \beta v = 0, \quad w = \vartheta. \quad (2.2)$$

На пластине и вдали от пластины имеем граничные условия

$$\begin{aligned} x = 0: \quad v = 0, \quad \vartheta = \Theta; \\ x \rightarrow \infty: \quad v \rightarrow 0, \quad \vartheta \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Решение имеет вид

$$v = \Theta \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} \frac{B}{|B|} e^{-\gamma x} \sin \gamma x, \quad v' = w = \Theta e^{-\gamma x} \cos \gamma x, \quad (2.4)$$

$$\gamma = (\varepsilon B^2 / 4 \nu \chi)^{1/4}.$$

Таким образом, образуется свободноконвективный пограничный слой постоянной толщины $\delta \sim 1/\gamma$. В основной (пристеночной) части жидкость течет в сторону продольного градиента температуры (при $\Theta > 0$). Максимальная скорость равна

$$v_m = 0,3224 \Theta \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} \quad (2.5)$$

и достигается на расстоянии $x_m = \pi/4\gamma$ от пластины.

Полученное решение обобщается на случай наличия статического поля тяжести. Если ускорение силы тяжести \vec{g} направлено по оси z в сторону, противоположную продольному градиенту температуры, т.е. имеет компоненты $(0, 0, -g)$, то в уравнении движения (первое из уравнений (2.2)) добавится член $g\beta v'$. Решение по форме совпадает с (2.4); отличие заключается в значении параметра γ , который теперь равен

$$\gamma = \left(\frac{\varepsilon B^2 + g\beta B}{4 \nu \chi} \right)^{1/4}. \quad (2.6)$$

В отсутствие вибрации ($\varepsilon = 0$) получается решение, описывающее конвективный пограничный слой Гилла [2], реализующийся около вертикальной пластины с заданным на ней постоянным градиентом температуры B , направленным вверх (нагрев сверху). При наличии вертикальной высокочастотной вибрации и нагрева сверху ($B > 0$), как видно из (2.6), пограничный слой существует при всех значениях B . Если же имеется подогрев снизу ($B < 0$), то решение при наличии вибрации в виде пограничного слоя постоянной толщины возможно при условии $\varepsilon |B| > g\beta$.

3. Рассмотрим теперь два точных решения уравнений вибрационной конвекции, описывающие плоскопараллельное течение в слое конечной толщины.

Первый случай соответствует замкнутому конвективному течению в бесконечном плоском слое между плоскостями $x = \pm h$. Температуры плоскостей равны

$$T|_{x=\pm h} = \pm \Theta + Bz.$$

Таким образом, кроме поперечной разности температур 2Θ имеется также постоянный продольный градиент температуры вдоль обеих плоскостей. Решение, соответствующее плоскопараллельному замкнутому течению, имеет вид

$$v = \frac{\Theta}{\Delta_1} \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} \left(\frac{\operatorname{sh} z \xi \cos z \xi}{\operatorname{sh} z \cos z} - \frac{ch z \xi \sin z \xi}{ch z \sin z} \right) \frac{B}{|B|}, \quad (3.1)$$

$$v = w = \frac{\Theta}{\Delta_1} \left(\frac{\operatorname{sh} \zeta \xi \cos \zeta \xi}{\operatorname{ch} \zeta \sin \zeta} + \frac{\operatorname{ch} \zeta \xi \sin \zeta \xi}{\operatorname{sh} \zeta \cos \zeta} \right),$$

$$\Delta_1 = \operatorname{tg} \zeta \operatorname{cth} \zeta + \operatorname{ctg} \zeta \operatorname{th} \zeta, \quad \zeta = (\varepsilon B^2 h^4 / 4 \nu \chi)^{1/4}, \quad \xi = x/h.$$

На рис. I изображено семейство профилей скорости для нескольких значений параметра ζ (кривые 1-4 соответствуют $\zeta = 1, 2, 254, 5, 10$). Мерой интенсивности конвективного течения может служить расход Q_1 по половине сечения канала (на единицу длины в направлении оси y)

$$Q_1 = \Theta h \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} f_1(\zeta), \quad (3.2)$$

$$f_1(\zeta) = \frac{1}{2\zeta\Delta_1} \left(\operatorname{tg} \zeta + \operatorname{ctg} \zeta - \operatorname{th} \zeta + \operatorname{cth} \zeta - \frac{1}{\operatorname{sh} \zeta \cos \zeta} - \frac{1}{\operatorname{ch} \zeta \sin \zeta} \right).$$

При малых ζ имеем $f_1 \approx \zeta^2/12$, т.е. расход пропорционален продольному градиенту B . При больших ζ имеем $f_1 \approx 1/2\zeta$, т.е. $Q_1 \sim B^{-1/2}$. Максимальная интенсивность достигается при $\zeta = 2,254$ (соответствующий профиль скорости изображен на рис. I, кривая 2); при этом $f_{1m} = 0,2086$.

Второй случай отвечает незамкнутому течению в бесконечном плоском слое, обе границы которого поддерживаются при одинаковых температурах

$$T|_{x=\pm h} = \Theta + Bz.$$

Поперечная разность температур в этом случае отсутствует, но температура границ отличается на Θ от температуры жидкости вне слоя. В отличие от (3.1) профили скорости и температуры являются в этом случае четными

$$v = \frac{\Theta}{\Delta_2} \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} \left(\frac{\operatorname{ch} \zeta \xi \cos \zeta \xi}{\operatorname{ch} \zeta \cos \zeta} - \frac{\operatorname{sh} \zeta \xi \sin \zeta \xi}{\operatorname{sh} \zeta \sin \zeta} \right) \frac{B}{|B|}, \quad (3.3)$$

$$v = w = \frac{\Theta}{\Delta_2} \left(\frac{\operatorname{ch} \zeta \xi \cos \zeta \xi}{\operatorname{sh} \zeta \sin \zeta} + \frac{\operatorname{sh} \zeta \xi \sin \zeta \xi}{\operatorname{ch} \zeta \cos \zeta} \right),$$

$$\Delta_2 = \operatorname{tg} \zeta \operatorname{th} \zeta + \operatorname{ctg} \zeta \operatorname{cth} \zeta.$$

Профили скорости изображены на рис. 2 (кривые 1-5 соответствуют значениям $\zeta = 0,5, 1, 1,27, 2, 3$ и 10). Расход через сечение слоя есть

$$Q_2 = \Theta h \sqrt{\frac{\varepsilon \chi}{\nu}} f_2(\zeta), \quad f_2(\zeta) = \frac{1}{2\Delta_2} (\operatorname{tg} \zeta + \operatorname{ctg} \zeta + \operatorname{th} \zeta - \operatorname{cth} \zeta). \quad (3.4)$$

При малых и больших ζ имеем соответственно $f_2 \approx 4\zeta^2/3$ и $f_2 \approx 1/\zeta$. Таким образом, как и в случае нечетного течения, интенсивность конвекции при малых продольных градиентах растет пропорционально B и при больших - убывает по закону $B^{-1/2}$. Максимальная интенсивность достигается при $\zeta = 1,127$ (кривая 2 на рис. 2); при этом $f_{2m} = 0,8345$. Графики функций $f_1(\zeta)$ и $f_2(\zeta)$ представлены на рис. 3 (соответственно кривые 1 и 2).

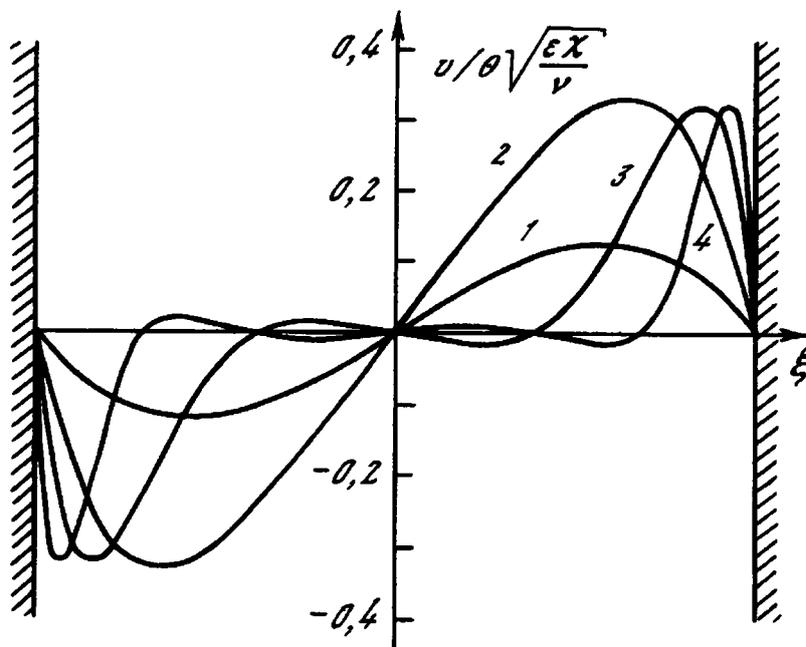


Рис.1

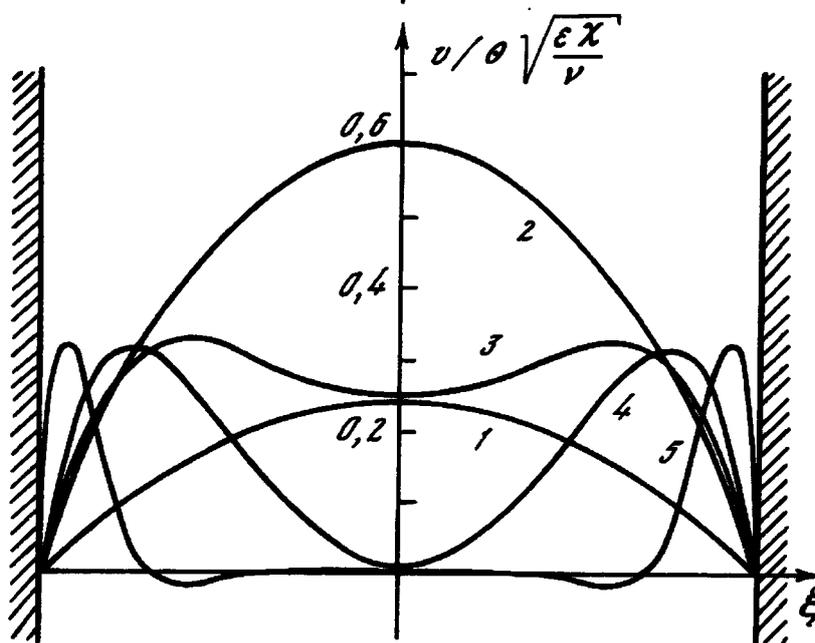


Рис.2

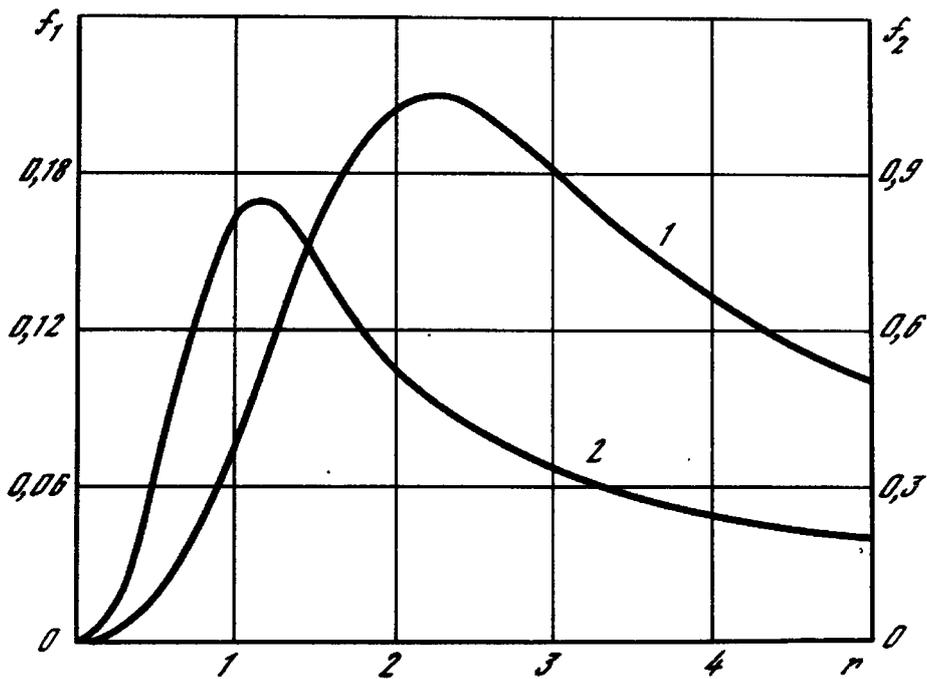


Рис.3

Итак, при малых B интенсивность обоих рассмотренных течений возрастает с ростом B ; профили скорости близки соответственно к кубическому и параболическому. При больших B интенсивность течений падает, а сами течения приобретают характер разомкнутых пограничных слоев около плоскостей. Структура этих слоев, естественно, совпадает со структурой рассмотренного в предыдущем пункте течения около одиночной плоскости.

Проведем оценку скорости вибрационного конвективного течения. Примем частоту и амплитуду вибрации равными 100 гц и 1 мм, а разность температур $\Theta = 20^\circ$. Имея в виду "термосифонный" режим течения (3.3), получим максимальные значения скорости на оси канала (при максимальном расходе, т.е. $\zeta = 1,127$) для воды и воздуха соответственно 0,04 см/сек и 2 см/сек. При полуширине канала $h = 1$ см условие максимальности расхода требует задания продольного градиента в случае воды и воздуха соответственно $B \approx 1$ град/см и 3 град/см.

Как и в задаче о пограничном слое около одиночной пластины, решения (3.1) и (3.3), описывающие плоскопараллельную конвекцию в слое конечной толщины, без труда обобщаются на случай наличия продольной статической силы тяжести. При этом сохраняются профили (3.1) и (3.3) с параметром ζ , который теперь равен

$$\zeta = \left(\frac{\epsilon B^2 + g \beta B}{4 \nu x} \right)^{1/4} h.$$

4. В п.п. 2 и 3 рассматривались плоскопараллельные режимы вибрационной конвекции. Благодаря простой структуре течения в этих случаях, удастся получить точные решения полных уравнений. В случае, когда размеры полости в направлениях оси вибрации и градиента температуры ограничены, течение является существенно неоднородным. Для его определения необходимо прибегать к численным методам решения полной нелинейной системы (1.1). В этом пункте в качестве примера рассматривается плоская задача о вибрационной конвекции в квадратной области.

Рассмотрим область в виде квадрата со стороной a . Все границы области предполагаются твердыми. Стороны квадрата $x = 0$ и $x = a$ поддерживаются при постоянных разных температурах, соответственно $T = 0$ и $T = \Theta$. Вдоль границ $y = 0$ и $y = a$ температура меняется по линейному закону $T = \Theta x/a$. Направление высокочастотной вибрации совпадает с осью y . В полости данной геометрии при указанных условиях подогрева равновесие невозможно и при сколь угодно малых значениях перепада температур Θ возникает вибрационная конвекция.

Выберем в качестве единиц расстояния, времени, скорости и температуры соответственно a , a^2/ν , ν/a и Θ . Для описания плоско-го движения введем функции тока для векторов \vec{v} и \vec{w} согласно соотношениям

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad w_x = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad w_y = -\frac{\partial F}{\partial x}. \quad (4.1)$$

Система безразмерных уравнений в переменных (ψ, F, T) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Delta \Psi + D(\Psi, \Delta \Psi) + G D\left(\frac{\partial F}{\partial x}, T\right) &= \Delta \Delta \Psi, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + D(\Psi, T) &= \frac{1}{P} \Delta T, \\ \Delta F &= -\frac{\partial T}{\partial x}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Здесь

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad D(f, \psi) = \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$

Граничные условия таковы

$$\begin{aligned} x=0: \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T=0, \quad F=0; \\ x=1: \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad T=1, \quad F=0; \\ y=0, y=1: \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad T=x, \quad F=0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Задача содержит два безразмерных параметра - вибрационное число Грасгофа $G = (\rho \beta \Omega \theta a / \nu)^2 / 2$ и число Прандтля $P = \nu / \chi$.

Численное решение задачи находилось методом сеток. Использовались явная схема и схема продольно-поперечной прогонки. Пространственные производные аппроксимировались центральными разностями. Решалась задача с начальными данными; стационарные режимы находились методом установления. В большинстве расчетов использовалась сетка 31×31 ; проверочные расчеты проводились на сетке 41×41 . Вычисления проведены в области вибрационного числа Рэлея $R = GP \leq 5 \cdot 10^5$; числа Прандтля варьировались в пределах $0,1 \leq P \leq 20$.

В указанной области параметров стационарное течение имеет характерную четырехвихревую структуру. Пример полей скорости и температуры приведен на рис.4, где изображены линии тока и изотермы для $R = 2 \cdot 10^5$, $P = 1$. Экстремальное значение функции тока $\psi_m = 4,27$; изотермы построены эквидистантно с шагом $\Delta T = 0,1$.

На рис.5 представлены данные по теплооттоку через полость. В зависимости от числа Рэлея R изображен безразмерный теплопоток - число Нуссельта N , нормированное так, что в режиме чистой теплопроводности $N = 1$. Кривые 1,2,3 на рис.5 соответствуют значениям числа Прандтля $P = 0,1$, $P = 0,5$ и $P \geq 1$. Как видно, в области малых P кривая теплопередачи $N(R)$ зависит, как от параметра, от числа Прандтля. При $P > 1$ зависимость от P практически отсутствует и единственным параметром, определяющим теплоперенос через полость, остается вибрационное число Рэлея.

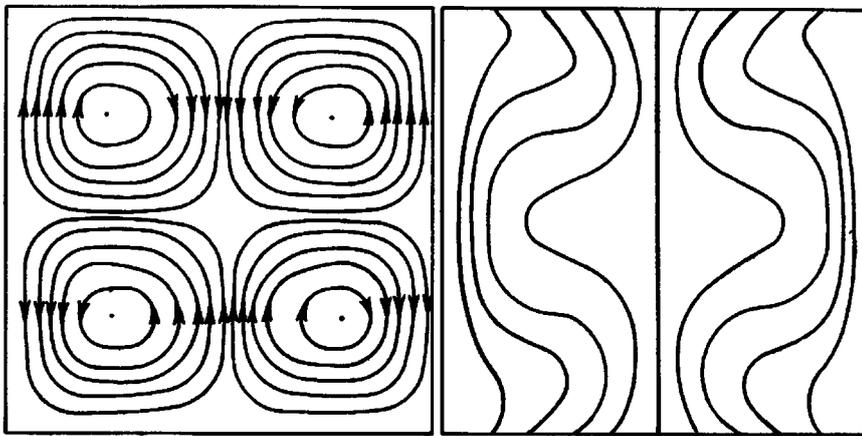


Рис.4

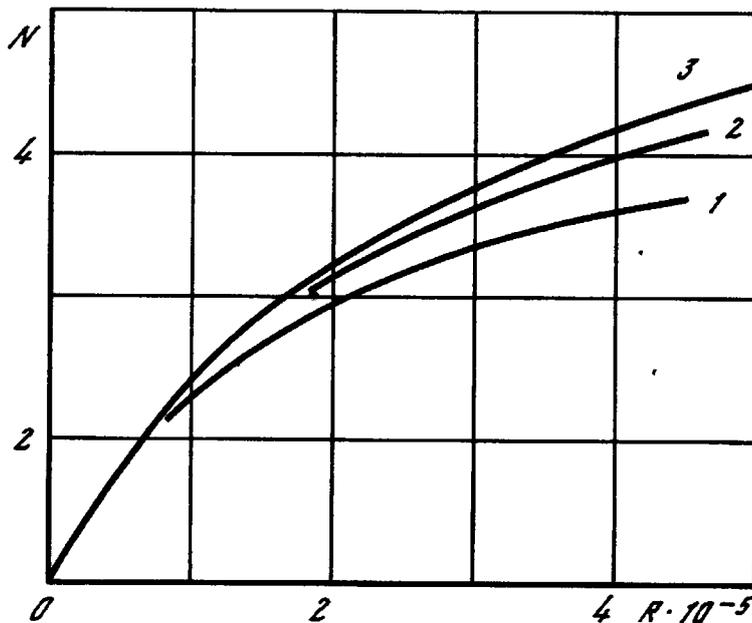


Рис.5

Вибрационная конвекция, как следует из рис.5, существенно интенсифицирует теплоперенос. Так, при $R \sim 10^5$ теплоток в несколько раз больше, чем в режиме чистой теплопроводности. Взяв для примера квадратную полость со стороной $a = 10$ см, заполненную водой, при разности температур $\Theta = 10^\circ$, получим при $b = 1$ мм и частоте вибрации 100 гц двукратное превышение теплового потока над теплопроводным. Эффект, однако, сильно зависит от вибрационной скорости $b\Omega$. При малых R (в пределах линейной зависимости N от R) имеем по данным расчетов формулу

$$N = 1 + cR = 1 + c \frac{\Theta^2 h^2 \epsilon}{\nu \chi}, \quad \epsilon = \frac{1}{2} (\varphi b \Omega)^2, \quad (4.4)$$

где $c = 1,7 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, конвективная добавка к теплотопотку в этой области квадратично зависит от вибрационной скорости.

Л и т е р а т у р а

И.Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости. - ДАН СССР, 1979, т.249, № 3.

2. Gill A.S. The boundary-layer regime for convection in a rectangular cavity. - J. Fluid Mech., 1966, vol. 26, N 3, p.515-536.

УДК 532.516

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ДРЕЙФА ПУЗЫРЕЙ ГАЗА В ЖИДКОСТИ

Д.К.Братухин, В.А.Брискман, А.Л.Зуев, А.Ф.Пшеничников,
В.Я.Ривкинд

Пузыри газа или капли жидкости, находящиеся в другой неравномерно нагретой жидкости, как известно, движутся в направлении градиента температуры [1-14]. Это явление, получившее название термокапиллярного дрейфа [6], связано с температурной зависимостью поверхностного натяжения, которая приводит к появлению на поверхности касательных сил. Последние вызывают термокапиллярную конвекцию внутри и вне пузыря (капли) и движение его в целом.

Термокапиллярный дрейф представляет существенный интерес для гидродинамики и технологических процессов в космосе, поскольку в условиях невесомости он может оказаться единственной причиной движения пузырей и капель. Этим явлением объясняется накопление газовых включений в нагретых зонах слитков и сварных швов, наблюдавшееся при переплавке и сварке металлов в летающих лабораториях [11]. Путем целенаправленной организации подогрева термодрейф можно использовать для дегазации. С другой стороны, следует учитывать возможность термодрейфа при производстве композиционных материалов, например, пенометаллов, чтобы избежать их расслоения.

К настоящему времени выполнены расчеты различных вариантов движения капель и пузырей с учетом термокапиллярных сил [1,2,4,5,7,10,14], аналитически [6,9] и численно [13] исследованы нелинейные эффекты, связанные с деформацией поверхности. Показано, в частности, что в отсутствие силы тяжести скорость дрейфа пузыря без учета внутренних движений и в линейном по числу Марангони M приближении равна

$$\frac{u}{u_1} = \frac{1}{2} M, \quad M = \frac{a^2}{\eta \chi} \frac{d\alpha}{dT} \nabla T. \quad (1)$$

Здесь a - радиус пузыря, ∇T - модуль градиента температуры, η - коэффициент динамической вязкости жидкости, χ - коэффициент температуропроводности, α - коэффициент поверхностного натяжения, масштаб скорости $u_1 = \chi/a$.

На Земле термокапиллярный дрейф обычно не наблюдается, так как его подавляют побочные эффекты, вызванные полем силы тяжести. Два главных из них - действие силы Архимеда и гравитационная тепловая конвекция, интансивность которой зависит от числа Рэлея [15]

$$R = \frac{g\beta\rho}{\eta\chi} d^4 \nabla T, \quad (2)$$

где d - характерный размер области, занятой жидкостью, g - ускорение силы тяжести, β - коэффициент объемного расширения, ρ - плотность жидкости. Поскольку зависимости чисел M и R от ∇T включают разные характерные размеры и свойства жидкостей, существует возможность поставить наземный эксперимент по обнаружению термодрейфа так, чтобы конвекция была достаточно слаба [1, 12].

В работе [1] исследовали дрейф пузырьков в подогреваемом снизу горизонтальном слое силиконового масла, настолько тонком, что, по утверждению авторов, числа Рэлея были ниже критических, и конвекция не возникала. Градиент температуры подбирался при этом таким образом, чтобы для одного из пузырьков направленная вниз термокапиллярная сила компенсировала силу Архимеда. Зависимость радиуса пузырьков от ∇T , найденная в опыте, сравнивалась с расчетной. Эксперимент подтвердил существование термокапиллярного дрейфа, однако, разброс экспериментальных данных настолько велик, что результаты имеют только качественный характер.

В эксперименте [12] для ослабления конвекции была использована особенность воды, коэффициент объемного расширения которой претерпевает, как известно, инверсию при температуре $T_x = 4^\circ\text{C}$. Измерения термодрейфа пузырьков проводились в вертикальной щели, подогреваемой сбоку, при температурах, настолько близких к T_x , что значения коэффициента β , а следовательно, и интенсивность конвекции предполагались малыми. Симметрия задачи позволила разделить медленный горизонтальный дрейф и сравнительно быстрое всплывание пузырьков. Зависимость скорости дрейфа от ∇T оказалась близкой к теоретической (1).

Однако утверждение о слабости побочных эффектов основывалось в работе [12] только на оценках. Поэтому представлялось необходимым проделать вновь исследования дрейфа по методике [12], сопроводив их прямыми измерениями побочных эффектов. С этой целью и была принята настоящая работа.

Экспериментально исследованы гравитационная тепловая конвекция и термокапиллярный дрейф пузырьков воздуха в воде при температурах, близких к 4°C в вертикальной щели, подогреваемой сбоку. Обнаружены три режима конвективного течения. Определена область параметров, в которой конвекция не оказывает существенного влияния на дрейф. Результаты измерения дрейфа сравниваются с теорией.

1. Экспериментальная установка. Экспериментальная установка, представляющая собой модифицированную для исследования конвекции установку, использованную в [12], состояла из кюветы с водой, устройства для подачи пузырей воздуха и устройств для фоторегистрации

движения и терморегистрации распределения температуры. Кювета была выполнена в виде узкой вертикальной щели шириной 7 мм между массивными латунными пластинами I (рис. I) размерами 7x100x220 мм, снизу и с торцов ограниченной отполированными плоскопараллельными прозрачными стенками из плексигласа. Одна из латунных пластин соединялась с электрическим нагревателем 3, другая - с холодильником 2, представлявшем собой змеевик с циркулирующей в нем жидкостью. Температура холодильника T_1 поддерживалась с помощью внешнего термостата.

Перепад температур $\Delta T = T_2 - T_1$ между нагревателем и холодильником измерялся дифференциальной медьконстантановой термопарой 9, спаи которой вставлялись в глубокие узкие сверления в латунных пластинах. Распределение температуры в жидкости измерялось с помощью медьконстантанового термозонда, опускавшегося сверху до половины высоты кюветы. Электродвижущие силы обеих термопар фиксировались терморегистратором IO.

Сверху в кювету опускалась изогнутая L-образная стеклянная трубка 4 внешним диаметром 3 мм с оттянутым вверх тонким кончиком. К верхнему концу трубки присоединялся медицинский шприц 5 с хорошо притертым поршнем. Поршень шприца перемещался с постоянной скоростью с помощью винтового механизма, приводимого в движение синхронным двигателем. Воздух из шприца проталкивался, таким образом, через оттянутый кончик трубки, так что от последнего периодически отрывались пузырьки с частотой порядка 1 Гц при расходе воздуха $10^{-4} - 10^{-5}$ см³/сек.

Кювета освещалась с помощью коллимационной системы 6-7, формировавшей вертикальный параллельный пучок света. Для увеличения освещенности снизу помещалось горизонтальное зеркало 8. Визуализация течения достигалась путем добавления в воду алюминиевой пудры. Фотографирование проводилось через торец кюветы в свете, рассеянном частичками пудры (в опытах по исследованию конвекции) либо пузырьками (в опытах по исследованию дрейфа). Для измерения скорости конвекции применялся механический обтюратор (частота 0,2-5 Гц), помещаемый перед фотоаппаратом, для измерения скорости пузырьков - импульсный источник света 6 (частота 50-100 Гц). Скорость определялась по результатам обмера прерывистых треков на негативах.

В кювету заливалась прокипяченная дистиллированная вода. Внешний диаметр кончика трубки обеспечивал образование пузырьков воздуха диаметром 0,2-0,4 мм. В изотермической жидкости такие пузырьки поднимались строго вертикально и равномерно со скоростью порядка 10 см/сек. При включении подогрева всплывающие пузырьки отклонялись в сторону нагревателя. Размеры пузырьков определялись по специальным крупномасштабным фотографиям либо вычислялись по измеренным

значениям вертикальной компоненты скорости из условия равенства силы Архимеда и силы сопротивления. Последняя предполагалась подчиняющейся формуле Адамара-Рыбчинского [16].

2. Исследование побочных эффектов. Горизонтальный градиент должен вызывать в узкой щели экспериментальной установки плоскопараллельное вертикальное конвективное течение, обычный профиль скорости которого показан на рис.2. Жидкость поднимается у горячей стенки и опускается у холодной [15]. Пузырек под действием выталкивающей и термокапиллярной сил движется наклонно к вертикали и поэтому пересекает конвективный поток. Рассмотрим, как конвекция может сказаться на движении пузырька.

Во-первых, поток жидкости может непосредственно увлекать за собой пузырек. Однако при выбранной симметрии опыта это могло бы только ускорять или замедлять всплывание пузырька, искривляя его траекторию. Гораздо существеннее влияние поперечных сил [16], возникающих вследствие того, что пузырек всплывает в неоднородном конвективном потоке. Эти силы, имеющие ту же природу, что и подъемные силы при обтекании крыла самолета, направлены в ту сторону, где больше скорость потока относительно пузырька. Поскольку при своем дрейфе пузырек пересекает сложные профили скорости, поперечные силы меняют свое направление: на разных участках траектории они направлены либо в сторону дрейфа, либо навстречу ему.

В случае, схематически показанном на рис. 2, вблизи середины щели поперечная сила F препятствует дрейфу пузырька, всплывающего со скоростью V . Вблизи стенок эта сила, наоборот, способствовала бы дрейфу, отталкивая пузырек от холодильника или прижимая его к нагревателю. Вследствие этого перемещение пузырька по горизонтали становится неравномерным и весьма запутанным. В обычных условиях при интенсивной конвекции термокапиллярный дрейф вообще не будет заметен на фоне движения пузырька под действием поперечных сил. Действительно, в контрольных опытах с водой при комнатной температуре, а также со спиртом и керосином термодрейф не был обнаружен.

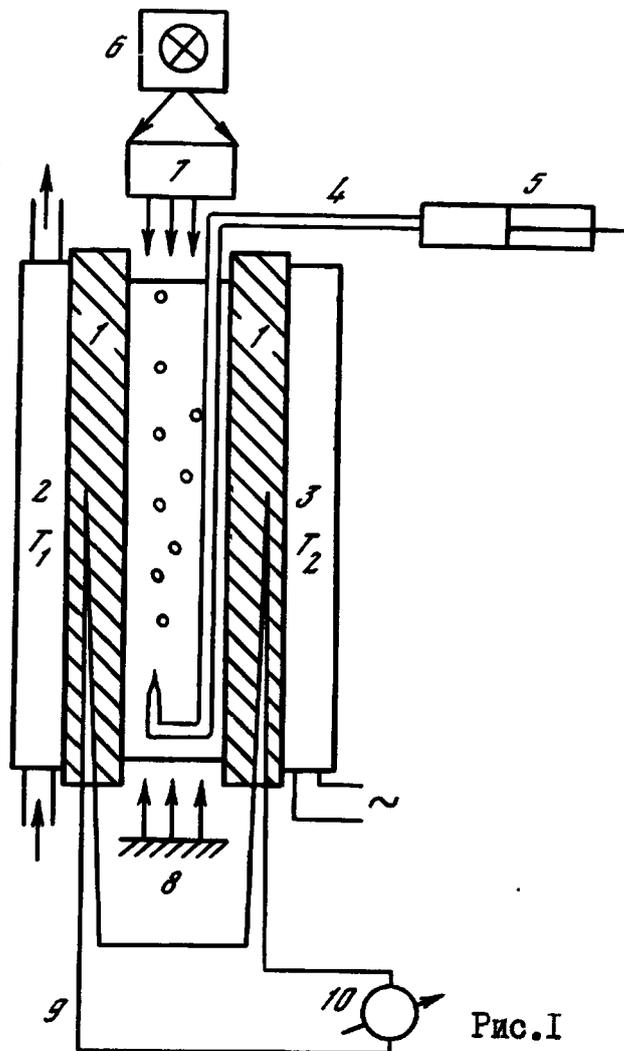


Рис. I

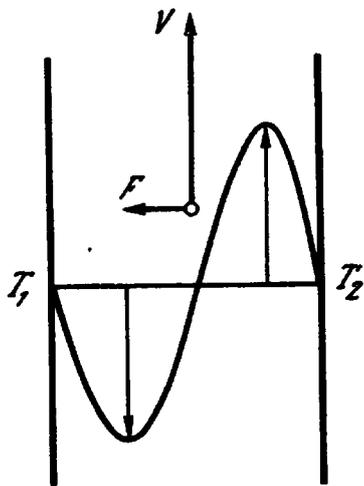


Рис. 2

Наблюдалось перемещение пузырька в направлении, противоположном градиенту температуры.

В связи с вышесказанным особое внимание в настоящей работе было уделено изучению гравитационной тепловой конвекции как наиболее опасного побочного эффекта, в условиях опыта, предназначенного для измерения термодрейфа, т.е. при температурах, близких к точке инверсии T_* .

В соответствии с теорией [17] в вертикальной щели были обнаружены три различных формы движения, зависящие от положения T_* по ширине щели. Если эта точка расположена около середины

ширины так, что $2/5 < (T_* - T_1)/\Delta T < 3/5$, то профиль скорости симметричен, как это показано на рис. 3а (кривая 2 $\Delta T = 7,2$ °С, $\nabla T = 10,3$ °С/см, $R = -123$). Такой необычный конвективный профиль, очевидно, объясняется тем, что плотность воды максимальна при T_* и уменьшается как при нагревании, так и при охлаждении. Поэтому тяжелая вода опускается по оси щели, а более легкая поднимается у обеих стенок. При таком распределении скоростей расход жидкости минимален.

В том случае, когда $(T_* - T_1)/\Delta T > 3/5$, более легкой оказывается холодная жидкость, которая поднимается около холодильника, в то время как тяжелая тонет у нагревателя (кривая 1, $\Delta T = 3,5$ °С, $\nabla T = 5$ °С/см, $R = -1220$). И только при $(T_* - T_1)/\Delta T < 2/5$ устанавливается обычный конвективный профиль (рис. 2 и рис. 3а, кривая 3, $\Delta T = 9,2$; $\nabla T = 13,1$; $R = 1578$ и кривая 4, $\Delta T = 12,2$; $\nabla T = 17,4$; $R = 5440$). Таким образом, при росте градиента температуры до 13 град/см в опыте происходила перестройка структуры течения (последовательно — профили 1, 2, 3) почти без увеличения расхода. В дальнейшем интенсивность конвекции растет пропорционально $(\nabla T)^2$. Это видно, например, из сравнения распределений скорости 3 и 4 на рис. 3а.

Сравнительная слабость конвекции при средней температуре, близкой к T_* , иллюстрируется сопоставлением распределений скорости на рис. 3а и 3б (на рис. 3б кривая 1 — $\nabla T = 4,9$; $R = 991$; кривая 2 — $\nabla T = 11,7$; $R = 6609$, кривая 3 — $\Delta T = 22,7$; $R = 27723$). Так, максимальная скорость профиля 2 на рис. 3а почти в 25 раз ниже, чем профиля 2 на рис. 3б при примерно одинаковых перепадах температуры.

Итак, постановка эксперимента при температурах, близких к 4 °С, действительно резко снижает интенсивность конвекции. Симметричность течения (профиль 2, рис. 3а) также уменьшает помехи при измерениях дрейфа в средней части щели. Оценки, сделанные по результатам измерения скорости конвекции, показывают, что при $\nabla T < 15$ град/см искажения скорости термокапиллярного дрейфа за счет действия поперечных сил лежат в пределах погрешности эксперимента. Это утвержде-

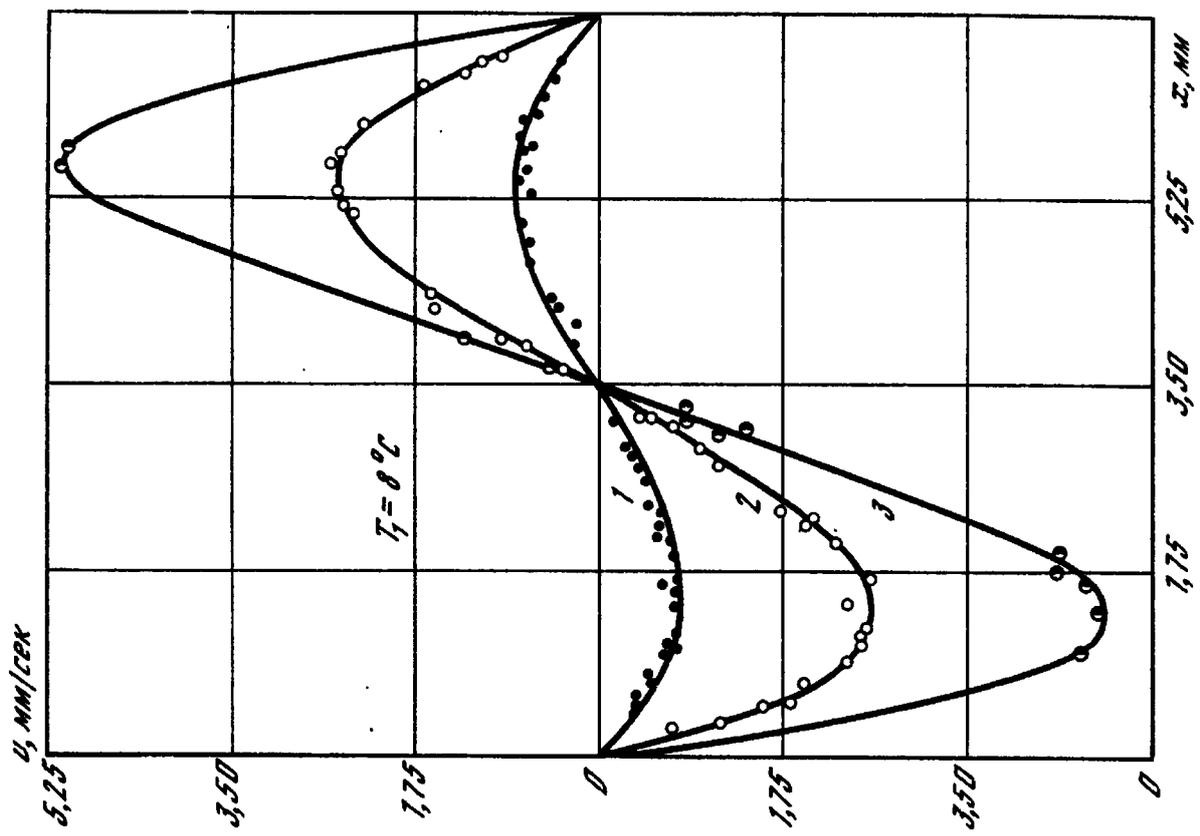


Рис. 36

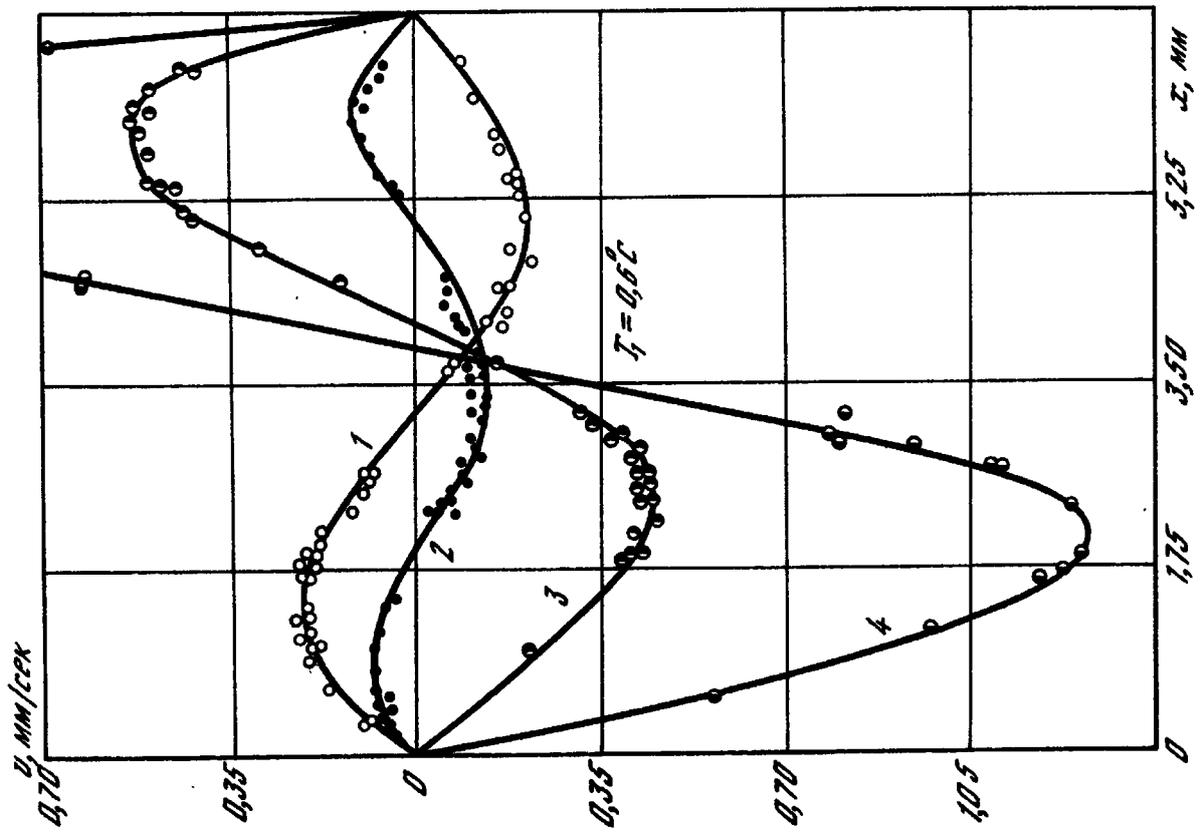


Рис. 38

ние подтверждается также соответствием между теоретическими и экспериментальными значениями скорости дрейфа (см. пункт 3).

Еще одним источником ошибок при определении скорости дрейфа может быть искажение поля температур, также вызываемое конвекцией. Распределение температуры по ширине щели приведены на рис. 4. Здесь кривая 1 - $\Delta T = 4,4$, $R = 1116$, кривая 2 - 7,3, - 1096; кривая 3 - 10, - 756; кривая 4 - 12,6, 786; кривая 5 - 15,1, 2656; кривая 6 - 18,1, - 5930; кривая 7 - 21,4, 10675; кривая 8 - $\nabla T = 25$ °C/см; $R = 17827$. Как видно, начиная с $\nabla T \sim 15$ град/см (кривая 5), становится заметной нелинейность: появляется ядро, в котором градиент температуры меньше, чем в пограничных слоях. Вследствие этого дрейф должен замедляться в средней части щели. Поэтому при сравнении экспериментальных значений скорости дрейфа с теоретическими последние необходимо вычислять по ∇T , измеренным в тех же точках, где измерялась скорость.

Следует заметить, что вынужденный выбор воды в качестве рабочей жидкости, заставляет принимать особые меры против другого побочного эффекта - влияния поверхностно-активных веществ. Это связано с тем, что поверхность воды, даже многократно дистиллированной, загрязняется очень быстро, а термокапиллярные явления чрезвычайно чувствительны к примесям. Измерения термокапиллярного дрейфа удавалось проводить только в динамическом режиме эксперимента, когда время образования пузырька не превышало десятых долей секунды. В этом случае, по-видимому, поверхность пузырька не успевала загрязняться [12], что косвенно подтверждается также соответствием между измеренными и вычисленными по формуле Адамара-Рыбчинского значениями радиуса пузырька. При увеличении времени образования пузырька скорость дрейфа резко падала, вероятно, вследствие того, что пузырек покрывался пленкой примесей и его движение становилось похожим на движение твердых шариков. Чтобы избежать дополнительных источников загрязнения при добавках алюминиевой пудры, измерения конвекции и дрейфа проводились в разных опытах.

3. Измерения дрейфа. Сопоставление результатов эксперимента с теорией. Для сравнения результатов эксперимента и теории были численно по методике [13, 18] построены траектории пузырьков при условиях опыта. Траектория определялась как результат двух рассматриваемых независимо движений: вертикально вверх под действием архимедовой силы и горизонтально (к нагревателю) под действием термокапиллярной силы. При вычислении последней использовалось линейное приближение для распределения температуры вдоль поверхности пузыря. Зависимость вертикальной и горизонтальной сил сопротивления от скорости аппроксимировалась формулами, найденными ранее при численном решении в полной нелинейной постановке (с учетом деформа-

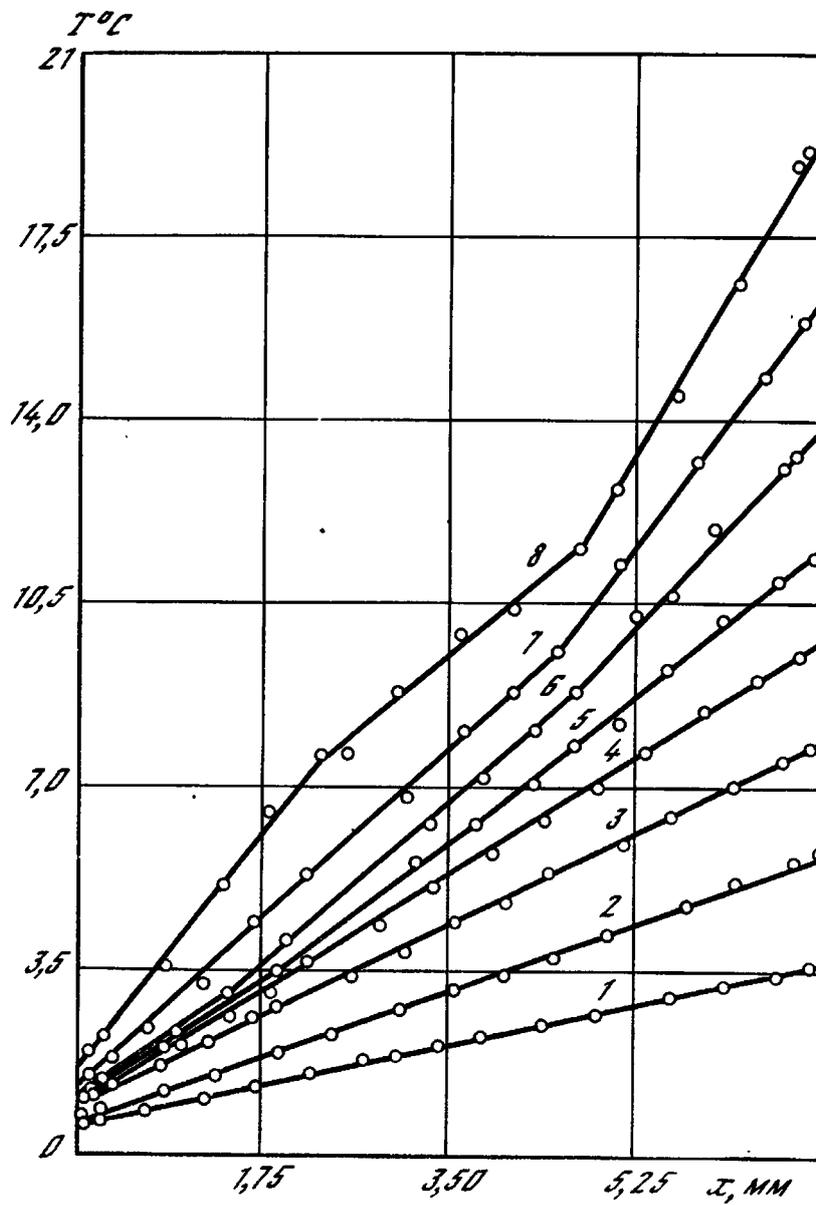


Рис.4

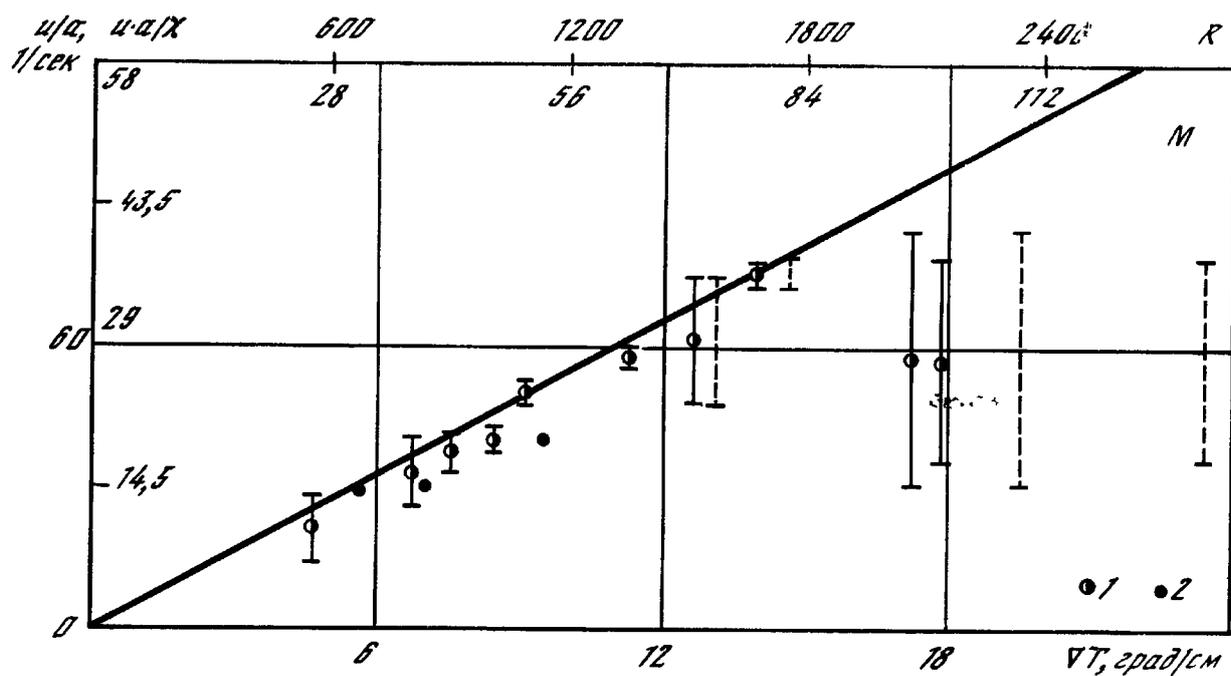


Рис.5

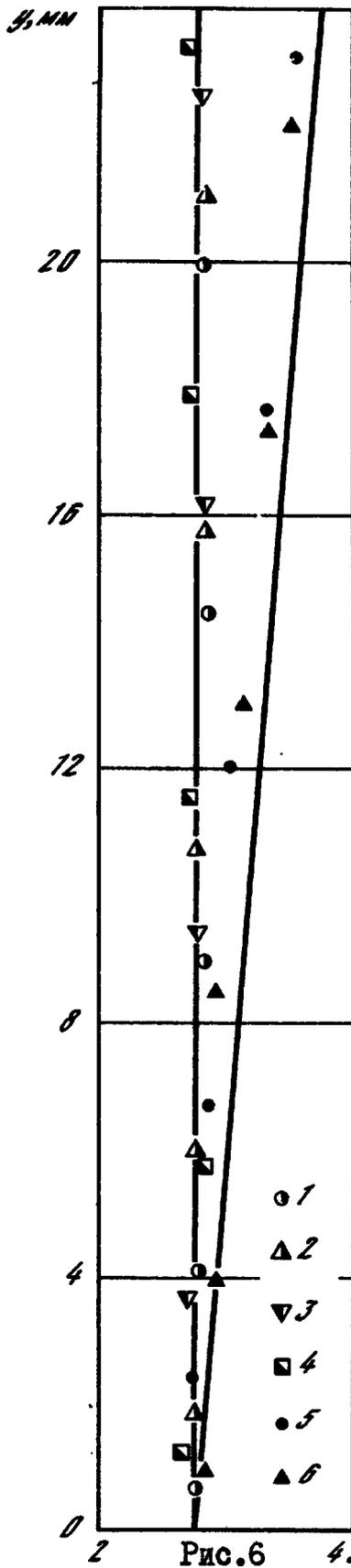


Рис. 6

Результатов измерения скорости дрейфа приведен

на рис. 5. По оси ординат отложена величина u/a , которая в соответствии с теорией оказалась зависящей для данной жидкости только от

∇T . По осям нанесены также шкалы критериев Рэлея и Марангони (ось абсцисс) и безразмерных значений скорости (ось ординат), вычисленных для пузырька радиусом 0,3 мм. Свойства жидкости взяты из таб-

ций) задач об изотермическом движении пузыря [18] и о термокапиллярном дрейфе [13]. Пренебрегая конвекцией газа внутри пузырька, в квазистационарном приближении получили уравнения движения, которые интегрировали методом Рунге-Кутты третьей степени точности.

Результаты расчета показали, что установление горизонтальных и вертикальных компонент скорости происходит за время порядка $(10^{-2} + 10^{-3})$ сек, после чего движение пузырька становится равномерным и прямолинейным. Это соответствует опытам, в которых заметное искривление траекторий наблюдалось только вблизи нагретой стенки. На рис. 6 приведены типичные траектории движения пузырьков размерами 0,7 в изотермическом и неизо-термическом случаях (x - горизонтальная, y - вертикальная координаты; $T_1 = 6^\circ\text{C}$; $1 + 4 \nabla T = 0$; $5 + 6 \nabla T = 5,4^\circ\text{C/cm}$). Сплошные линии - расчетные кривые. Точки, перенесенные с негативов, обозначают положения пузырьков при вспышках импульсного источника света. Результаты повторных опытов (разные значки) укладываются на одни и те же прямые, что свидетельствует о воспроизводимости результатов. Скорость всплывания на порядок превышает скорость дрейфа.

Как видно из рис. 6, результаты эксперимента хорошо соответствуют теории. Измеренные значения скорости дрейфа в среднем на 10% ниже, чем предсказывает теория. Численный расчет показал, что в условиях опыта можно пренебречь деформациями пузырька, а также пользоваться линейным приближением (I) для скорости дрейфа и формулой Адамара-Рыбчинского для силы сопротивления. Сводный график ре-

лиц [19]. Сплошная прямая построена по формуле (1). Каждая экспериментальная точка получена усреднением результатов нескольких опытов с пузырьками разных размеров при одном и том же градиенте температуры.

Поскольку скорости пузырька измерялись в средней части щели (в ядре), абсциссы экспериментальных точек представляют собой значения градиента температуры в этой зоне. Эти значения ∇T взяты с графиков типа рис.4, построенных в предварительных опытах. На рис.5 пунктиром показаны также положения четырех крайних справа точек, отнесенных к значениям $\nabla T = (T_2 - T_1)/d$. Разница в определенных такими способами абсциссах является мерой влияния неоднородности температурного поля. Остаточное поле исключения этого побочного эффекта расхождение между экспериментом и теорией (между точками, помеченными сплошными обозначениями, и теоретической прямой) связано прежде всего с влиянием поперечных сил в конвективном потоке.

Экспериментальные результаты хорошо соответствуют теории в той области параметров, где связанные с конвекцией побочные эффекты не существенны. Измеренные значения скорости лежат здесь в среднем всего на 10% ниже вычисленных.

Начиная с градиентов температуры около 15 град/см, скорость дрейфа резко падает, несмотря на рост ∇T . Это можно объяснить усилением тормозящего действия поперечной силы, которая, как и скорость конвекции, пропорциональна $(\nabla T)^2$, в то время как скорость дрейфа пропорциональна только первой степени ∇T . Здесь же возрастает разброс экспериментальных значений скорости дрейфа. Последнее связано, по-видимому, с изменением величины поперечной силы при пересечении пузырьком конвективного потока с профилем 3 или 4 (рис.3а). При этом меняется горизонтальная компонента скорости пузырька, измеренная случайным образом на несколько разных координатах по ширине щели.

Основная серия результатов, представленных на рис.5, получена при температуре холодильника $T_1 = 1^\circ\text{C}$ (точки 1), то есть вблизи точки инверсии коэффициента объемного расширения. Для сравнения здесь же приводятся точки, снятые при $T_1 = 6^\circ\text{C}$ (точки 2). При малых ∇T эти точки также укладываются в общую зависимость. Однако в связи с большей интенсивностью конвекции расхождение с теорией становится сильным уже при $\nabla T = 10$ град/см. Поэтому сильно заниженные значения скорости при больших ∇T для этого случая на рисунке не помещены.

Исследования побочных эффектов, выполненные в настоящей работе, подтвердили возможность моделирования термокапиллярного дрейфа в невесомости в наземных опытах на воде вблизи точки инверсии коэффициента объемного расширения. Такой прием может быть использован также для воспроизведения других эффектов, которым мешает гравита-

ционная конвекция. Формирование пограничных слоев и усиление действия поперечных сил с ростом числа Рэлея ставят пределы применимости предлагаемой экспериментальной методики.

Результаты экспериментального исследования дрейфа в диапазоне параметров, где побочные эффекты исключены, хорошо соответствуют теории, построенной для условий невесомости. Это позволяет, в частности, рекомендовать формулу (I) для оценки скорости дрейфа в технологических экспериментах в космосе. Поскольку гравитационную конвекцию при этом можно не учитывать (числа Рэлея малы), применимость формулы (I) ограничена значениями числа Марангони, при которых становятся существенны деформации пузырей (капель) и другие нелинейные эффекты.

Л и т е р а т у р а

1. Young N.O., Goldstein J.S., Block M.j. The motion of bubbles in a vertical temperature gradient. - J. Fluid Mech., 1959, vol.6, p.350.
2. Любин Л.Я., Повицкий А.С. Термокапиллярные явления в жидкости при отсутствии массовых сил. - ПМТФ, 1961, № 2.
3. Биркгоф Г., Сарантонелло. Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964.
4. Harper J.F., Moore D.W., Pearson J.R.A. The effect of the variation of surface tension with temperature on the motion of bubbles and drops. - J. Fluid Mech., 1967, vol. 27, pt 2, p. 361-366.
5. Любин Л.Я., Повицкий А.С. Основы динамики и теплообмена жидкостей и газов при невесомости. М.: Машиностроение, 1972.
6. Братухин Ю.К. Термокапиллярный дрейф капельки вязкой жидкости. - Изв.АН СССР. МЖГ, 1975, № 5.
7. Яблоков Ю.И., Санасарян А.С. Движение капель в неоднородной по температуре вязкой среде. - Инж.-физ. журн., 1975, т. XXVIII, № 6.
8. Гидромеханика невесомости/Под ред. А.Д.Мышкиса. М.:Наука, 1976.
9. Братухин Ю.К. Обтекание газового пузыря потоком неравномерно нагретой жидкости при малых числах Марангони. - Инж.-физ. журн., 1977, т. XXXII, № 2.
10. Ривкинц В.Я. Стационарное движение слабо деформируемой капли в потоке вязкой жидкости. - В кн.: Зап. науч. семинаров ЛОМИ АН СССР, 1977, т. 69.
11. Ганиев Р.Ф., Лапчинский В.Ф. Проблемы механики в космической технологии. М.: Машиностроение, 1978.
12. Братухин Ю.К., Евдокимова О.А., Пшеничников А.Ф. Движение газовых пузырей в неоднородно нагретой жидкости. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 5.
13. Движение капли в неоднородном температурном поле / В.Я.Ривкинц, Т.Ф.Сиговцев, Редкол. ж. "Вестн. ЛГУ. Мат., мех., астрон." Л., 1979, 25 с. Рукопись деп. в ВИНТИ 11 окт. 1979 г., № 3546-79 Деп.

14. Siekmann J. On slow motion of a bubble in Hele-Shaw flow subject to horizontal temperature gradient. - Acta Mech., 1979, vol. 34, N 1/2, p. 39-50.
15. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
17. Пшеничников А.Ф. Свободная конвекция воды между вертикальными плоскостями при температурах, близких к 4°C. - В кн.: Уч. зап. Пермск. гос. ун - та, 1971, № 248.
18. Ривкинд В.Я. Стационарное движение капли в учетом ее деформации. - В кн.: Зап. науч. семинаров ЛОМИ АН СССР, 1979, т.84.
19. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.

УДК 536.25

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ В УСЛОВИЯХ, БЛИЗКИХ К НЕВЕСОМОСТИ

Ю.А.Кириченко, Ж.А.Супрунова

Работа посвящена проблеме длительного хранения криогенных жидкостей в условиях, близких к невесомости. Результаты относятся к диапазону критериев Рэлея $Ra_r = 10^9 + 10^{12}$. Предполагается, что граница раздела фаз плоская и влиянием термокапиллярных сил можно пренебречь. Экспериментальные объемы имели сферическую ($\zeta = 0,125; 0,15; 0,25$ м) и тороидальную ($\zeta_1 = 0,072; \zeta_2 = 0,125$ и $\zeta_1 = 0,096; \zeta_2 = 0,175$ м) конфигурации и заполнялись как высококипящими (вода, гексан, спирт), так и криогенными (кислород, азот) жидкостями. Тепловой поток на поверхности сосуда задавался постоянным во времени и равномерно распределенным по поверхности сосуда. Задача состояла в определении нестационарных полей температур и роста давления в емкости. Ввиду сложности исходных уравнений решение задачи было получено экспериментальным путем с обобщением результатов на основе методов теории подобия [1].

Моделирование такого процесса возможно в условиях термодинамического подобия сред. При этом обобщенные функции должны содержать аргументы, определяющие как термодинамическое подобие систем, так и подобие процессов теплообмена. Согласно работе [2], такие функции могут иметь следующий вид

$$\frac{\nu \lambda}{q \ell} = f(Ra, Pr, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, Fo, \frac{q \ell c_p}{\lambda L}, \frac{P}{P_k}, \frac{T}{T_k}, \frac{C_p}{R}). \quad (I)$$

Все свойства в зависимости (I) относятся к некоторому соответствующему состоянию двухфазных систем $T_0/T_K = idem$. При необходимости соотношение (I) может быть дополнено аргументами, отражающими влияние процессов теплообмена в стенке и газе. Практическое выполнение моделирования в соответствии с условиями, содержащимися в (I), весьма сложно. Как показано в работе [3], для сосудов одного размера и близких по свойствам жидкостей удовлетворение всех условий подобия возможно только для одного конкретного значения ускорения силы тяжести. Кроме того, условия термодинамического подобия ограничивают выбор модельной жидкости. Все это не соответствует широким запросам практики. Поэтому возникла необходимость в разработке упрощенной методики моделирования процесса, свободной от выше отмеченных недостатков. Для этого было составлено некоторое модельное представление процесса с учетом выявленных свойств процесса. Это прежде всего свойства кривых разогрева жидкости, а также зависимостей максимальных вертикальных перепадов температуры в жидкости от времени $(T_s - T_n) = f(\tau)$ (рис. I, тороидальный объем $V_1 = 0,072 \text{ м}^3$, $m = 0,87$; $q = 28,3 \text{ Вт/м}^2$, азот при $T_0 = 77,2^\circ \text{ К}$), заключающееся в том, что линии, приближенно описывающие такие данные в логарифмическом масштабе представляют последовательные отрезки прямых. Времена τ_* , τ_{**} точек излома такой линии соответствуют границам режимов процесса. Это следует из сопоставления τ_* с результатами расчета времени формирования первого цикла движения жидкости [4], с результатами визуальных наблюдений этого времени [5], с данными работы [6]. Согласно определениям работы [7], это следующие режимы: внутренний переходный, внешний переходный и квазистационарный режимы процесса. Основные положения модели можно сформулировать следующим образом. Выделяется начальный интервал времени процесса $0 < \tau < \tau_*$, в пределах которого допустимо пренебречь изменением свойств жидкости с температурой. Например, на стадии внутреннего переходного режима максимальное отклонение среднемассовой температуры жидкости от ее начального значения, усредненное по ряду опытов, составляет $(\langle T \rangle - T_0) / \langle T \rangle = 2,5\%$. На этом же интервале времени процесса степень неоднородности температурного распределения также невелика. Максимальное отклонение температуры жидкости от среднемассового значения, усредненное по ряду опытов, не превышает $(T_s - \langle T \rangle) / \langle T \rangle = 3,5\%$, т.е. с погрешностью в 3,5% можно говорить об изотермичности жидкости на этой стадии процесса. Поэтому внутренний переходный этап реального процесса может быть с определенной погрешностью заменен двумя процессами, один из которых описывается дифференциальными уравнениями теплообмена без учета изменчивости свойств среды, другой — следующим уравнением термодинамики, описывающим изменение состояния двухфазной системы в целом

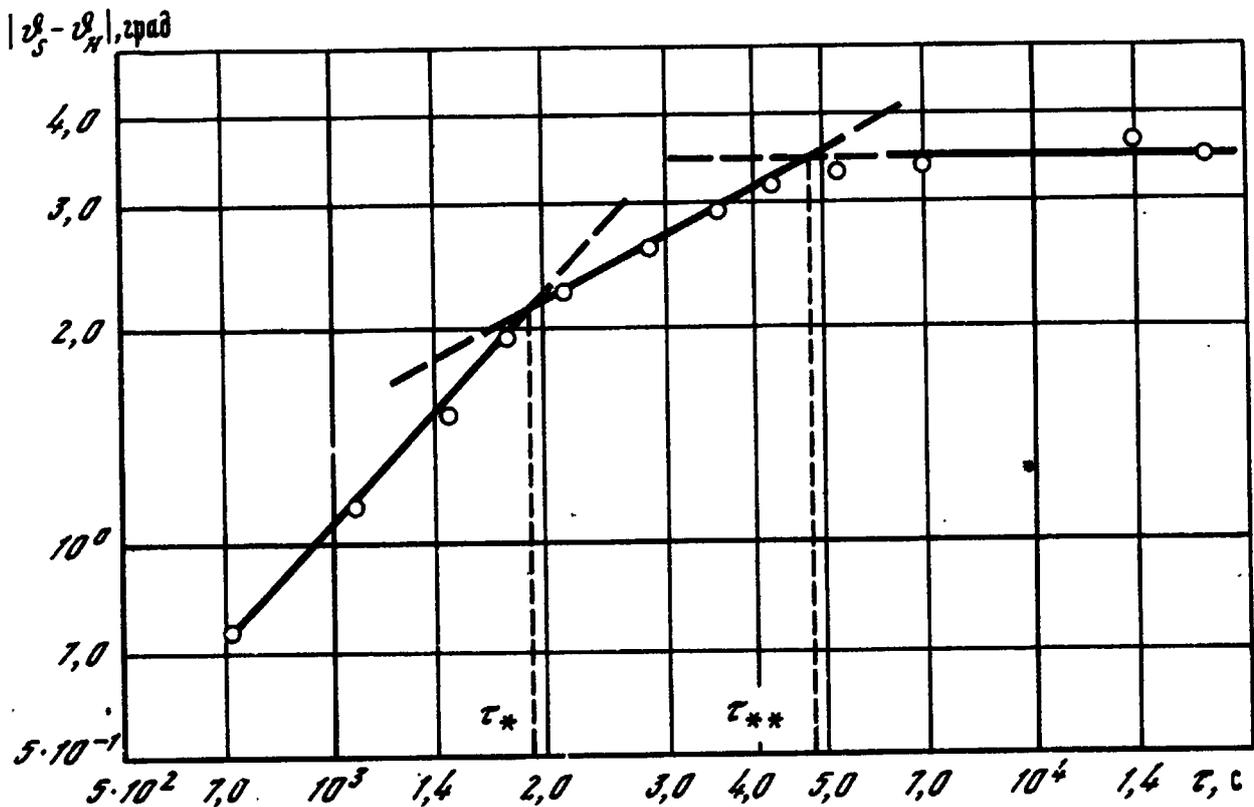


Рис. I'

$$\frac{dQ}{d\tau} = V\rho_3 \left\{ \frac{dT}{d\tau} [C'(1-X) + C''X] + L \frac{dX}{dT} \frac{dT}{d\tau} \right\}. \quad (2)$$

С помощью обобщенных переменных, полученных из дифференциальных уравнений переноса, температура жидкости может быть представлена в виде следующей функции

$$\frac{\vartheta}{q\ell} = f(Ra, Pr, m, \frac{q\ell C_p}{\lambda L}, Fo, \frac{mV}{\ell S}). \quad (3)$$

На основе расширенного закона соответственных состояний из соотношения (2) могут быть получены признаки термодинамического подобия для двухфазной системы. При этом безразмерная температура представляется в виде функции следующих аргументов

$$\frac{\vartheta}{T_0} = f\left(\frac{q\tau_* S}{V\rho_0 m_0 C_{p_0} T_0}, \frac{L_0}{T_0 C_{p_0}}, \frac{1-m_0}{m_0} \frac{\rho_0''}{\rho_{\text{э}0}}, \frac{\tau}{\tau_*}, m_0\right). \quad (4)$$

В (4) предполагается, что системы в начальный момент времени процесса находились в соответственных состояниях, так что в качестве масштабов переменных T, ρ, m, C_p, L принимались их значения при начальной температуре опыта $T_0, \rho_0, m_0, C_{p_0}, L_0$. В качестве масштаба переменной времени τ было выбрано ее значение в конце рассматриваемого интервала времени τ_* . Замена реального процесса на интервале $0 < \tau < \tau_*$ двумя вышеупомянутыми процессами, приближенно описывающими реальный процесс, означает, что в результате каждо-

го из трех процессов (двух приближенных и реального) система в момент времени τ_* должна прийти в некоторое общее для трех процессов состояние. Поэтому температура в момент τ_* может описываться как группой переменных (3), так и группой переменных (4). Обработка данных в виде функции (4) связана со следующим обстоятельством. Обобщенные аргументы, являющиеся признаками подобия сходственных систем, помимо признака $Ho_* = q\tau_* S / \sqrt{\rho_0} m_0 c_{p0} T_0 = idem$, отражающего подобие сходственных процессов, содержат признаки подобия веществ $X = (1 - m_0) / m_* \times \rho_0'' / \rho_{s0} = idem$ и $L_0 / T_0 c_{p0} = idem$. Поскольку выделить влияние одного из этих признаков, фиксируя при этом другой, невозможно, было решено проверить возможность приближенного моделирования на базе одного из признаков подобия веществ. В качестве критерия подобия предполагалось использовать величину относительного паросодержания X , являющуюся функцией всех признаков сходственности двухфазных систем [8]. Проверка возможности моделирования температурного поля в условиях приближенного подобия термодинамических аспектов процесса производилась следующим способом. По экспериментальным данным строились зависимости вида $\bar{v}_s / \bar{v}_{s*} = f(\tau / \tau_*)$ (рис 2, рост температуры границы раздела фаз во времени). Для сходственных систем (рис.2, а, условия закона соответственных состояний выполняются, I - тор $\tau_1 = 0,072$ м, $\tau_2 = 0,125$ м, $m = 0,93$; $q = 56,6$ Вт/м², азот $T_0 = 77,1$ К; 2 - тор $\tau_1 = 0,072$ м, $\tau_2 = 0,125$ м, $m = 0,95$, $q = 63,5$ Вт/м², азот $T_0 = 77,3$ К; 3 - тор $\tau_1 = 0,072$ м, $\tau_2 = 0,125$ м, $m = 0,87$, $q = 28,3$ Вт/м², азот $T_0 = 77,2$ К; 4 - тор $\tau_1 = 0,096$ м, $\tau_2 = 0,175$ м, $m = 0,93$, $q = 228$ Вт/м², кислород $T_0 = 90,1$ К) эти зависимости имели универсальный характер с максимальным разбросом точек - 10%. Для несходственных систем (рис.2б, условия закона соответственных состояний не выполняются, I - шар $\tau = 0,15$ м, $m = 0,93$, $q = 97$ Вт/м², этиловый спирт $T_0 = 293$ К; 2 - тор $\tau_1 = 0,072$ м, $\tau_2 = 0,175$ м, $m = 0,91$, $q = 79,5$ Вт/м², гексан $T_0 = 268$ К; 3 - тор $\tau_1 = 0,096$ м, $\tau_2 = 0,175$ м, $m = 0,83$, $q = 300$ Вт/м², азот $T_0 = 77,8$ К; 4 - тор $\tau_1 = 0,096$ м, $\tau_2 = 0,175$ м, $m = 0,86$, $q = 152$ Вт/м², кислород $T_0 = 98,4$ К) зависимости \bar{v}_s / \bar{v}_{s*} в логарифмических координатах представляли ряд лучей, расходящихся по некоторому одному или несколькими параметрам, отражающим степень удаленности систем от соответственных состояний. Для оценки возможности использования в качестве такого параметра величины X оценивалась корреляция между признаками n_2 и X в статистической зависимости $n_2 = f(X)$, где n_2 - тангенсы углов наклона касательных к линиям $\bar{v}_s / \bar{v}_{s*} = f(\tau / \tau_*)$ (см. рис.2б и формулу (12)). Рассчитанное, согласно методике [9] по группе признаков n_2 , X корреляционное отношение $\eta = \sqrt{(s_y^2 - s_y^2(x)) / s_y^2}$ имело значение $\eta = 0,99$. Такая зависимость весьма близка к функциональной, что означает, что остальными признаками термодинамического подобия можно пренебречь.

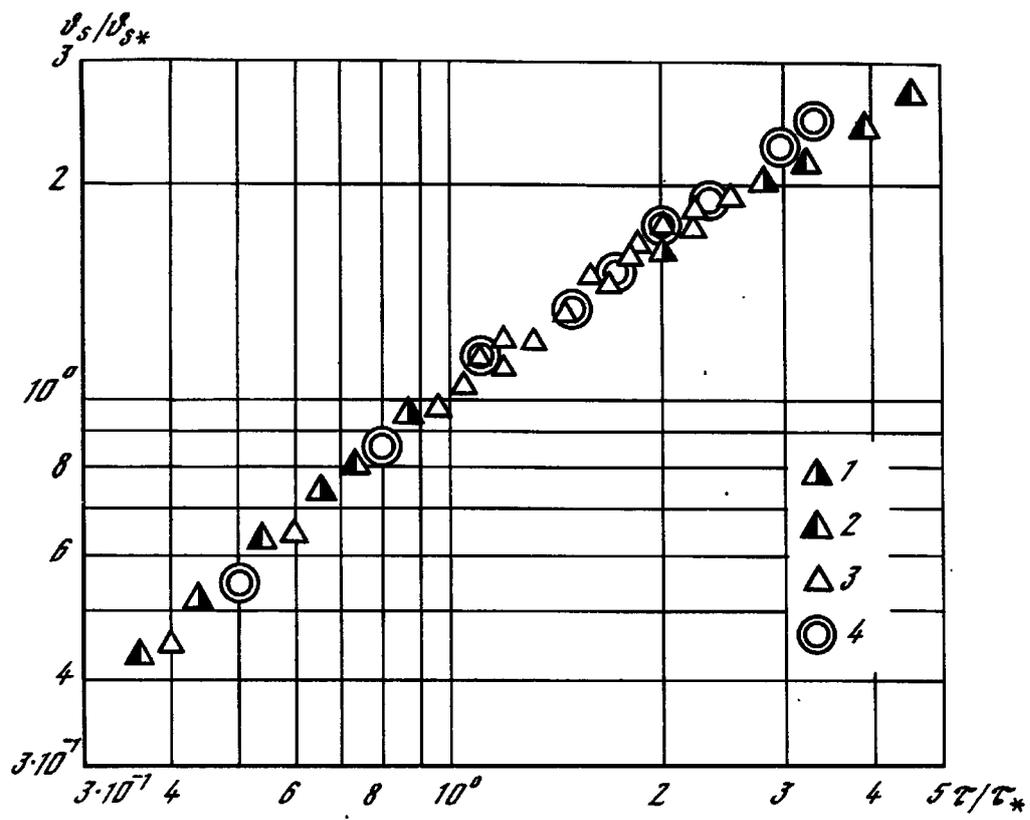


Рис.2а

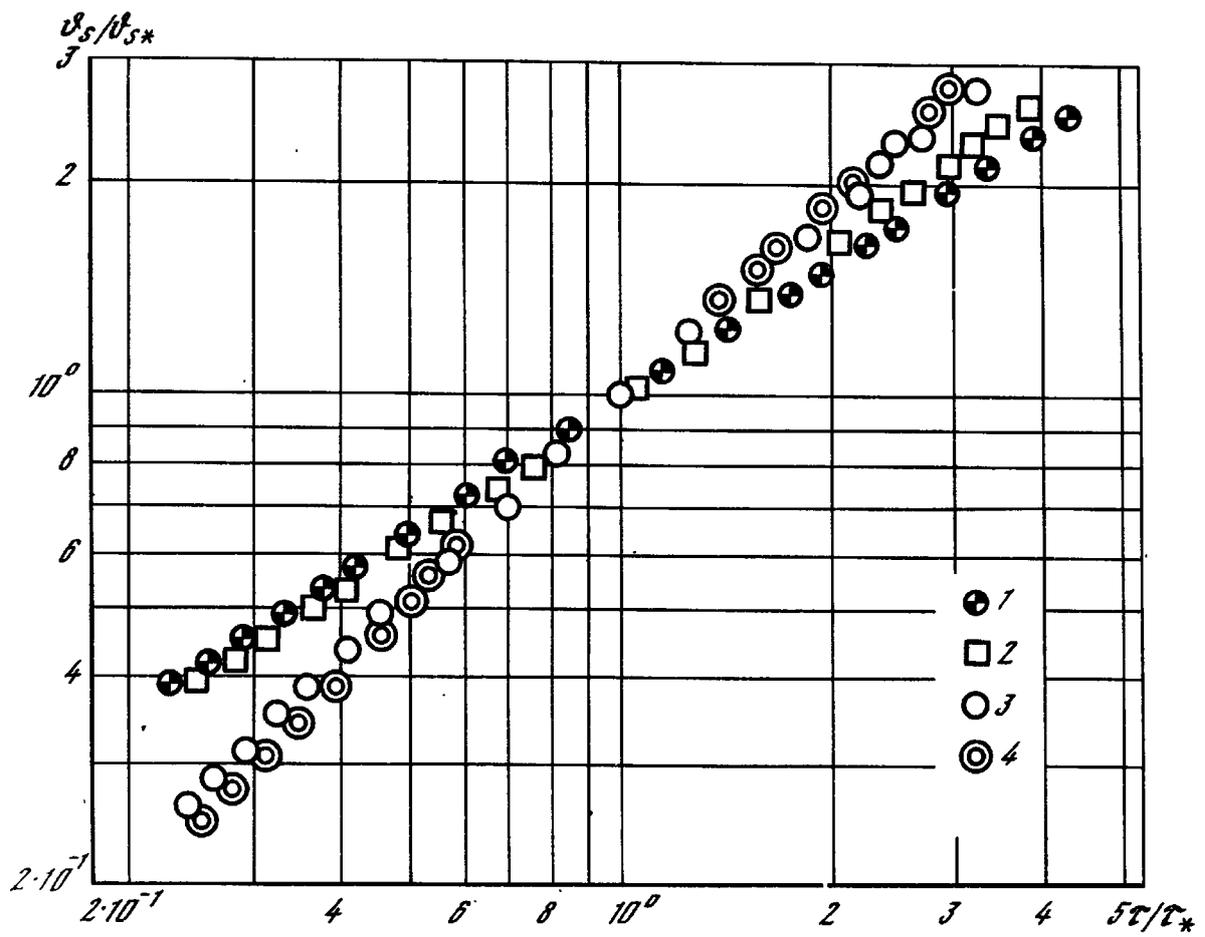


Рис.2б

Из анализа результатов следует, что влияние термодинамических факторов процесса, наряду с другими эффектами, связано с перемещением границы раздела фаз.

Как уже отмечалось, состояние системы в момент времени τ_* , являющееся результатом реального или двух модельных процессов, может быть описано как посредством функции (3), так и посредством функции (4) (в последней может быть опущен аргумент $q\ell c_p/\lambda L$). Поэтому в этот момент времени одновременно действуют два условия гомохронности

$$\tau/\tau_* = idem, \quad Fo_* = idem \quad (5)$$

и набор переменных функции (4), полученной на основе термодинамической интерпретации процесса, в момент времени τ_* должен быть дополнен аргументом Fo_*

$$\frac{\check{v}c_p}{L} = f_1(No_*, m, X, Fo_*) = f_2(No_*, m, X, \frac{q\ell c_p}{\lambda L}). \quad (6)$$

То, что влияние эффектов, отражаемых критериями Fo_* или $q\ell c_p/\lambda L$, учитывается только в конце внутреннего переходного режима обусловлено следующей особенностью процесса. На рис.3 (I - модель I, шар $r = 0,25$ м, $q = 132,4$ Вт/м², $m = 0,95$, $\tau = 6000$ с, вода $T_0 = 413$ К, $q\ell c_p/\lambda L = 0,117$, $X = 2 \cdot 10^{-6}$, $No_* = 1,68 \cdot 10^{-3}$, $Ra_* = 4,05 \cdot 10^{10}$; 2 - модель II, шар $r = 0,15$ м, $q = 124$ Вт/м², $m = 0,95$, $\tau = 1380$ с, $T_0 = 293$ К, спирт этиловый, $q\ell c_p/\lambda L = 0,350$, $X = 6 \cdot 10^{-6}$, $No_* = 1,69 \cdot 10^{-3}$, $Ra_* = 4,13 \cdot 10^{10}$) представлены результаты моделирования температуры поверхности для моделей, удовлетворяющих следующим условиям моделирования

$$\frac{\check{v}c_p}{L} = idem, \quad \frac{\tau}{\tau_*} = idem, \quad X = idem, \quad m = idem, \quad (7)$$

$$\frac{q\ell c_p}{\lambda L} = idem, \quad No_* = idem.$$

Из данных рис.3 следует, что невыполнение условия $\frac{q\ell c_p}{\lambda L} = idem$, в основном проявляется в погрешности моделирования на стадии внешнего переходного режима, начиная с момента времени $\tau/\tau_* = 1$. Это означает, что в рамках модельного процесса, описываемого функцией (4) для внутреннего переходного режима, условие $Fo_* = idem$ может быть задано в качестве конечного краевого условия, посредством которого значение переменной $\tau = \tau_*$ выражается в виде

$$Fo_* = f(Ra, Pr, \frac{mV}{\ell S}). \quad (8)$$

Но если посредством обобщенных переменных (4) в сочетании с краевым условием (8) описывается поле температуры для внутренней переходной стадии процесса, включая момент времени τ_* , то, вследствие универсальности зависимостей $\check{v}_s/\check{v}_{s*} = f(\tau/\tau_*)$ (рис. 2а, 2б), этими же пере-

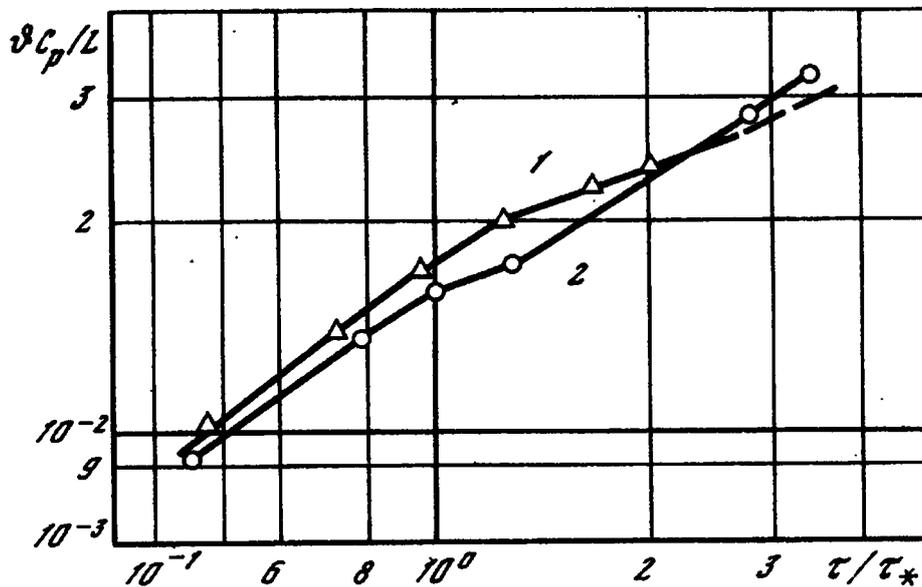


Рис.3

менными может быть описано температурное поле и на последующих стадиях процесса.

Таким образом, на базе принятой модели процесса были получены условия приближенного подобия термодинамических факторов процесса и упрощена процедура обработки экспериментальных данных, заключающаяся в следующем. Весь набор чисел подобия распределяется на две независимые группы, в пределах которых проводится обработка экспериментальных данных с целью получения аналитических выражений функций (4) и (8). Однако при исследовании процесса на модели необходимо одновременно удовлетворить весь набор условий, определяемых функциями (2) и (4), а именно

$$\frac{\partial \lambda}{q l} = f(Ra, Fo, Pr, X, \frac{q l c_p}{\lambda L}, m, \frac{m V}{l S}). \quad (9)$$

Пример практического выполнения моделирования в соответствии с (9) представлен в табл. I. Из приведенных результатов следует, что настоящая методика позволяет моделировать температурные поля в жидкостях в условиях приближенного подобия термодинамических факторов процесса.

Из данных рис.3 также следует, что при моделировании процесса на стадии внутреннего переходного режима и на стадии квазистационарного режима эффектами, связанными с критерием $q l c_p / \lambda L$, можно пренебречь, что существенно упрощает условия моделирования.

На основе полученной методики моделирования была проведена обработка опытных данных и получен ряд критериальных соотношений:

I. Временная граница внутреннего и внешнего переходных режимов

$$Fo_* = K Ra_e^{n_1} Pr_e^{n_2} \left(\frac{S_r S_m z^2}{V^2} \right)^{n_3}, \quad (10)$$

Таблица I

№ п/п	Данные моделей	Результаты моделирования	
		Fo	$\frac{q \ell C_p}{\lambda L}$
I	Гексан		
	$T_0 = 314 \text{ К}$	$0,03 \cdot 10^{-2}$	$0,50 \cdot 10^{-2}$
	$q = 1,85 \cdot 10^2 \text{ Вт/м}^2$		
	$z = 0,125 \text{ м}$	$0,39 \cdot 10^{-2}$	$1,45 \cdot 10^{-2}$
	$m = 0,95$		
	$Ra_z = 6,97 \cdot 10^{10}$		
	$X = 1,02 \cdot 10^{-4}$		
	$Pr = 5,7$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$3,50 \cdot 10^{-2}$
	$q \ell C_p / \lambda L = 1,64$		
	$S_r S_{ж} z^2 / V^2 = 0,90$	$2,38 \cdot 10^{-2}$	$4,90 \cdot 10^{-2}$
II	Этилацетат		
	$T_0 = 317 \text{ К}$	$0,03 \cdot 10^{-2}$	$0,45 \cdot 10^{-2}$
	$q = 1,85 \cdot 10^2 \text{ Вт/м}^2$		
	$z = 0,125 \text{ м}$	$0,39 \cdot 10^{-2}$	$1,40 \cdot 10^{-2}$
	$m = 0,95$		
	$Ra_z = 7,45 \cdot 10^{10}$		
	$X = 0,80 \cdot 10^{-4}$		
	$Pr = 5,21$	$1,38 \cdot 10^{-2}$	$3,40 \cdot 10^{-2}$
	$q \ell C_p / \lambda L = 1,15$		
	$S_r S_{ж} z^2 / V^2 = 0,90$	$2,38 \cdot 10^{-2}$	$4,78 \cdot 10^{-2}$

где $K = (4,16 \mp 0,05) \cdot 10^3$; $n_1 = -0,41 \mp 0,01$; $n_2 = -1,58 \mp 0,01$; $n_3 = 3,6 \mp 0,1$. Соотношение (10) получено в диапазоне $Ra_z = 2,5 \cdot 10^8 \div 4,3 \cdot 10^{10}$; $Pr = 1,6 \div 45$; $S_r S_{ж} z^2 / V^2 = 0,60 \div 1,85$; $Fo_{ж} = 1 \cdot 10^{-2} \div 2 \cdot 10^{-1}$.

2. Временная граница внешнего переходного и квазистационарного режимов процесса

$$\frac{\tau_{**}}{\tau_*} = K \text{No}_*^{n_1} X^{n_2} \left(\frac{S_{ж} S_2 \tau^2}{V^2} \right)^{n_3}, \quad (II)$$

где $K = 0,025 \pm 0,001$; $n_1 = -0,76 \pm 0,02$; $n_2 = -0,19 \pm 0,01$; $n_3 = -5,7 \mp 0,4$. Соотношение (II) получено в диапазоне $\text{No}_* = 3,5 \cdot 10^{-3} \div 3,7 \cdot 10^{-2}$; $X = 6,8 \cdot 10^{-5} \div 1,9 \cdot 10^{-3}$; $S_{ж} S_2 \tau^2 / V^2 = 0,80 \div 1,0$.

3. Температура свободной поверхности жидкости

$$\frac{\nu_s C_p}{L} = K \text{No}_*^{n_1} \left(\frac{\tau}{\tau_*} \right)^{n_2} \left(\frac{1-m_0}{m_0} \right)^{n_3}, \quad (I2)$$

где $K = 0,65 \mp 0,01$; $n_1 = 0,76 \mp 0,01$; $n_2 = f(X)$; $n_3 = -0,30 \mp 0,01$. Соотношение (I2) получено в диапазоне $\text{No}_* = (1,2 \div 7,8) \cdot 10^{-3}$; $\tau/\tau_* = 0,2 \div 5,0$; $X = 1,05 \cdot 10^{-6} \div 2,4 \cdot 10^{-2}$; $(1-m)/m = 0,05 \div 4,90$.

В результате статистической обработки экспериментальных данных были получены аналитические выражения для зависимостей $n_2 = f(X)$, которые имели следующий вид

$$n_2 = K X^n. \quad (I3)$$

Значения постоянных в соотношении (I3) зависят от стадии процесса и степени заполнения объема. Так, в диапазоне значений $X = 3,2 \cdot 10^{-5} \div 2,4 \cdot 10^{-2}$ для малых заполнений объема жидкостью ($m \leq 0,60$) были получены следующие значения коэффициентов

$$K = 0,865 \mp 0,005, \quad n = -0,015 \pm 0,002 \text{ для } 0 < \tau/\tau_* < 1,$$

$$K = 0,766 \mp 0,003, \quad n = -0,017 \pm 0,001 \text{ для } 1 < \tau/\tau_* < \tau_{**}/\tau_*.$$

Для больших заполнений объема жидкостью ($m \geq 0,60$) в диапазоне значений $X = 1,05 \cdot 10^{-6} \div 3,5 \cdot 10^{-3}$ были получены коэффициенты

$$K = 1,65 \mp 0,02, \quad n = 0,084 \mp 0,003 \text{ для } 0 < \tau/\tau_* < 1 \text{ и}$$

$$K = 1,19 \mp 0,01, \quad n = 0,058 \mp 0,002 \text{ для } 1 < \tau/\tau_* < \tau_{**}/\tau_*$$

Крайним значениям диапазона $X = 1,05 \cdot 10^{-6} \div 3,5 \cdot 10^{-3}$ соответствуют для больших заполнений объема жидкостью, во внутреннем режиме процесса, значения $n_2 = 0,52 \div 1,12$, а во внешнем режиме - значения

$n_2 = 0,54 \div 0,91$. Если подставить эти значения в (I2), то с учетом (I0) соотношение (I2) может быть преобразовано к следующему виду:

Внутренний переходной режим

$$\frac{\nu_s \lambda}{q_e} = 4,8 \left(\frac{q_e C_p}{\lambda L} \right)^{-0,24} \text{Fo}^{0,52} \text{Ra}_e^{-0,10} \text{Pr}^{-0,36} (1-m)^{-0,30} m^{-0,46} \left(\frac{S_2 S_{ж} \tau^2}{V^2} \right)^{0,86}, \quad (I4)$$

$n_2 = 1,12$ (криогенные жидкости)

$$\frac{\nu_s \lambda}{q_e} = 0,032 \left(\frac{q_e C_p}{\lambda L} \right)^{-0,24} \text{Fo}^{1,12} \text{Ra}_e^{0,15} \text{Pr}^{0,57} (1-m)^{-0,30} m^{-0,46} \left(\frac{S_2 S_{ж} \tau^2}{V^2} \right)^{-1,3}, \quad (I5)$$

Внешний переходной режим

$n_2 = 0,54$ (высококипящие жидкости)

$$\frac{\tau_s \lambda}{q l} = 4,06 \left(\frac{q l C_p}{\lambda L} \right)^{-0,24} Fo^{0,54} Ra_e^{-0,09} Pr^{-0,35} (1-m)^{-0,30} m^{-0,46} \left(\frac{S_2 S_m \tau^2}{V^2} \right)^{0,79}, \quad (I6)$$

$$\frac{\tau_s \lambda}{q l} = 0,19 \left(\frac{q l C_p}{\lambda L} \right)^{-0,24} Fo^{0,91} Ra_e^{0,06} Pr^{0,24} (1-m)^{-0,30} m^{-0,46} \left(\frac{S_2 S_m \tau^2}{V^2} \right)^{-0,54}. \quad (I7)$$

$n_2 = 0,91$ (криогенные жидкости)

В состав функций (I4)–(I7) входит аргумент $S_2 S_m \tau^2 / V^2$, имеющий смысл соотношения линейных масштабов системы, характерных для процессов переноса и процесса изменения состояния системы в целом. Учет посредством критерия $S_2 S_m \tau^2 / V^2$ геометрических факторов системы позволил объединить в единые соотношения результаты, полученные в сосудах различных конфигураций (шар, тор, цилиндр).

Из соотношения (I2) видно, что если показатель степени принимает значение $n_2 = 0,76$, то величина τ_* в соотношении (I2) сокращается. В этом случае, согласно (I2), исчезает влияние аргументов функции (8), и температура границы раздела фаз определяется факторами термодинамической природы. С переходом через точку $n_2 = 0,76$ знак показателя степени при τ_* изменяется от положительного к отрицательному, а следовательно, может изменяться знак у показателей степени аргументов функции (8), входящей в состав выражений (I4)–(I7).

Формула (I2) относится к внутреннему и внешнему переходным режимам процесса ($0 < \tau / \tau_* < \tau_{**} / \tau_*$). Однако в диапазоне $0 < \tau / \tau_{**} < 0,15$ результаты расчета имеют существенную погрешность, которая обусловлена инерционностью экспериментальных объемов в начальные моменты разогрева системы ($\tau = 100 \div 300$ с). По мере удаления от начального участка погрешность расчета уменьшается и в интервале $1 \leq \tau / \tau_* \leq \tau_{**} / \tau_*$ составляет 3–7%.

Л и т е р а т у р а

1. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. М.: Высш.школа, 1963, с.253.
2. Новиков И.И., Боришанский В.М. Теория подобия в термодинамике и теплопередаче. М.: Атомиздат, 1979, с. 184.
3. Кириченко Ю.А., Супрунова Ж.А., Бабский В.Г. и др. Методы обработки экспериментальных данных по свободной конвекции в частично заполненных сосудах. – В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Харьков, 1972, с.5–13. (Тр./ФТИИТ АН УССР. Вып.2).
4. Щелкунов В.Н., Кириченко Ю.А. О характерных временах конвективного теплообмена в замкнутом объеме. – В кн.: Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах. Харьков, 1972, с.20–23. (Тр./ФТИИТ АН УССР. Вып. 2).
5. Neff B.D., Chiang C.W. Free convection in a container of cryogenic fluid. – Adv. Eng., 1967, vol. 12, p. 112–124.

6. Кириченко Ю.А., Супрунова Ж.А. Экспериментальное исследование конвективного теплообмена в замкнутом объеме. - В кн.: Гидродинамика и теплообмен в криогенных системах. Киев: Наук. думка, 1977, с. 8-17.
7. Полежаев В.И. Конвективное взаимодействие в цилиндрическом сосуде, частично заполненном жидкостью при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям и дну. - Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с. 77-88.
8. Вайсман М.Д. Термодинамика парожидкостных потоков. Л.: Энергия. Ленингр. отд - ние, 1967, с. 271.
9. Венецкий И.Г., Кильдишев Г.С. Основы математической статистики. М.: Госстатиздат, 1963, с. 308.

УДК 532.1.5

МЕТОДЫ ЛАБОРАТОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
В НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ НОРМАЛЬНОЙ И ПОНИЖЕННОЙ
ГРАВИТАЦИИ

Ю.Д.Чашечкин, В.А.Попов

I. Термоконцентрационная конвекция в неоднородных растворах или расплавах приводит к разделению компонент (макро и микросегрегации) - образованию периодических полосчатых и мелкопятнистых структур, которые могут "замораживаться" при кристаллизации [1,2]. Исследование этого процесса на рабочих веществах весьма затруднительно, большинство из существующих методов не позволяют изучать динамику установления структуры в процессе роста кристаллов и выделить основные механизмы ее образования. Действие термоконцентрационной конвекции проявляется в условиях как нормальной, так и пониженной гравитации. Сила тяжести на космических аппаратах создается работой двигателей, вращением, торможением в атмосфере, действием нестационарных вибраций и рядом других причин, ускорение силы тяжести находится в диапазоне $g_1/g_0 \sim 10^{-4} \div 1$, g_0 - на поверхности Земли. Для орбитальных аппаратов число Рэлея равно $Ra_d = g d \Delta T d^3 / \nu \chi = 1 \div 10^6$ [1] и процессы конвекции могут играть важную роль в перераспределении концентрации легирующих примесей. Здесь $\alpha = -(\partial \ln \rho / \partial T)_{S,P}$ - коэффициент теплового расширения, ΔT - разность температур в различных точках расплава, d - характерный размер (например, диаметр ампулы), ν - кинематическая вязкость, χ - температуропроводность.

Изучение динамики образования пространственной структуры свободных конвективных течений удобно проводить в стратифицированной жидкости, плотность которой зависит от температуры T и концентрации соли S , $\rho = \rho(T, S) \approx \rho_0(1 - \alpha \Delta T + \beta \Delta S)$, здесь $\beta = (\partial \ln \rho / \partial S)_{P,T}$ - ко-

коэффициент солевого расширения. Техника оптической визуализации позволяет исследовать пространственные характеристики течений. Локальные значения основных параметров измеряются с помощью контактных преобразователей температуры, электропроводности, плотности. В устойчиво стратифицированной жидкости $\rho_0 = \rho_0(z)$, $S_0 = S_0(z)$, $d\rho/dz < 0$ (ось z вдоль линии действия силы тяжести) и при адиабатическом подъеме жидкой частицы возникающие при перегреве силы плавучести уменьшаются при ее подъеме, поскольку частица попадает в области с меньшим значением плотности, т.е. действие стратификации уменьшает значение эффективного ускорения по мере подъема частицы.

Основной характеристикой стратификации является масштаб изменения плотности $\Lambda = (d \ln \rho_0(z)/dz)^{-1} \approx (\beta dS/dz)^{-1}$ или частота (период) свободных внутренних колебаний $N = \sqrt{g/\Lambda}$, $T_k = 2\pi/N$. Для свободной конвекции в стратифицированной среде важным является внутренний масштаб h , определяемый из условия $\rho(T_0 + \Delta T, S(z)) = \rho_0(T_0, S_0(z+h))$, т.е. высота адиабатического подъема нагретой частицы жидкости до уровня нейтральной плавучести.

Перенос результатов модельных экспериментов на естественные условия возможен при использовании соответствующих критериев подобия, основными из которых являются тепловое Ra и солевое числа Рэлея $Ra_s = g\beta(dS_0/dz)d^4/\nu\chi = g d^4/\Lambda \nu\chi$, числа Прандтля $Pr = \nu/\chi$ и Шмидта $Sc = \nu/k$, здесь k - коэффициент диффузии соли.

Явление образования периодических структур при боковом нагреве известно достаточно давно - расслоение стратифицированных взвешенных жидкостей наблюдалось в XIX веке [3,4]. В работе [5] отмечается, что расслоение вызвано совместным влиянием стратификации и бокового нагрева, причем ячейки начинают образовываться у дна и свободной поверхности и далее их число последовательно увеличивается. После длительного перерыва явление образования периодических структур при боковом нагреве стратифицированных жидкостей в цилиндрических и прямоугольных бассейнах исследовалось в работах [2,6-9]. В [10] обнаружено, что при относительно больших температурах перегрева образование ячеек начинается практически одновременно вдоль всей поверхности плоского вертикального нагревателя, что свидетельствует о потере устойчивости восходящего конвективного течения. Из анализа устойчивости течения в узкой ячейке в предположении, что, несмотря на существование горизонтальных градиентов температуры и солености, горизонтальный градиент плотности равен нулю, найдена зависимость критического числа Рэлея $Ra_D = g d \Delta T D^3/\nu\chi$ от солевого числа Рэлея $Ra_s = g D^4/\Lambda \nu\chi$ (здесь D - ширина ячейки).

Из экспериментов, выполненных в широком бассейне, следует, что ячейки образуются одновременно, если $Ra h = d g \Delta T h^3/\nu\chi > Ra_{кр}$ для диапазона $320 < \Lambda < 640$ см, $3,6 < T_k < 5,06$ с, $Ra_{кр} = 15000 \pm 2500$,

вертикальный размер ячеек $h = 0,8 \Delta T \Delta / [11]$. При распространении теплового фронта под углом к горизонту критические значения числа Рэлея $Ra_\theta = Ra \cos \theta$, отвечающие одновременному образованию слоев лежат в диапазоне $10^4 < Ra_\theta < 2 \cdot 10^4$ при $\theta < 60^\circ$, здесь θ - угол между нормалью к теплому фронту и горизонтом (эксперименты проведены с раствором сахара в воде). При больших значениях угла θ , когда поток тепла распространяется почти вертикально, изменяется характер образования структуры, увеличивается значение критического числа Рэлея [12]. В работе [13] показано, что слоистые структуры также образуются при однородном подогреве стратифицированной жидкости снизу. Образование слоев с резкими границами также наблюдалось при смешении жидкостей близкой плотности с различными концентрациями компонент (соли и сахара, отличающимися значениями коэффициентов диффузии), поступающих в бассейн из нескольких пространственно разнесенных источников [14].

При анализе устойчивости основного конвективного течения в узкой вертикальной ячейке со стратифицированной жидкостью в работах [10, 15, 16] граничные условия существенно отличаются от условий экспериментов с нестационарным боковым нагревом, что не позволяет проводить количественное сравнение результатов. Численное решение двумерной нестационарной задачи показывает, что при задании внешнего "затравочного" возмущения конвективные ячейки, состоящие из пары вихрей, вращающихся в противоположные стороны, общей толщиной $0,6 h$ одновременно образуются при $Ra_h > Ra_{кр} = 2 \cdot 10^4$ [17]. Картина рассчитываемого течения отличается от наблюдаемой в опытах, где все вихри вращаются в одну сторону и на границах течения образуются слои с большими градиентами температуры, скорости, плотности, напряжением сдвига скорости. Учитывая прикладную важность и недостаточную изученность свободных конвективных течений в жидкости с градиентом солёности, рассмотрим более подробно структуру течения для различных типов источников тепла.

2. Методика. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Опыты проводились в бассейнах из алюминиевых сплавов, в боковые стенки которых вставлены оптические стекла. Жидкость термоизолировалась снизу, вдоль боковых поверхностей и сверху пластинами из пенопласта толщиной 1 см, в которых имелись отверстия для вводов датчиков. Пенопласт, плавающий на свободной поверхности, уменьшал испарение и снижал скорость развития верхнего слоя жидкости постоянной плотности. Бассейн заполнялся однородной или устойчиво стратифицированной жидкостью послойно или непрерывно по методике [18]. Визуализация картины течения проводилась с помощью теневого прибора 4 типа ИАВ-45Г с плоской щелью $12 \times 0,02$ мм в осветительной части и плоским ножом в приемной. Для компенсации начального вертикального градиента коэф-

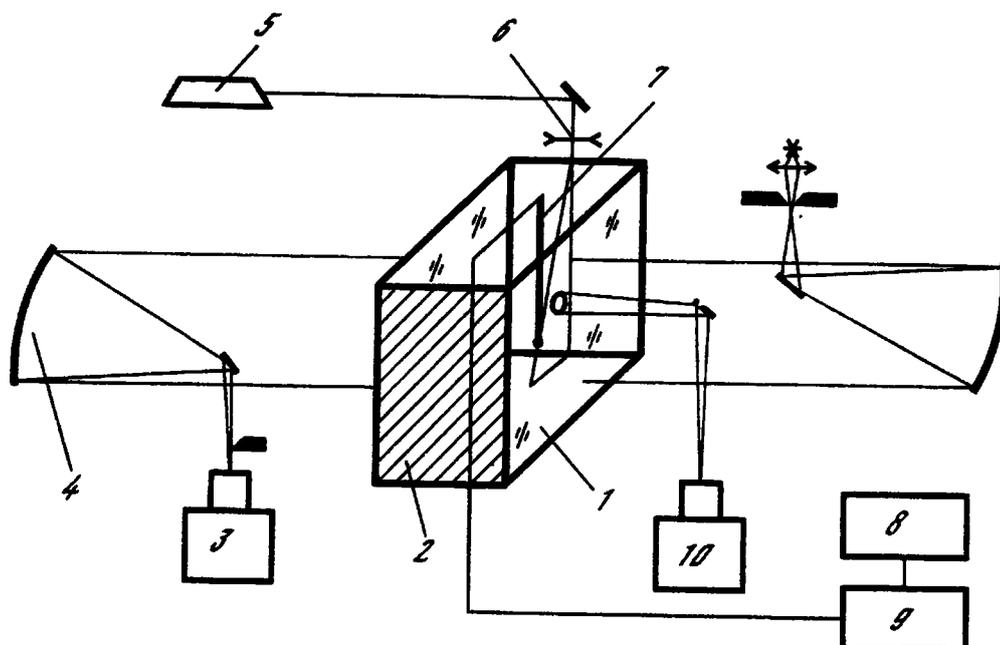


Рис. I

коэффициента преломления, вызванного стратификацией, осветительная и приемная части теневого прибора располагались под углом к горизонту, величина которого подбиралась экспериментально. Равномерность освещенности теневой картины служила контролем степени однородности начального распределения градиента коэффициента преломления и плотности, связанных для раствора поваренной соли $NaCl$ в воде линейным соотношением [19].

$$n(z) = 1,3330 + 0,231(\rho(z) - 1).$$

Регистрация теневой картины проводилась фото или кинокамерой 3.

Период свободных внутренних колебаний определялся методом плотностной метки - по измерению периода волн, возбуждаемых спутным следом за вертикально всплывающим газовым пузырьком [20].

Скорость жидкости измерялась методом меток и светового ножа. Для исследования тонкой структуры медленных процессов в жидкость необходимо вводить фотоконтрастные частицы почти нейтральной плавучести. Наиболее подходящим материалом для меток оказалась янтарная пыль, скорость седиментации в этом случае не превышает 10^{-5} см²/с. Источником света 5 является оптический квантовый генератор типа ЛГ-75 мощностью 20 мкВт, длина волны 0,632 мкм. Свет проходит через коллиматор, поворотную призму и разворачивается цилиндрической линзой 6 в вертикальный световой нож шириной 25 мм и толщиной 2 мм. Оптическая ось регистрирующей системы располагалась нормально к плоскости ножа. Свет, рассеянный частицами, направлялся поворотной призмой в регистрирующую систему 10, состоящую из катетометра КМ-7 и фотоаппарата. Длина треков определялась с помощью микрофотометра ИФ-451, время экспозиции - по секундомеру. Погрешность определения скорости не превышает 10%.

Вертикальное распределение температуры жидкости определялась с помощью терморезистора МТ-54, укрепленного на конце зонда 7. При измерении флуктуаций температуры применялся специально разработанный преобразователь 9. Используемый в нем метод импульсного зондирования позволил повысить чувствительность при работе в покоящихся жидкостях [21]. Установленный над бассейном механизм привода зонда, управляемый синхронным двигателем РД-09, перемещал датчик по вертикали со скоростью, не превышающей 0,1 см/с. Вносимые зондом возмущения распространялись на расстояние порядка двух диаметров зонда и после его подъема вырождались в течение нескольких минут (что меньше интервала между зондированиями).

Разность температур определялась с помощью медно-константановых термолар, один из спаев размещался на поверхности нагревателя или в интересующей точке жидкости, а второй - на том же уровне на боковой стенке бассейна. Термо - э.д.с. регистрируется самописцем НЗ7 с измерительным усилителем И-37 или самописцем НЗ27/3 с усилителем Ф И6/2. Погрешность определения координат положения датчика в бассейне не превышает 0,1 мм. Перед началом опытов все термодатчики калибровались в ультратермостате совместно с индивидуальными измерительными и регистрирующими устройствами. Погрешность определения температуры не превышает 0,05 - 0,1°К (для разных серий опытов).

3. Боковой нагрев. Опыты проведены в бассейне 30x10x25 см³, к боковой стенке которого (10x25 см²) прикреплялась фольга из нержавеющей стали, подсоединенная к источнику тока. Изменение скорости нагрева производилось регулировкой тока, постоянная времени изменялась от 3 до 20 мин. Вторая стенка поддерживалась при комнатной температуре.

На таблице Ш показаны теневые кинограммы структуры образующегося течения (нож и щель вертикальны, $\Delta = 13\text{ м}$, $\Delta T = 1,3\text{ К}$, $\tau_H = 15\text{ мин}$, $T_K = 7,2\text{ с}$). При включении нагрева внутри теплового фронта формируются горизонтальные градиенты температуры, плотности, коэффициента преломления. На таблице Ша ($t = 2\text{ мин}$) нагретой жидкости соответствует светлая полоса, передняя граница теплового фронта параллельной нагревателю. В силу большого различия коэффициентов температуропроводности и диффузии молекулярные процессы не могут выравнять плотность жидкости, возникающие силы плавучести формируют вблизи нагретой стенки восходящий ламинарный конвективный поток. Перенос жидкости не влияет на характер распространения тепла внутри бассейна, и по всей глубине, за исключением приповерхностного и придонного слоев тепловой фронт остается параллельным нагревателю.

Если температурный перегрев ΔT превышает критическую величину, вблизи нагретой стенки одновременно на нескольких горизонтах начи-

нает формироваться поперечная структура течения, свидетельствующая о притоке и оттоке жидкости от нагретой стенки. С течением времени поперечное течение сворачивается в систему вихревых валов, вращающихся в одну сторону (таблица Шб, $t = 8$ мин). Образование вихрей начинается в зонах с пониженным значением градиента плотности – в приповерхностных, придонных слоях и центре бассейна. На этой стадии области, внутри которых течение сформировалось, перемежаются с областями, в которых отсутствует поперечная структура конвективного течения.

Образующееся циркуляционное течение внутри ячеек искажает границу теплового фронта (таблица Шв, $t = 11$ мин) и возбуждает систему коротких внутренних волн. Вихри быстро растут в горизонтальном направлении, достигают границы теплового фронта и увеличивают скорость его продвижения внутрь невозмущенной жидкости (таблица Шг, $t = 13$ мин). Если температура нагревателя увеличивается, вертикальный размер ячеек растет, часть ячеек поглощается соседними. На таблице Шд ($t = 18$ мин) виден разрушающийся вихрь – остаток поглощенной ячейки. Формирование циркуляционного течения увеличивает плотность потока тепла и скорость продвижения передней границы теплового фронта.

Внутри непрогретой жидкости распространяется возмущение начального распределения плотности (солености) – система внутренних волн, частота которых близка к нулевой, а длина равна высоте ячейки. Скорость их распространения выше скорости движения теплового фронта. На приведенных теневых фотографиях в области внутренних волн наблюдаются горизонтальные светлые и темные полосы.

На таблице Ше ($t = 30$ мин) показана картина течения спустя 20 минут после завершения образования структуры. Темные пятна в центре ячеек вблизи нагретой стенки – центры системы вихрей. Вблизи нагревателя наблюдаются большие горизонтальные градиенты плотности. В вертикальном направлении почти все изменение плотности и коэффициента преломления происходит на границах ячейки. На теневых фотографиях отсутствуют мелкомасштабные возмущения, характерные для турбулентного течения как в центре, так и на границах ячеек. Вблизи теплового фронта наблюдается расщепление границы ячеек – оттекающая нагретая осолоненная жидкость в верхней части ячеек остывает и опускается вниз, а холодная подтекающая жидкость движется горизонтально до тех пор, пока не начнет прогреваться и всплывать вдоль нижней границы ячейки. Передняя граница волновой зоны достигает холодной стенки бассейна.

На таблице IV ($L = 13$ м, $\Delta T = 1,3$ К, постоянная времени нагревателя $\tau_H = 15$ мин) приводятся фотографии меток, иллюстрирующие распределение скоростей жидкости при образовании периодической

структуры. При включении нагрева образуется ламинарный поток с отличной от нуля вертикальной компонентой скорости (таблица IУа), нагреватель – светлая полоса в правой части снимка, расстояние между крайними яркими точками в левой части 0,91 см, $t = 6$ мин). При увеличении ΔT всплывающее течение теряет устойчивость, в нем возникают гладкие волнообразные возмущения $u_x \sim U_0 \sin kx$ (таблица IУб, $t = 12$ мин), амплитуда которых с течением времени растет и горизонтальная компонента скорости становится сравнимой и больше вертикальной. На нескольких наклонных плоскостях, на которых $u_x \approx 0$, жидкость затормаживается (таблица У, а, $t = 13$ мин). На теневой фотографии данной стадии процесса зонам торможения соответствуют наклонные светлые полосы вблизи нагревателя на таблице III, б. Наклонные листы почти покоящейся жидкости становятся центрами вихреобразования. Вихри, вращающиеся против часовой стрелки, растут, а вращающиеся в противоположном направлении вытесняются внутрь жидкости и вырождаются в плоскую границу между соседними ячейками (таблица У, б, $t = 14$ мин). На передней границе вихревого течения возникают дополнительные горизонтальные плоскости остановки течения, связанные с перестройкой картины при дальнейшем увеличении температуры перегрева (таблица VI, а, $t = 15$ мин). При этом на внешней границе вихрей сохраняется медленное всплывающее течение. Образование горизонтальных плоскостей вызвано увеличением скорости втекающей в ячейку более холодной жидкости.

При увеличении перегрева растет вертикальный размер ячейки. На таблице VI, б ($t = 18$ мин) ячейка в центре кадра поглощается растущими вихрями сверху и снизу. По мере увеличения температуры нагревателя растет угол наклона границы ячейки к горизонту. Течение внутри ячейки состоит из последовательно образующихся вихрей с одинаковым направлением вращения, которые постепенно вытесняются к передней границе теплового фронта втекающей более холодной жидкостью, что приводит к пересечению треков на таблице VII, а ($t = 24$ мин). Толщина зоны покоящейся жидкости в 10–15 раз меньше высоты ячейки. На таблице VII, б показана картина течения вблизи нагревателя при меньшем увеличении ($t = 30$ мин).

Полученные фотографии позволяют проследить эволюцию восходящего ламинарного течения, возникающего при включении нагрева. На рис. 2 показана зависимость вертикальной компоненты скорости от расстояния до стенки L . В стратифицированной жидкости $\Lambda = 13$ м и до момента наступления неустойчивости $u_z < 1,2 \cdot 10^{-3}$ см/с, положение максимума смещается от нагревателя по мере увеличения скорости.

На рис. 3 показана зависимость от времени чисел Рейнольдса $Re = u_x^* h / \nu$ и Ричардсона $Ri = N^2 l^2 / (\Delta u_x)^2$ (здесь u_x^* – максимальное значение горизонтальной компоненты скорости в ячейке, Δu_x – макси-

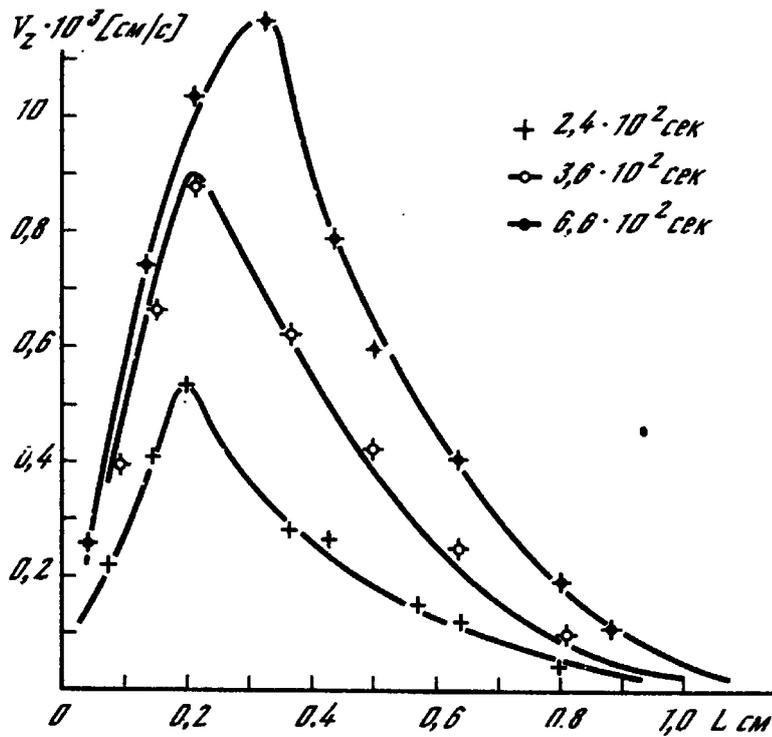


Рис.2

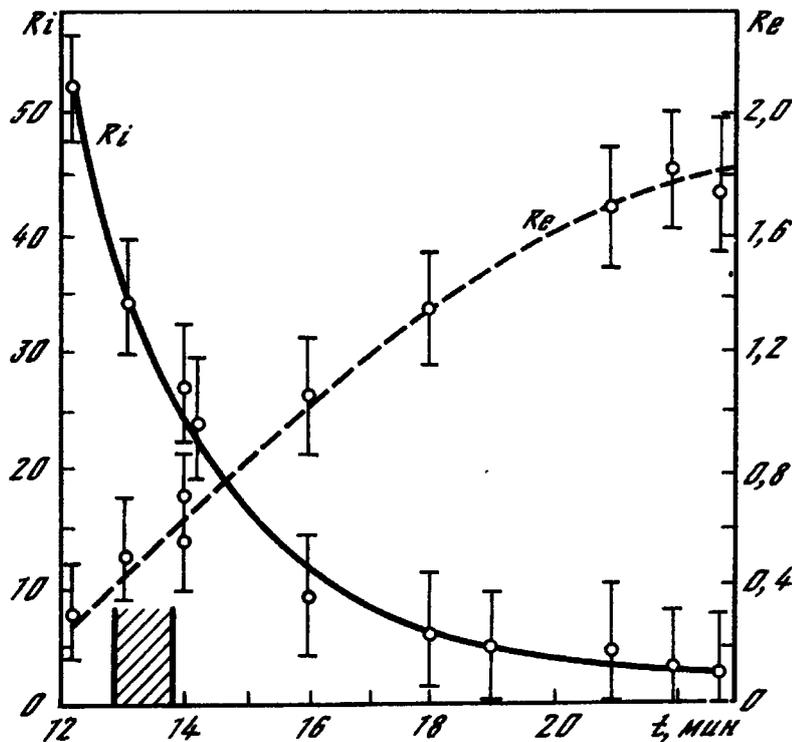


Рис.3

мальная разность скоростей в соседних ячейках, которая наблюдается на расстоянии l . Заштрихован интервал образования структуры ($\Lambda = 13$ м, $\tau_n = 15$ мин). До замыкания вихрей горизонтальные компоненты скорости малы, $l \sim h$, $Ri \gg 1$, $Re < 1$, при формировании ячеек $20 < Ri < 30$, $Re < 0,5$. С увеличением перегрева растут h , u_x , что приводит к увеличению числа Re . Одновременно растет величина сдвига скорости на границах ячеек как вследствие увеличения Δu_x , так и уменьшения толщины границы между ячейками, на которых происходит это изменение. В исследованном режиме $Re < 2$, $Ri > 2,5$, тече-

чение как внутри ячеек, так и на границах гидродинамически устойчиво.

На рис. 4 показана зависимость от времени расстояния от передней границы теплового фронта до нагревателя (I - $\tau_n = 4$ мин, II - $\tau_n = 6$ мин, III - $\tau_n = 15$ мин, IV - $\tau_n = 20$ мин), заштрихованы времена формирования структуры при различных режимах нагрева, максимальная температура перегрева во всех случаях $\Delta T = 2,5$ К. До образования ячеек размеры области нагретой жидкости удовлетворительно описываются соотношением $l_x = A\sqrt{\chi t}$, $A = 2,36$, что указывает на малость вклада конвективных явлений в процесс переноса тепла. С образованием ячеек размер прогретой области растет пропорционально времени, скорость продвижения теплового фронта почти не зависит от тепла изменения температуры и составляет $(6 \pm 0,5) 10^{-3}$ см/с.

Вертикальные распределения температуры на расстоянии 5 см от нагревателя в центре бассейна показаны на рис. 5. Спустя 10 мин после включения нагрева температура жидкости почти постоянная в верхней половине бассейна, везде, за исключением приповерхностного слоя, в котором находится прогретая жидкость (рис. 5(1)). При прохождении теплового фронта на исходное распределение накладывается синусоидальное возмущение с амплитудой до 0,25 К (рис. 5(2)). В зоне развитого конвективного течения амплитуда флуктуаций температуры убывает до 0,15 К, распределение температуры по вертикали становится локально несимметричным - тонкие слои, в которых температура возрастает с глубиной, перемежаются более толстыми слоями в центре ячейки, где температура убывает (рис. 5(3)).

Для исследованных режимов нагрева вертикальный размер ячеек равен высоте подъема нагретой жидкости в среде с невозмущенным распределением солёности до уровня нейтральной плавучести $h = \alpha \Delta T \Delta$. Критическое число Рэлея $Ra = g \alpha \Delta T h^3 / \nu \chi$, характеризующее распад конвективного течения на отдельные вихревые ячейки определялось в режиме непрерывного увеличения температуры, когда за величину $\Delta T_{кр}$ принималась разность температур, при которой происходит замыкание вихря в центре бассейна. Кроме того, в серии использовался режим нагрева с выходом на постоянную температуру, когда определялась минимальная температура, при которой происходит одновременное образование ячеек и максимальная, при которой ячейки медленно последовательно растут от дна и поверхности и за $\Delta T_{кр}$ принималась полу-сумма этих значений. Для водного раствора NaCl в исследуемом диапазоне концентраций можно принять $\nu = 10^{-2}$ см²/с, $\chi = 1,43 \cdot 10^{-3}$ см²/с, $\kappa = 1,41 \cdot 10^{-5}$ см²/с, $\alpha = 3,06 \cdot 10^{-4}$ К⁻¹. По совокупности всех экспериментов образование ячеек при боковом нагреве жидкости с градиентом солёности $4,2 < \Delta < 26$ м происходит при $Ra > Ra_{кр} = g \alpha \Delta T h^3 / \nu \chi = 4500 \pm 1000 [22]$.

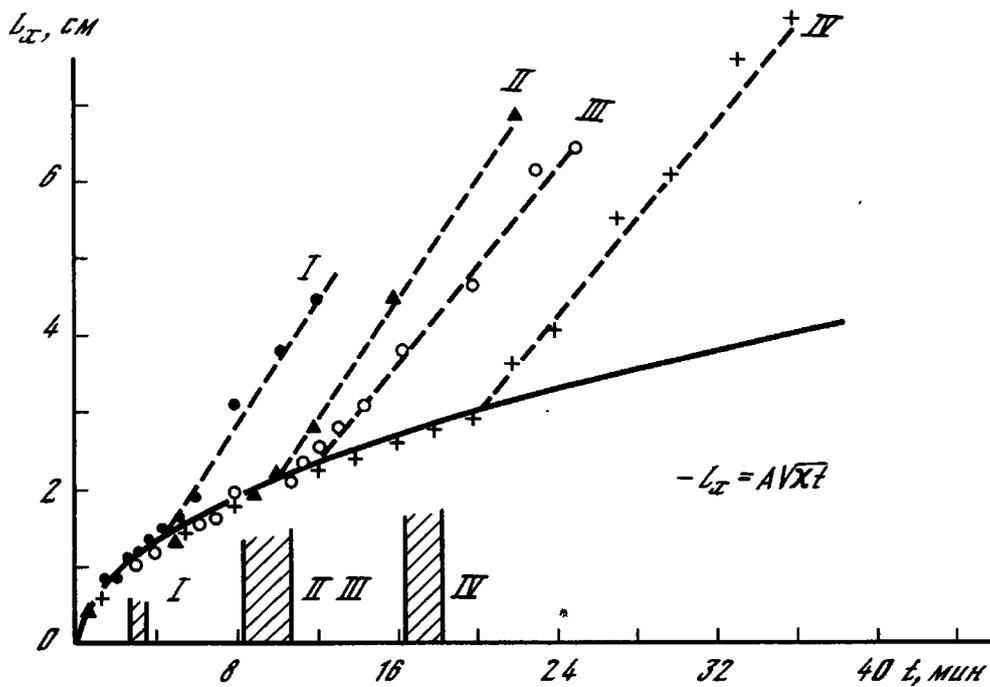


Рис.4

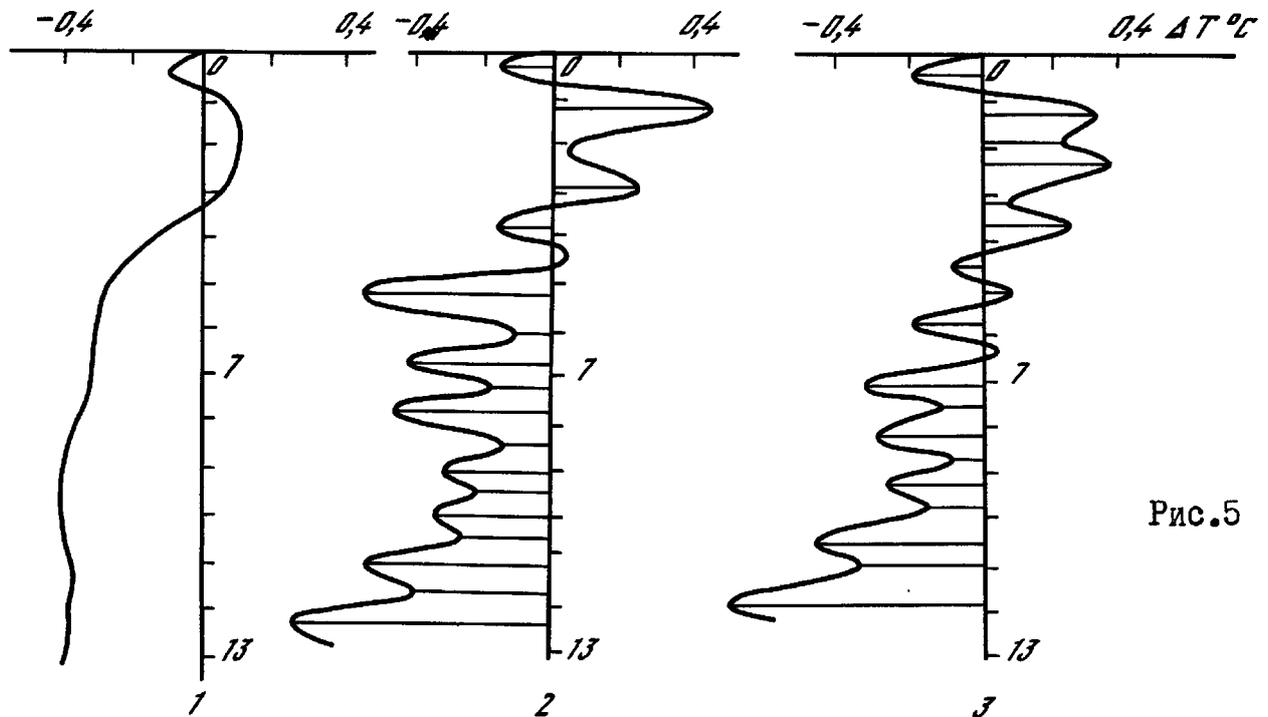


Рис.5

При распространении теплового фронта под углом к горизонту картина течения подобна наблюдаемой при боковом нагреве. В таблице I приводятся значения температуры перегрева и критического числа Рэлея при $\Delta = 13$ м для различных углов наклона направления распространения теплового фронта к горизонту (угол θ против часовой стрелки, $\theta = 0$ – боковой нагрев). Поскольку вертикальный размер ячеек растет с увеличением θ , а критическая температура убывает, значение $Ra_{кр}$ слабо зависит от θ при $-19^\circ < \theta < 19^\circ$ [23]. Зависимость высоты ячеек и критической температуры от ориентации нагревателя может быть обусловлена влиянием диффузионных течений, вызванных искривлением линий

постоянной солености (плотности) вблизи наклонных границ [24]. При этом формируется восходящий ($\theta > 0$) или погружающийся ($\theta < 0$) поток, которые соответственно ускоряют или тормозят конвективное течение и изменяют критическую высоту ячейки.

Вокруг нагретой тонкой вертикальной нити (провод МГТФ-0,07 с внешним диаметром $d = 0,8$ мм) образуются аксиально-симметричные конвективные ячейки, резкие границы которых наклонены к горизонту под одинаковым углом ($\theta = 24^\circ$, $t = 20$ мин, $\Delta T = 1,75$ К, $\Lambda = 13$ м; $\theta = 10^\circ$, $t = 10$ мин, $\Delta T = 4$ К). Границы слоев резко поднимаются и сближаются вблизи нити, их следы можно проследить на значительном расстоянии (иногда они поднимаются вверх на 2-4 ячейки). В области восходящего течения, расположенной между нитью и регулярными ячейками можно выделить прилегающую к нити зону ламинарного течения (от границы нити до $z = 1,2 + 1,6$ мм) и зону максимума вертикальной компоненты скорости $1,06 < z < 2,3$ мм, в которой прослеживаются следы резких градиентов плотности (границ ячеек). Возмущения коэффициента преломления более выражены в верхней части ячеек, куда они выносятся отходящим конвективным течением, чем в нижней их части, где подтекает более холодная невозмущенная жидкость. Критическое число Рэлея в этом случае существенно выше, чем для плоской задачи, $Ra_{кр} = g d \Delta T h^3 / \nu \chi = 16000 \pm 5000$, $\Delta T_{кр} = 1,75$ К, $\Lambda = 13$ м.

На рис.6 приводится зависимость высоты конвективных ячеек от температуры перегрева для вертикальной нити и боковом нагреве ($\Lambda = 13$ м, $T_k = 7,2$ с, I - $\theta = 0^\circ$, II - $\theta = 11^\circ$, III - вертикальная нить, IV - $\theta = -19^\circ$). В диапазоне углов наклона $|\theta| < 19^\circ$, $h_\theta = a + b h$, $h = \alpha \Delta T \Lambda$, значения коэффициентов a , b приводятся в таблице 2. Для вертикальной нити $h = 0,95 (\alpha \Delta T \Lambda)^{1/2}$, $\Lambda = 13$ м.

При локализованном изменении T , S характеристик стратифицированной жидкости также образуется слоистая структура, если интенсивность возмущения превышает некоторую критическую величину. Образование структуры наблюдалось при введении с малой скоростью ($u < 0,1$ см/с) небольшого объема нагретой соленой жидкости в приповерхностный слой или холодной пресной в придонный, т.е. когда реализуется ситуация, приводящая к образованию солевых пальцев в ограниченном объеме. Общая картина течения в обоих случаях совпадает, на таблице УШ приводятся теневые кинограммы структуры, возникающей при таянии небольшого куска льда (температура бассейна $T = 19^\circ\text{C}$). Образующаяся при таянии пресная вода всплывает отдельными тонкими струйками диаметром $0,5 + 1$ мм на высоту $H = 4 + 5$ см (распресненные пальцы в соленой воде). При этом образуется структура из перемежающихся тонких холодных и теплых столбиков жидкости (теплообменник) и вся область относительно быстрой пальцевой конвекции несколько охлаждается. Вне ее распространяется холодный фронт сложной фор-

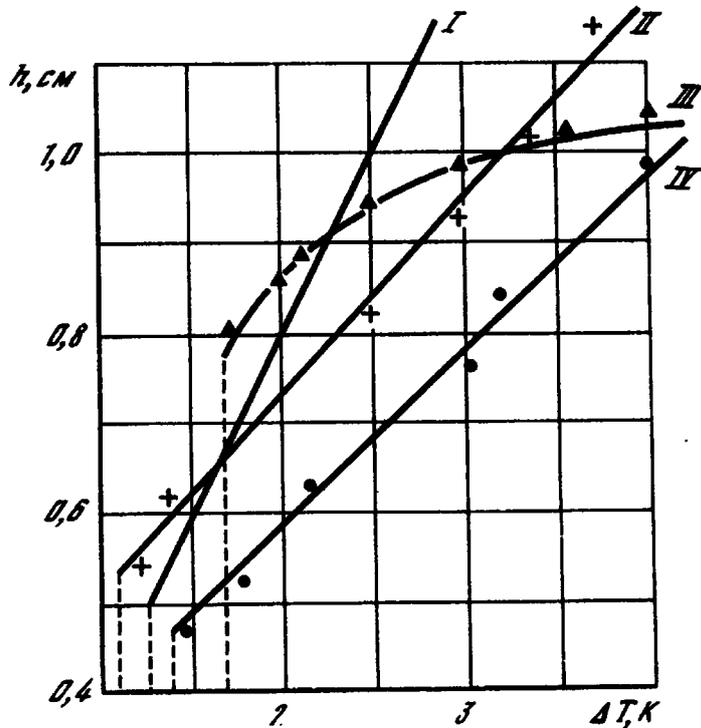


Рис. 6

Таблица I

Значения критического числа Рэлея при различных углах наклона направления распространения теплового фронта к горизонту

θ , град	+ 19	II	0	- II	- 19
$h_{кр}$, см	0,55	0,53	0,53	0,5	0,48
$\Delta T_{кр}$, К	1,0	1,12	1,25	1,38	1,46
$Ra_{кр} = g d \Delta T h^3 / \nu \chi$	3500	3600	4000	3500	3400

Таблица 2

Значения коэффициентов a , b при различных углах наклона нагревателя

θ , град	II	0	-19
a , см	0,29	0	0,18
b	0,55	I	0,49

мы и вблизи области пальцев, в зоне максимальных горизонтальных $\partial T / \partial x$, $\partial S / \partial x$ спустя $t = 4$ мин после начала процесса начинают формироваться первые вихри (таблица III, а). Образование ячеек в жидкости с масштабом плотности $\Lambda = 21$ м начинается при $\Delta T = 0,9 \pm 1,0$ К, при этом $h = d \Delta T \Lambda = 0,64$ см, наблюдаемые размеры ячеек $h = 0,62$; $0,7$; $0,84$; $1,0$ см, которым соответствуют числа Рэлея $Ra = g d \Delta T h^3 / \nu \chi =$

=5000, 7000, 12000, 20000. В дальнейшем размеры ячеек несколько выравниваются и при $t = 20$ мин $\Delta T = 1,5$ К, $h = \alpha \Delta T \Lambda = 0,96$ см, $\langle h \rangle = 1,16 \pm 0,16$ см. Образующаяся слоистая структура продвигается как наружу, так и внутрь области при вырождении быстрой пальцевой конвекции. При смыкании ячеек число Ra достигает максимума, затем происходит его уменьшение и соответственно вырождение конвективного течения внутри ячеек. Внутри жидкости в течение длительного времени (4–5 час) сохраняются слоистые структуры – следы границ ячеек, которые медленно разрушаются процессами молекулярной диффузии.

Проведенные опыты показывают, что основной причиной образования ячеек является боковая диффузионная неустойчивость, обусловленная совместным влиянием горизонтальных градиентов температуры и солености в жидкости с градиентом плотности (солености). Действие этого механизма приводит к существенному изменению картины конвективного течения над нагретым горизонтальным цилиндром и точечным источником тепла.

4. Конвекция над горизонтальным цилиндром. В жидкости с градиентом солености над нагретым горизонтальным цилиндром длиной 10 см и диаметром $d = 1$ см наблюдаются три типа течения. При малых мощностях P внутри прогретой области не образуются заметные конвективные течения, характер распределения плотности не меняется.

При умеренных температурах нагрева слои образуются сбоку и над нагревателем, высота слоев $h_1 = 0,8 \pm 1$ см и составляет (0,3 – 0,6) от $h = \alpha \Delta T \Lambda$, ΔT = разность температур поверхности цилиндра и жидкости. Слои растут в горизонтальном направлении, скорость продвижения передней границы структуры не превышает 0,1 см/с. При сохранении ΔT толщина отдельных слоев и всей области течения не изменяется до тех пор, пока слои не достигнут стенок бассейна. Внутри жидкости от границ ячеек распространяются внутренние волны почти нулевой частоты. В целом картина течения подобна наблюдаемой при боковом нагреве (см. таблицу III).

С увеличением P и ΔT растет высота первичных слоев, слои поглощают друг друга, число их уменьшается и над нагревателем формируется другой тип течения, связанный с образованием конвективной струи над цилиндром. При включении нагрева образуется тепловая пелена, высота подъема которой меньше предельно достижимой вследствие работы против сил плавучести и вовлечения в струю более тяжелой жидкости с горизонта нагревателя. При $q = 1,7$ Вт/см², $\Delta T = 35$ К, $Ra = 7,3 \cdot 10^5$; $\Lambda = 13$ м, высота первого слоя $h_1 = 2,6$ см = $0,18h$, $h = \alpha \Delta T \Lambda = 14$ см. Вследствие малости скоростей в струе не происходит полного перемешивания, всплывшая осолоненная жидкость погружается тонкими струйками. Практически с самого начала процесса об-

ласть конвективного течения состоит из слоев с наклонной верхней и горизонтальной нижней границей с мелкопятнистой или полосчатой структурой типа солевых пальцев (характерный вертикальный размер которых — высота слоя 2 ~ 4 см, горизонтальный 0,5 — 1 мм), разделенных резкой границей, состоящей из тонких листов (таблица IX, а, $t = 6$ мин). Температура жидкости максимальная над нагревателем. От верхней границы слоя внутрь невозмущенной жидкости распространяется тепловой фронт сложной формы. Когда градиенты температуры на границе слоя превышают критическое значение, над нагревателем образуются один или два купола всплывающей жидкости и начинает формироваться новый слой. Между слоями не происходит конвективный обмен жидкостью. При замыкании циркуляционного течения адвекция в слое уменьшает скорость переноса тепла по вертикали, значения $\partial T / \partial z$, $\partial T / \partial y$ на границе и вся картина стабилизируется. Затем, вследствие малости скоростей течения внутри слоя центр его начинает прогреваться, верхняя граница искривляется, через нее увеличивается поток тепла и формируется следующий слой. Всего в данных опытах наблюдалось образование 8 слоев.

При длительном нагреве растет высота слоев, вследствие перемешивания внутри и диффузии через границу уменьшается разность соленостей, граница между слоями разрушается, растет высота тепловой струи (таблица IX, б, $t = 51$ мин). Ячейки в верхних слоях принимают более регулярную форму, область конвективного течения начинает возбуждать внутренние волны с частотой, близкой к N и длиной 2—6 см, которым соответствуют диффузные полосы в верхней части таблицы IX, б.

Внутри слоя существует трехмерная ячеистая структура и горизонтальные границы между слоями имеют сложную тонкослоистую структуру, которая образуется плоскими вершинами всплывающих солевых куполов (таблица X, а, $\Lambda = 4,2$ м и $\Delta T = 28$ К, $t = 32$ мин), толщина отдельных листов не превышает 0,5 мм. Непосредственно над нагревателем в тепловой пелене наблюдаются вертикальные полосчатые (пальцевые) структуры толщиной $0,05 \pm 0,5$ см, индивидуальные признаки которых становятся неразличимы в верхней половине нижнего слоя ($h > 2$ см). Метка в левой части фотографии на таблице X, б ($\Lambda = 13$ м, $\Delta T = 35$ К, $t = 15$ мин, время выдержки 24 с) показывает распределение скоростей в зоне слоистого течения, над которым практически отсутствует среднее течение.

Общее число слоев, время формирования и длительность существования структуры зависят от начальной стратификации, интенсивности нагрева, размеров бассейна. При увеличении масштаба Λ растет толщина слоев и общая высота структуры и скорость ее образования при $\Lambda = 36$ м $q = 1,7$ Вт/см², $\Delta T = 35$ К вся жидкость в бассейне $40 \times 15 \times 30$ см³ расслаивается в течение 30 мин. При длительном нагреве молеку-

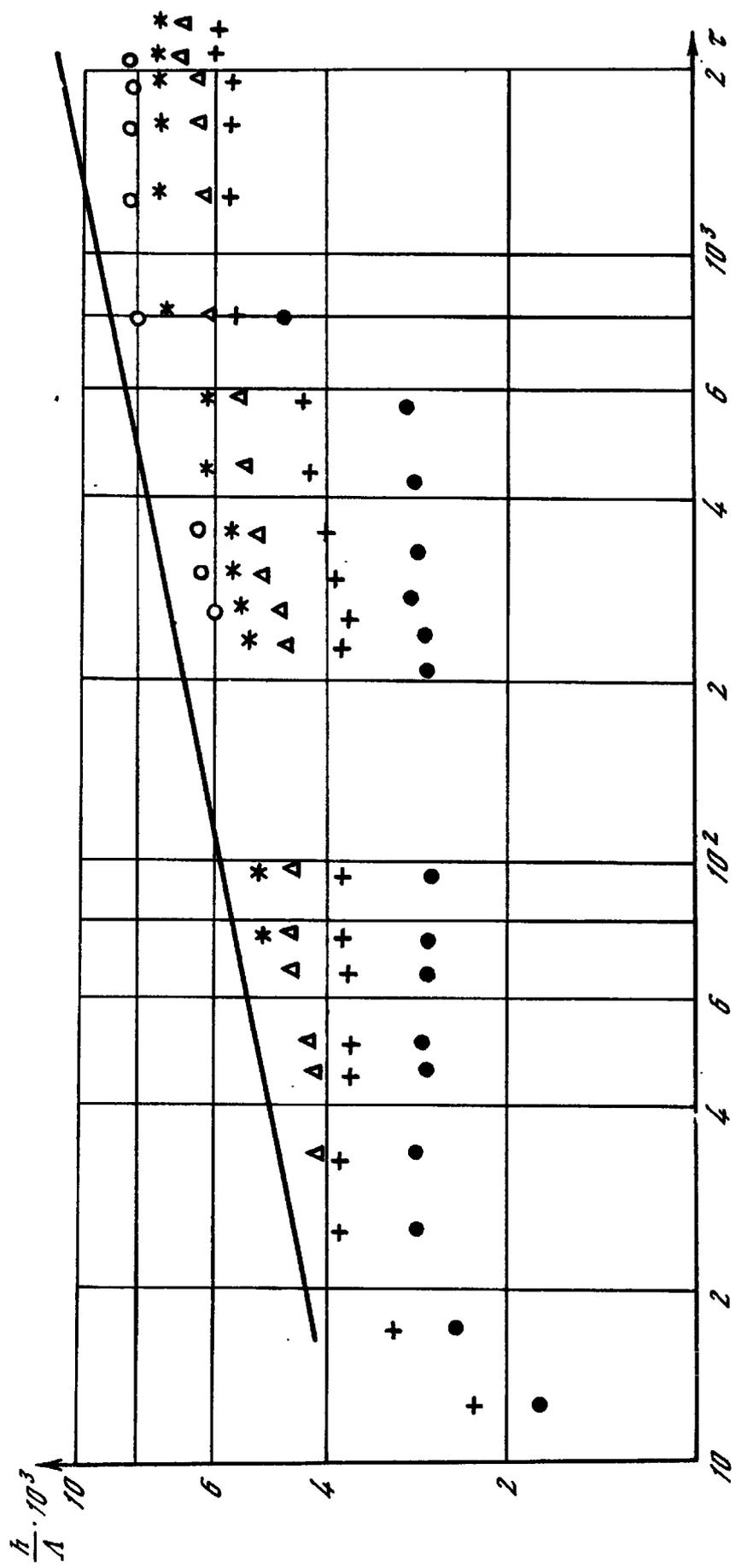


Рис. 7

лярная диффузия уменьшает разность соленостей в отдельных слоях и, вследствие повышения температуры в нижележащих слоях границу раздела начинают пересекать вначале отдельные нагретые частицы, а затем и вся конвективная струя над нагревателем. Между слоями происходит интенсивный обмен жидкостью, граница раздела размывается, два слоя сливаются в один. Далее весь процесс повторяется. Одновременно сверху образуются новые слои и в зависимости от условий экспериментов или вся картина слоистого течения смещается вверх, или число слоев постепенно уменьшается до одного.

На рис. 7 показана зависимость $h(\tau)$ высоты образующихся слоев от времени $\Lambda = 13$ м, $N = 0,87$ с⁻¹, $q = 1,7$ Вт/см², $\Delta T = 35$ К. Первые два слоя образуются практически одновременно при включении нагрева, третий и последующие спустя 4,2; 9; 34 мин, соответственно. Верхние границы слоев медленно поднимаются по мере прогрева жидкости, толщина 2 и 3 слоя достигает максимума при $t = 35 \pm 70$ мин и далее убывает. Хотя толщина отдельных слоев растет неравномерно, в среднем можно принять $h \sim (t/T_K)^{0,2}$.

Распределение температуры по глубине бассейна зависит от структуры течения, максимальная величина ΔT наблюдается на верхней границе нижнего слоя, в зоне растекания нагретой жидкости (приведенные на рис. 8 разрезы снимались на расстоянии 5 см от оси нагревателя в центре бассейна, $\Lambda = 13$ м, $q = 1,7 \cdot 10^4$ Вт/м²). На всех этапах существования структуры в центре слоев наблюдается уменьшение температуры с высотой, обусловленное сравнительно медленным обменом теплом и солью в центре ячеек. Величина перепада температур на границах слоев максимальна при образовании структуры (при $t = 10$ мин, $\Delta T_{1,2} = -4,0$ К, $\Delta T_{max} = 8,2$ К; $t = 40$ мин, $\Delta T_{1,2} = -3,0$ К; $\Delta T_{max} = 8,7$ К). С увеличением высоты слоя растет ширина зоны убывания температуры. Ступеньки на кривых 4,5 вне зоны слоистого течения при больших длительностях работы нагревателя внутренними волнами, которые излучает пульсирующая граница области конвекции.

Образование замкнутых циркуляционных слоев существенно влияет на тепловой режим нагревателя. Как показано на рис. 9, увеличение начального градиента солености приводит к уменьшению значения числа Нуссельта $Nu = qd/\rho c_p \chi \Delta T$ при одинаковых значениях числа Рэлея $Ra_d = qd\Delta T d^3/\nu \chi$ (здесь $d = 1$ см - диаметр нагревателя) [25]. На каждой кривой $Nu = Nu(Ra, C)$, $C = \Lambda/d$ - отношение масштабов можно выделить участок, на котором $Nu = 0,24 Ra^{n(C)} \exp\{-340 C^{-0,7}\}$ при $Ra_d > Ra'_d(C)$ число Nu практически не меняется, при $Ra_d > 5 \cdot 10^5$, Nu не зависит от C в диапазоне $0 < C^{-1} < 0,24$ м⁻¹. Значения $Ra'_d(C)$ и $n(C)$ приведены в таблице 3.

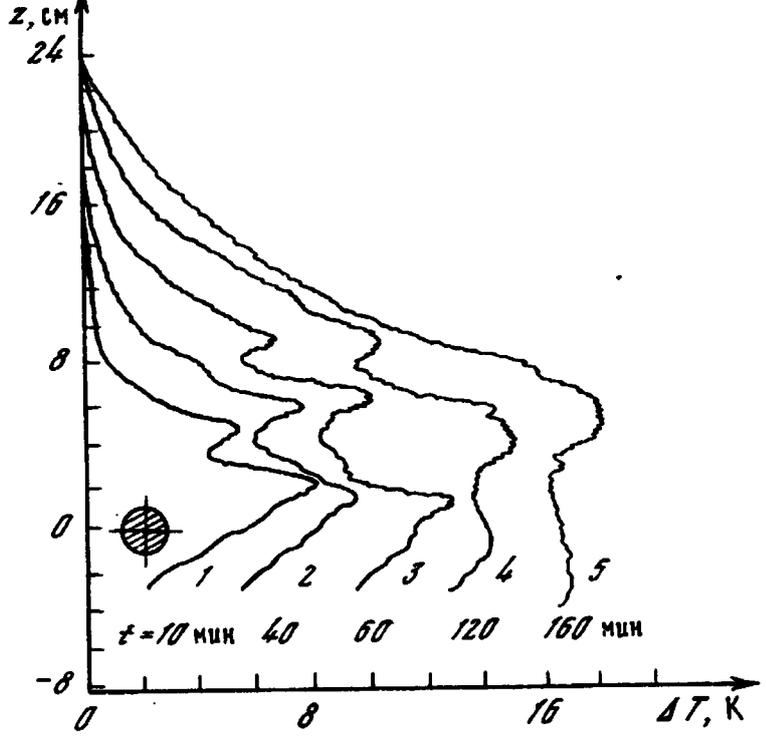


Рис.8

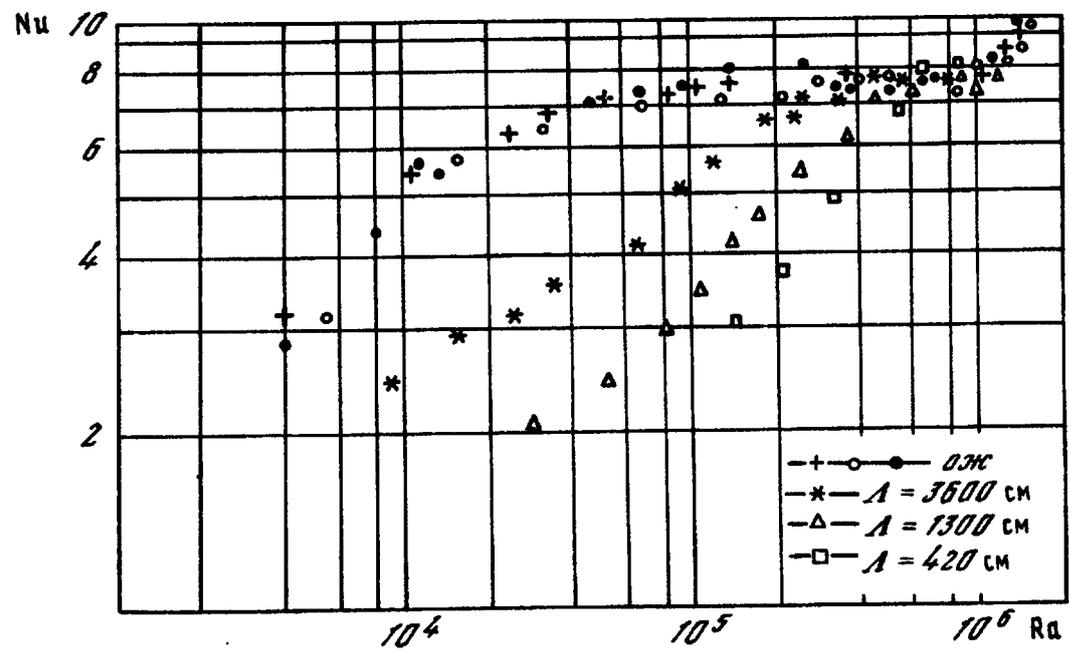


Рис.9

Таблица 3
Значения $n(C)$ и $Ra'_d(C)$

Λ , м	Однородная жидкость	36	13	4,2
$n(C)$	0,33	0,35	0,43	0,62
$Ra'_d(C)$	$5 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$

Структура конвективного течения динамически устойчива несмотря на то, что на границах слоев существуют заметные сдвиговые напряжения. Вертикальные распределения горизонтальной компоненты скорости определились по смещению плотностных меток и полосок окрашенной жидкости, возникающих при растворении погружающегося кристалла перманганата калия. В каждом слое, наряду со сложным трехмерным движением частиц существует общая циркуляция - жидкость всплывает над нагревателем, растекается по верхней границе ячеек, спускается вниз при охлаждении и подтекает к центру бассейна по нижней границе слоя. Распределение максимальных значений скорости по слоям (u_- - в верхней части, u_+ - в нижней части, в подтекающей жидкости), чисел Ричардсона $Ri = N^2 \delta_{n,n+1}^2 / (\Delta u_{n,n+1})^2$, Рейнольдса $Re = u_- h / \nu$ при $\Lambda = 13$ м, $q = 1,7$ Вт/см², $\Delta T = 35$ К, $t = 25$ мин, приводятся в таблице 4. В распределении всех характеристик существует асимметрия, профили скорости, температуры и солёности не подобны друг другу. Если в распределении скорости толщина слоя оттекающей жидкости в верхней части ячейки меньше толщины слоя подтекающей жидкости, то в распределении температуры, наоборот, зона инверсий внизу ячейки более узкая, чем вверху, в области увеличения ΔT . Наиболее резкую асимметрию имеет распределение плотности - толщина границы существенно меньше высоты слоя. В данной задаче, наряду с традиционным числом Рэлея, определенным по диаметру нагревателя $Ra_d = g \Delta T d^3 / \nu \chi$, можно ввести глобальное число Рэлея, в которое не входят геометрические параметры источника $Ra^* = g \alpha P^* h_0 / N \rho C_p \nu \chi$ (P^* - погонная мощность, Вт/см, $h_0 = \alpha \theta \Lambda$, $\theta = P^* / \rho C_p \nu$ - эффективная температура нагревателя) и масштабные числа Рэлея $Ra_h = g \alpha P h_1 / N \rho C_p \nu \chi$, $Ra_T = g \alpha \Delta T h_1^3 / \nu \chi$, характеризующие структуру возникающего течения (h_1 - толщина первого слоя вблизи цилиндра). В таблице 5 для сравнения приводятся значения основных размерных и безразмерных характеристик для случая развитой структуры в жидкости с различными градиентами солёности.

В таблице 6 даны значения чисел Рэлея, характеризующие изменение типа структуры конвективного течения при увеличении температуры перегрева цилиндра. Эти данные можно рассматривать как оценку критических значений, соответствующих началу образования боковой структуры (три верхние строчки), максимальных значений ΔT для боковой структуры и минимальных ΔT , при которых тепловая струя отрывается от поверхности цилиндра и над ним образуются слоистые структуры.

5. Точечный источник тепла. Свободная конвекция над точечным источником тепла в однородной и температурно стратифицированной жидкости изучалась в работах [26, 27]. В данной задаче отсутствует внешний параметр с размерностью длины и образование периодической

Таблица 4

Значения u_-, u_+, Ri, Re

№ слоя	$u_-, \text{см/с}$	$u_+, \text{см/с}$	Re	$Ri_{n-1,n}$
2	0,49	0,12	70	1,2
3	0,35	0,18	44	0,8
4	0,14	0,12	18	1,5
5*)	0,07	-	0,8	31

*) Примечание. Формирование слоя не закончено, $Re_s = u_- \delta / \nu$
 δ - толщина слоя, скорость движения в котором превышает 10^{-3} см/с.

Таблица 5

Значения чисел Рэлея при развитой слоистой структуре

$q, \text{Вт/см}^2$	1,8	1,4	1,7
$P^*, \text{Вт/см}$	5,6	4,4	5,33
$\Delta T, \text{К}$	35	30	35
$\theta, \text{К}$	134	105	127
$\Lambda, \text{м}$	36	13	4,2
$N, \text{с}^{-1}$	0,52	0,87	1,5
$t, \text{мин}$	3	4	4
$h_1, \text{см}$	5,0	3,43	2,5
$h, \text{см}$	38,5	11,9	4,6
$h_0, \text{см}$	146	41,8	16,3
Ra_d	$7,35 \cdot 10^5$	$6,3 \cdot 10^5$	$7,35 \cdot 10^5$
Ra_h	$2,7 \cdot 10^5$	$8,7 \cdot 10^4$	$4,4 \cdot 10^4$
Ra_T	$9,2 \cdot 10^7$	$2,5 \cdot 10^7$	$1,15 \cdot 10^7$
Ra^*	$7,9 \cdot 10^6$	$1,1 \cdot 10^6$	$2,9 \cdot 10^5$

Таблица 6
Значения чисел Рэлея при перестройке картины течения

Тип течения	η	Вт/см ²	Вт/см ρ^*	$\Delta T, K$	Λ, m	N, c^{-1}	h_y, cm	h_x, cm	Re_d	Ra_h	Ra_T	Re^*
Боковые структуры	0,022	0,07	1,14	36	0,52	0,8	1,25	2,4 10^4	540	1,2 10^4	1,2 10^4	1,2 10^3
	0,037	0,12	1,4	13	0,87	0,6	0,6	2,9 10^4	415	6,4 10^3	6,4 10^3	787
	0,062	0,2	3,15	4,2	1,5	0,5	0,4	6,6 10^4	327	8,3 10^3	8,3 10^3	406
	0,08	0,24	3,0	36	0,52	0,95	3,3	6,3 10^4	219	5,4 10^4	5,4 10^4	1,5 10^4
	0,07	0,22	4,0	13	0,87	0,8	1,6	8,4 10^4	1013	4,3 10^4	4,3 10^4	2,6 10^3
Слоистое течение над цилиндром	0,2	0,64	6,0	36	0,52	1,26	6,6	1,25 10^5	7,8 10^3	2,5 10^5	2,5 10^5	10^5
	0,26	0,81	9,1	13	0,87	1,3	3,6	1,9 10^5	6 10^3	4,2 10^5	4,2 10^5	3,4 10^4
	0,24	0,75	8,2	4,2	1,5	0,96	1,06	1,7 10^5	2,3 10^3	1,5 10^5	1,5 10^5	5,7 10^3

по вертикали структуры конвективного течения обусловлено только влиянием стратификации и пространственной дисперсией, вызванной отличием кинетических коэффициентов.

Жидкость нагревалась током высокой частоты ($f = 50$ МГц) вблизи торца двухэлектродной коаксиальной ячейки, состоящей из капилляра диаметром 2 мм и платиновой проволоки диаметром 0,5 мм, разделенных слоем диэлектрика. Данная конструкция обеспечивает стабильность свойств контактных поверхностей и малые размеры области выделения энергии. Высокая частота используется для предотвращения электролиза жидкости и позволяет подводить значительную мощность без нарушения сплошности среды. При $f > 0,5$ МГц можно пренебречь реактивными составляющими импеданса Варбурга, что уменьшает погрешность определения подводимой мощности, которая измерялась методом вольтметра-амперметра.

Структура конвективного течения определяется масштабом изменения плотности Δ и величиной подводимой мощности P . При $P < 0,05$ Вт, $\Delta = 15$ м образуется локализованная прогретая область, в которой тепло в основном переносится кондуктивными процессами. Тороидальный вихрь внутри пятна, в центре которого находится всплывающая тепловая струйка, наблюдается при $P = 0,067$ Вт. Резкая граница, отделяющая нагретую жидкость от более холодного окружения, имеет форму купола высотой 0,53 см, нижняя кромка которого свернута в кольцевой вихрь. Вертикальный размер купола стабилизируется, а горизонтальный продолжает расти и достигает 1,2 см, после чего рост практически прекращается.

При $0,5 < P < 8,5$ Вт над источником формируется вертикальная ламинарная конвективная струя, окруженная колоколообразной пеленой опускающейся осолоненной жидкости, поднятой с уровня источника (радиус струйки 0,2 - 0,3 см, толщина пелены 0,5 - 0,1 см). При длительном нагреве, если высота струи превышает 1 - 1,5 см ($\Delta = 15$; 4,4 м) вокруг нее возникают аксиально-симметричные ячейки, состоящие из вихревых слоев высотой $h = 0,7 + 1,5$ см, разделенных тонкими листами толщиной 0,05 - 0,2 см с большими значениями градиентов солёности, плотности и коэффициента преломления соответственно (см. рис. 10, $\Delta = 4,4$ м, $N = 1,5$ с⁻¹, $P = 3,2$ Вт). Верхняя диффузионная граница ячеек, вдоль которой опускается при остывании более солёная жидкость наклонная, нижняя, по которой в ячейке подтекает менее солёная жидкость, горизонтальная. "Пальцевая" конвекция внутри ячеек приводит к образованию мелкомасштабных полосчатых, кольцевых и пятнистых структур. С течением времени число слоев сохраняется, но их относительное положение в пространстве медленно меняется: вся структура пульсирует с периодом 40-50 мин ($\Delta = 15$ м, $P = 3,2$ Вт),

медленно поджимаясь к пелене и также медленно расправляясь. (Наибольшая длительность эксперимента составляла 9 часов).

С увеличением мощности растет высота подъема струи, скорость течения как в струе, так и опускающейся пелене. Нисходящее кольцевое течение становится неустойчивым и разбивается на отдельные тонкие струйки – солевые пальцы, но и в этом случае вокруг струи возникают конвективные ячейки, отходящие от зоны пальцевой конвекции. Количество ячеек увеличивается с ростом высоты подъема нагретой струи, максимальное их число – семь наблюдалось при $P = 8,7$ Вт. Пять из них связаны с вихревыми образованиями на внешней части купола, а две возникали над тепловой струей.

В таблице 7 приводятся результаты определения вертикальных и горизонтальных размеров ячеек h_i , L_i , полученные при обработке теневых кинограмм. Высота отдельных слоев различается на 20-50%, средняя высота слоя увеличивается в период формирования структуры и сохраняется в течение длительного времени после завершения процесса ее образования. Высота слоя несколько растет с увеличением мощности при заданной стратификации и увеличением масштаба плотности при сохраняющейся мощности. Толщина листов с повышенными значениями градиента солености в 8-15 раз меньше высоты слоев, приблизительно пропорционально $\sqrt{\chi/k} \approx 10$. В зоне ячеистой конвекции не происходит обмен жидкостью между отдельными ячейками.

От внешней кромки области ячеистого течения внутрь невозмущенной жидкости распространяются внутренние волны нулевой частоты. Их длина равна высоте ячеек, скорость распространения превышает скорость продвижения передней границы теплового фронта. Внутренние волны изменяют начальное распределение солености, плотности и коэффициента преломления. На рис. 10 волны приводят к образованию темных и светлых горизонтальных диффузных полос.

При дальнейшем увеличении мощности в зоне нагрева начинают периодически образовываться газопаровые пузырьки, вовлечение окружающей жидкости в тепловую струю резко возрастает, течение становится неустойчивым и вместо выраженной всплывающей струи формируется область перемешанной жидкости, вертикальный размер которой меньше, чем высота струи при меньшей подводимой мощности и ламинарном режиме течения [28].

Если подводимая к ячейке мощность превышает 40 Вт, образуется почти горизонтальная турбулентная струя. Постепенно расширяясь, струя отходит от источника, ее передняя кромка диаметром 1,5-2 см излучает внутренние волны, подобные тем, которые образуются при горизонтальном движении тела в жидкости с постоянным градиентом плотности. Струя колеблется в пространстве; направление, в котором она распространяется вблизи источника, нерегулярно меняется со временем,

иногда она расщепляется на две. Поведение струи на этой стадии существенно зависит от микроусловий на поверхности центрального электрода и разделяющего изолятора (наличия каверн, полостей, зон устойчивого осаждения газовых пузырьков). Нестационарные электрогидродинамические процессы приводят к быстрому разрушению ячейки.

Зависимость расстояния от нагревателя до верхней резкой границы структуры H от мощности источника P можно представить в виде $H = A P^{n(\Lambda)}$, $[H] = \text{см}$, $[P] = \text{Вт}$, причем при $\Lambda = 15 \text{ м}$, $A = 1,9$, $n = 0,5$; при $\Lambda = 4,4 \text{ м}$, $A = 1,5$, $n_1 = 0,4$; $A_2 = 1,2$, $n_2 = 0,5$. Для $\Lambda = 15 \text{ м}$ высота структуры достигает максимума при $P = 10 \text{ Вт}$, $H = 5,8 \text{ см}$ и далее убывает $H = 15 P^{-0,4}$, $10 < P < 67 \text{ Вт}$ в связи с изменением режимов течения.

В ряде опытов на несколько горизонтах определялась максимальная температура перегрева в струе. При $\Lambda = 15 \text{ м}$, $P = 1,5 \text{ Вт}$, $t = 52 \text{ мин}$ вблизи нагревателя $\Delta T = 7,5 \pm 0,06$, при $z = 2,5 \text{ см}$ на нижней кромке шапки наблюдается локальный минимум, при $z > 2,8 \text{ см}$, над струей в зоне кондуктивного теплообмена $\Delta T = 76 \pm 2,6$. Для $P = 5,1 \text{ Вт}$, $\Lambda = 15 \text{ м}$, $t = 102 \text{ мин}$, $\Delta T = 14 \pm 0,3$ при $z < 2,1 \text{ см}$ вблизи шапки монотонная зависимость нарушается и при $z > 3,5 \text{ см}$, $\Delta T = 912 \pm 3,5$. Тепло в зоне струи переносится конвекцией и теплопроводностью, вне зоны ячеистой структуры - только кондуктивными процессами.

В зоне ячеистого течения распределение температуры по высоте имеет более сложный характер. Температура максимальна в верхней части нижнего слоя, куда поступает нагретая жидкость из солевого купола. В зонах подтекающего течения температура имеет локальный минимум, в верхней части ячеек - максимум. Распределение температуры

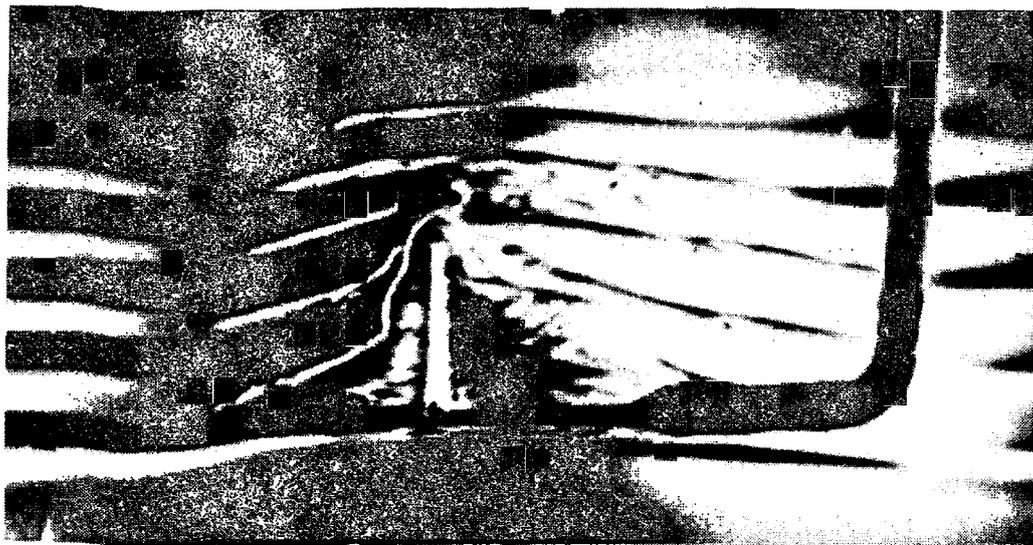


Рис.10

Таблица 7
Высота слоев для точечного источника тепла

Масштаб Λ , м	15												4,4*	
	1,5			4,2			5,1			3,23				
	20	70	75	3	10	40	5	25	50					
Время t , мин	0,8	0,7	0,8	0,4	0,8	1,0	0,5	0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0,5	0,7
h_1 , см	1,0	1,0	0,9	0,5	0,9	1,3	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
h_2	0,9	1,0	1,3	0,8	1,2	1,3	0,7	0,7	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
h_3	0,8	1,5	1,0	0,8	1,1	1,3	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
h_4	0,9	0,7	0,8		1,1	1,2								
h_5						0,2								
h_6	0,8	1,0	1,0	0,6	1,0	1,1	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,67
$\langle h \rangle$							3,8	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	6,0
$L_{1,5}$, см							4,3	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	5,7	6,1
L_2							5,3	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	7,0
L_3														
L_4	8,4	10,0	10,2	6,6	12,3	16,4								8,2

ж) Примечание. Приводятся размеры в правой и левой частях структуры

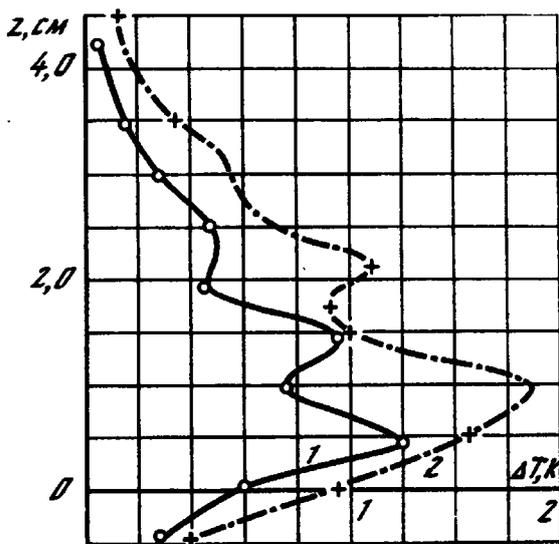


Рис. II

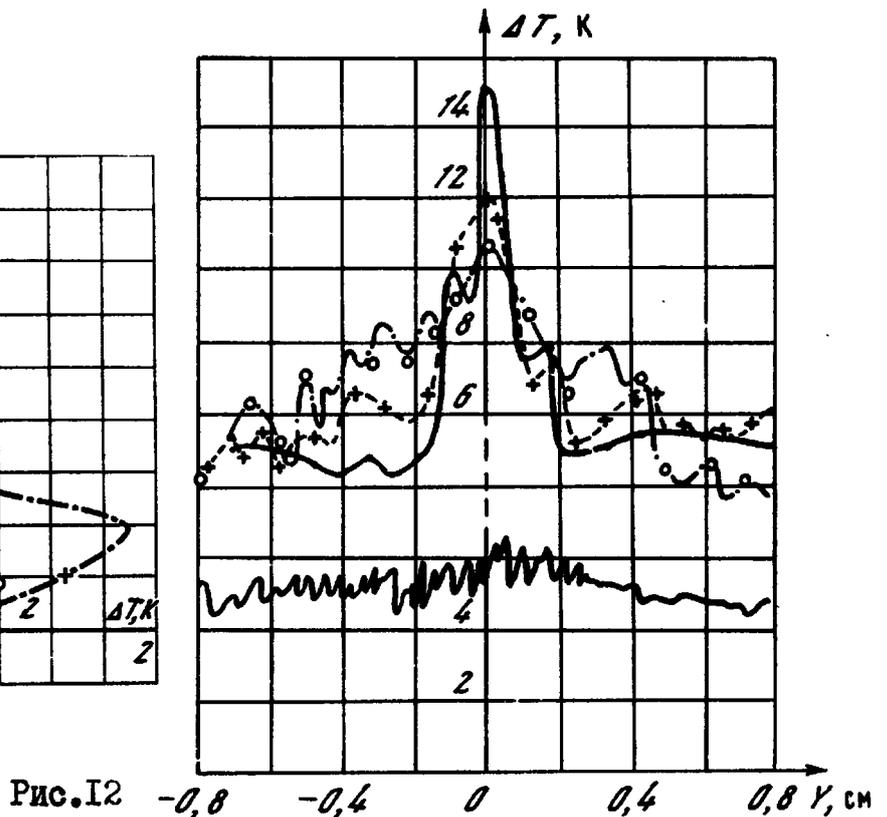


Рис. I2

характеризуется большей изменчивостью, чем распределение солёности и коэффициента преломления, положение зон максимума температуры внутри слоев может измениться на 0,5- 0,7 см (см. рис. II, $\Lambda = 4,4$ м, $N = 1,5$ с⁻¹, $P = 3,2$ Вт, $z = 1,7$ см, 1 - $t = 27$ мин, 2 - $t = 32$ мин). При увеличении мощности уменьшается разность максимальных температур в верхней и нижней ячейках, но увеличивается разность температур внутри одной ячейки.

Распределение температуры поперек тепловой струи приводится на рис. I2 ($\Lambda = 15$ м, $P = 5,3$ Вт, кривые 1-4 соответствуют z, t : 1,0 см, 65 мин; 2 см, 72 мин; 3 см, 76 мин; 4 см, 80 мин). Вблизи ядра струи на расстоянии $z = 0,2$ см от оси находится зона снижения температуры. Резкая пространственная неоднородность распределения от $\max T = 3,2$ К, $z = 3$ см, $\max T = 2,2$ К, $z = 4$ см свидетельствует о сложной пальцевой структуре течения вблизи ядра струи, что подтверждается данными оптических наблюдений. Вблизи верхней кромки купола средний горизонтальный градиент температуры имеет минимальное значение. Охлаждаясь, солёная жидкость опускается вниз тонкими струйками толщиной 0,02-0,05 см. Средняя температура области пальцевой конвекции на 4 К превышает температуру покоящейся жидкости, температура в зоне ячеистой конвекции на 0,5-1,5 К выше, чем в невозмущенной среде.

В данном случае, когда максимальная температура в тепловой струе меняется с высотой по более сложному закону, чем в однородной жид-

кости, в качестве размерных параметров можно выбрать подводимую мощность P , частоту свободных внутренних колебаний N и характеристики жидкости $\nu, \chi, \kappa, \rho, C_p, \alpha, \beta$, основными безразмерными характеристиками течения являются глобальное число Рэлея $Ra^+ = g\alpha P / N\rho C_p \nu \chi = \alpha P \sqrt{g\Lambda} / \rho C_p \nu \chi$, Прандтля $Pr = \nu/\chi$, Шмидта $Sc = \nu/\kappa$. Для водного раствора $NaCl$ образование ячеек происходит при $600 < Ra^+ < 6 \cdot 10^4$, при $\Lambda = 15$ м; $400 < Ra^+ < 3,5 \cdot 10^4$, $\Lambda = 4,4$ м.

6. Заключение. Образование конвективных ячеек в жидкости с градиентом солености, когда характерные числа Рэлея превышают критические значения, связано со следующими двумя свойствами стратифицированной жидкости. Поскольку предельная высота подъема нагретой частицы ограничена условием гидростатической устойчивости и вследствие работы против сил плавучести конвективные скорости невелики, не происходит полного перемешивания жидкости. Из-за различия кинетических коэффициентов частицы быстро обмениваются теплом при сохраняющейся солености. Поэтому, когда жидкие частицы получают тепло от источника, переносят его по ячейке и отдают окружающей среде на внешней границе теплового фронта, силы плавучести, возникающие при охлаждении, возвращают их на первоначальный горизонт и способствуют замыканию вихревого движения. В зависимости от условий нагрева возможны два механизма образования слоев: вследствие боковой неустойчивости, обусловленной наличием горизонтальных градиентов $\partial T/\partial x$, $\partial S/\partial x$ (источника и стока завихренности) или из-за потери устойчивости при нагреве снизу [13]. Условия развития боковой неустойчивости являются более мягкими.

Данные опыты могут служить моделью образования периодических пространственных структур в различных системах с пространственной дисперсией, обладающих запасом доступной потенциальной энергии.

Список обозначений

g - ускорение силы тяжести (на поверхности Земли); g_1 - в аппарате; κ - коэффициент диффузии соли; $Ra_d = g\alpha \Delta T d^3 / \nu \chi$, $Ra_h = g\alpha \Delta T h^3 / \nu \chi$ - числа Рэлея; $h = \alpha \Delta T \Lambda$ - масштаб изменения плотности; α - коэффициент теплового расширения; ΔT - температурный перегрев (разность температуры в различных точках расплава); d - размер ампулы, диаметр цилиндра; ν - кинематическая вязкость; χ - температуропроводность; $\rho = \rho(T, S)$ - плотность; T - температура; S - соленость; $\beta = (\partial \ln \rho / \partial S)$ - коэффициент солевого расширения; z - вертикальная координата; $Ra_s = g\beta (dS_0/dz) d^4 / \nu \chi$ - солевое число Рэлея; Λ - масштаб плотности; N - частота свободных внутренних колебаний; $T_K = 2\pi/N$ - период; n - коэффициент преломления; τ_H - постоянная нагревателя (плоского); δ - толщина слоя сдвига скоро-

сти; P - мощность Вт; h_1 - высота слоя около горячего цилиндра;
 $C = \Lambda/d$ - отношение масштабов; H - высота ламинарной струи, точечный источник.

Л и т е р а т у р а

- I. Polezhaev V.I. Convective processes at low gravity. - In: 3rd Europ. Symp. Material Sciences in Space. Grenoble(France), 1979.
2. Сагт А.И., Татарченко В.А. О связи конвективной неустойчивости в расплаве со слоистым распределением примесей при кристаллизации.-Известия АН СССР. Физ.сер., 1972, т. 34, № 3, сн. 541-542.
3. Brewer W.H. On the subsidence of a particles in liquids. - Mem. US Nat. Acad. Sci., 1883, vol. 2, p. 165-175.
4. Barus C. Subsidence of fine solid particles in liquids. - Bull. US Geol. Surv., 1887, vol. 5, p. 505-555.
5. Mendenhall C.E., Mason M. The stratified subsidence of fine particles. - Proc. US Nat. Acad. Sci., 1923, vol. 9, p. 199-202.
6. Shaaffs W. Der Konzentrationzoneneffect. - Naturwissenschaften, 1964, Bd. 51, N. 4, S. 83.
7. Сагт А.И., Татарченко В.А. О стратификации плотности в жидкости при температурном воздействии.- Журн. прикл. механики и техн.физики, 1970, № 2, с . 152-153.
8. Губин В.Е., Хазиев Н.Н. О термоконцентрационной конвекции.- Изв. АН СССР. МЖГ, 1970, т.3, с. . 166-169.
9. Орешина М.Д., Савельева Л.И., Хазиев Н.Н., Шемякина Г.Н. Свободная конвекция жидкости с начальным вертикальным градиентом плотности при боковом подогреве. - Журн. прикл. механики и техн. физики, 1971, № 1, с. 123-126.
10. Thorpe S.A., Hutt P.K., Soulsby R. The effect of horizontal gradients on thermohaline convection. - J. Fluid Mech., 1969, vol. 38, pt 3, p. 375-400.
- II. Chen C.F., Briggs D.G., Wirtz R.A. Stability of thermal convection in a salinity gradient due to lateral heating. - Intern. J. Heat Mass Transfer, 1971, vol. 14, p. 57-65.
12. Chen C.F., Paliwal R.G., Wong S.W. Cellular convection in a density-stratified fluid: Effect of inclination of the heated wall. - Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst. Davis(Calif.), 1976, p. 18-23.
13. Turner J.S. The behavior of a stable salinity gradient heated from below. - J. Fluid Mech., 1968, vol. 33, pt 1, p. 183-200.
14. Turner J.S., Chen C.F. Two-dimensional effect in double-diffusive convection. - J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, pt 3, p. 577-592.
15. Hart J.E. On sideways diffusive instability. - J. Fluid Mech., 1971, vol. 49, pt 2, p. 279-288.

16. Hart J.E. Finite amplitude sideways diffusive convection. - J. Fluid Mech., 1973, vol. 59, pt 1, p. 47-64.
17. Chen C.P. Onset of cellular convection in a salinity gradient due to a lateral temperature gradient. - J. Fluid Mech., 1974, vol. 63, pt 3, p. 563-576.
18. Fortuin J.M. Theory and application of two supplementary methods of constructing density gradient columns. - J. Polym. Sci., 1960, vol. 44, p. 505-515.
19. Mowbray D.E. The use of Schlieren and Shadowgraph techniques in the study of flow patterns in density stratified liquids. - J. Fluid Mech., 1967, vol. 27, pt 3, p. 595-608.
20. Некрасов В.Н., Чашечкин Ю.Д. Измерение скорости течений и периода внутренних колебаний жидкости методом плотностных меток. - Метрология, 1974, № II, с. 19-23.
21. Левцов В.И., Чашечкин Ю.Д. Измерение электропроводности жидкости методом импульсного зондирования. - В кн.: III Всесоюзный семинар "Метрология в радиоэлектронике": Тез. докл. ВНИИЭТРИ, 1975, с. 188-189.
22. Некрасов В.Н., Попов В.А., Чашечкин Ю.Д. Формирование периодической структуры конвективного течения при боковом нагреве стратифицированной жидкости. - Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1976, т.12, № II, с. 1191-1200.
23. Попов В.А., Чашечкин Ю.Д. О структуре термоконцентрационной конвекции в стратифицированной жидкости. - Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, т.15, № 9, с. 964-973.
24. Phillips O.M. On flows induced by diffusion in a stable stratified fluid. - Deep-Sea Res., 1970, vol. 17, p. 435-443.
25. Чашечкин Ю.Д., Попов В.А. Структура свободного конвективного течения над нагретым цилиндром в стратифицированной жидкости. - ДАН СССР, 1979, т.248, № 4, с. 822-825.
26. Morton B.R. Entrainment models for laminar jets, plumes and wakes. - Phys. Fluids, 1967, vol. 10, N 10, p. 2120-2125.
27. Morton B.R., Taylor G., Turner J.S. Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. - Proc. Roy. Soc. (London), 1956, vol. A 234, N 1196, p. 1-32.
28. Чашечкин Ю.Д., Тупицын В.С. Структура свободного конвективного течения над точечным источником тепла в стратифицированной жидкости. - ДАН СССР, 1979, т. 248, с. 1101-1104.

О ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ТЕПЛОМАССОБМЕНА
В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В.А.Брискман, В.А.Саранин

Процессы тепломассопереноса, связанные с действием силы тяжести, в условиях невесомости развиваются недостаточно интенсивно (например, естественная конвекция, кипение и др.). Процессы, вызванные термокапиллярными и инерционными силами, трудно управляемы. Поэтому представляет практический интерес исследовать возможность управления процессами тепломассообмена в условиях невесомости с помощью различных факторов, в частности, с помощью электрического поля.

С этой точки зрения в настоящей работе рассматриваются задача о возникновении конвекции неоднородно нагретой жидкости в электрическом поле и задача об устойчивости равновесия границы раздела типа пар (газ) – жидкость в электрическом поле. Жидкости предполагаются простыми (унарными), обладающими слабой, но конечной проводимостью $\epsilon \lesssim 10^{-12} \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$. Невесомость считается абсолютной, т.е. $g = 0$.

1. Пусть жидкость находится между двумя параллельными плоскими пластинами, между которыми поддерживается постоянная разность потенциалов и разность температур. В результате зависимости электропроводности жидкости от температуры в ней образуется свободный объемный заряд, нарушающий ее первоначальную нейтральность, и действуют объемные кулоновские силы. Силы, обусловленные неоднородной поляризацией жидкости, обычно незначительны по сравнению с кулоновскими, поэтому в дальнейшем ими пренебрегается. Модель электропроводности жидкости будем считать омической. Как показано в [1], это справедливо, если плотность свободного заряда в жидкости значительно меньше плотности положительных и отрицательных зарядов, участвующих в сквозной проводимости, кроме того, время молекулярной диффузии значительно превосходит остальные характерные времена задачи. В такой постановке уравнения электрогидродинамики имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \gamma \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} \right) &= -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{E}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \nabla T &= \chi \Delta T, \quad \text{div } \vec{v} = 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \nabla \rho &= -\text{div} (\epsilon \vec{E}), \quad \text{div } \vec{E} = \rho / \epsilon, \\ \text{rot } \vec{E} &= 0, \quad \epsilon = \epsilon(T). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ϵ – электропроводность жидкости, γ – плотность, ρ – плотность объемного заряда, остальные обозначения общепринятые.

В равновесии: $v = 0$, $\partial/\partial t = 0$. Равновесие возможно, если $\nabla \rho_0 \times \vec{E}_0 = 0$. В рассматриваемом случае условие равновесия выполнено, поэтому исследуем его устойчивость.

Равновесное распределение всех величин зависит только от координаты z (ось z направлена перпендикулярно слою) и определяется следующим образом

$$\begin{aligned} T_0 &= Az, \quad A = \frac{\Delta T}{h}, \quad E_0 = \frac{E_{\infty} \epsilon_0}{\epsilon}, \quad E_{\infty} = \frac{\Delta \psi}{h}, \\ \rho_0 &= -\epsilon A E_{\infty} \frac{\epsilon_0}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right), \\ \frac{\partial \rho_0}{\partial z} &= \rho_0 E_0, \end{aligned} \quad (2)$$

h - расстояние между электродами.

Как показывают теоретические и экспериментальные исследования ряда авторов [2-6], в земных условиях равновесие жидкости неустойчиво в электрическом поле даже при подогреве сверху. Возникающее в результате потери устойчивости конвективное движение может иметь как стационарный [7], так и нестационарный [3] характер. Это означает, что равновесие может быть неустойчиво как по отношению к монотонным, так и осциллирующим возмущениям. Подробный анализ устойчивости равновесия по отношению к осциллирующим возмущениям содержится в работах [2-6]. Устойчивость по отношению к монотонным возмущениям для плоской геометрии задачи рассматривалась в [7]. Однако в цитируемых работах остался невыясненным вопрос о том, в каких случаях какой тип возмущений является наиболее опасным. В настоящей работе, наряду с задачей оценить возможность перемешивания неоднородно нагретой жидкости с помощью электрического поля, делается попытка выяснить вопрос о доминирующей роли тех или иных возмущений в конкретных случаях.

Следуя этому, произведем анализ устойчивости в следующей постановке. Прежде всего будем считать, что электрическое поле объемного заряда в жидкости гораздо меньше внешнего поля, созданного внешними по отношению к жидкости зарядами. Это приближение накладывает определенные условия на величину относительного изменения электропроводности [2]. А именно

$$\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right) \Delta T \ll 1. \quad (3)$$

Кроме того, предположим, что время релаксации температурных возмущений в жидкости гораздо меньше времени релаксации объемного заряда, т.е.

$$\frac{\chi \epsilon}{\epsilon h^2} \gg 1. \quad (4)$$

Последнее условие позволяет не рассматривать температурные возмущения в жидкости и считать электропроводность каждого элемента жидкости постоянной. В такой постановке линеаризованные уравнения для возмущений получаются следующими

$$\gamma \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{E}_\infty, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \nabla \rho_0 = -\frac{\sigma_0}{\epsilon} \rho.$$

Если релаксацией заряда вообще пренебречь, т.е. считать, что заряд как бы заморожен в жидкий элемент и движется вместе с ним, то неустойчивость абсолютная при условии

$$\nabla \rho_0 \cdot \vec{E}_0 < 0. \quad (6)$$

Полученное условие есть необходимое условие неустойчивости равновесия по отношению к монотонно развивающимся возмущениям. Выполнение его означает, что вблизи электродов образуется гомозаряд, плотность которого убывает с расстоянием от электрода. Тогда при малом смещении заряженного элемента V в сторону уменьшения плотности заряда на элемент будет действовать сила $F = (\rho_0(z) - \rho_0(z+\Delta z)) V E_\infty$, V - объем элемента; так как $\rho_0(z+\Delta z) < \rho_0(z)$, то сила F направлена в сторону E_∞ , т.е. элемент будет продолжать свое движение.

Если теперь учесть конечную электропроводность жидкости, то при выполнении (6) равновесие неустойчиво, начиная с некоторого критического значения напряженности поля. Определим критическое поле для простейшего случая свободных границ жидкости и $|\nabla \rho_0| = \text{const}$. В этом случае задача напоминает классическую задачу Рэлея о тепловой конвекции [8]. Решая ее методом, изложенным в [8], получим, что равновесие неустойчиво по отношению к монотонным возмущениям при

$$\frac{\epsilon |\nabla \rho_0| E_\infty h^2}{6_0 \eta} = \frac{(k^2 + \pi^2)^2}{k^2}, \quad (7)$$

k - волновое число возмущений, периодических вдоль оси. Минимальное значение напряженности определяется из условия

$$\frac{\epsilon |\nabla \rho_0| E_\infty h^2}{6_0 \eta} = 4\pi^2. \quad (8)$$

Соответствующее волновое число: $k_m = \pi$.

Полученный результат является весьма общим в том смысле, что подобная неустойчивость при соответствующих условиях может иметь место независимо от того, какими причинами обусловлено появление градиента заряда в жидкости.

В рассматриваемом случае градиент заряда обусловлен градиентом температуры. Используя [2], получим необходимое условие неустойчивости равновесия (6) в виде

$$S = \frac{\epsilon_0}{\epsilon^2} \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial T^2} - \frac{2}{\epsilon} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial T} \right)^2 \right) > 0. \quad (9)$$

Соответственно, преобразуя (8), найдем, что критическая напряженность поля определяется из условия

$$\frac{\epsilon^2 E_{\infty}^2 A^2 h^2}{6 \cdot \eta} S = 4\pi^2. \quad (10)$$

При невыполнении условия (9) равновесие устойчиво по отношению к монотонным возмущениям. Однако оно может оказаться неустойчивым по отношению к осциллирующим возмущениям. Действительно, как показывают расчеты [2-6], выполненные в предположении, что электропроводность — линейная функция температуры (при этом (9) существенно не выполняется) и с учетом конечного времени релаксации температурных возмущений, равновесие может оказаться неустойчивым по отношению к осциллирующим возмущениям. Электропроводность жидкости достаточно сложная функция температуры [9], поэтому в зависимости от свойств жидкости может реализоваться как монотонная, так и колебательная неустойчивость. В частности, при выполнении (9) и (4) предпочтительным является монотонный механизм срыва устойчивости, если же времена релаксации заряда и температурных возмущений одного порядка, то независимо от того, выполнено или нет условие (9), предпочтительней колебательный механизм неустойчивости. Оценка величины критической напряженности поля, выполненная для обычных жидких диэлектриков типа керосин, трансформаторное масло и $A \geq 1$ град/см, $h \geq 1$ см дает значение в пределах $E \sim 1 \div 10$ кв/см.

В заключение этого пункта заметим, что если условие равновесия не выполнено, то движение жидкости начинается при сколь угодно малых напряженностях электрического поля.

2. Второй рассматриваемый класс задач связан с поведением двухфазной системы типа газ(пар) — жидкость в условиях невесомости во внешнем электрическом поле. В качестве модельной задачи рассмотрим задачу об устойчивости равновесия плоской межфазной границы раздела пар-жидкость в электрическом поле, перпендикулярном границе. Такая поверхность может образоваться, например, при кипении в условиях невесомости, а также при барботаже газа через пористую пластину. В земных условиях кипение жидкости, нагретой до температуры насыщения, происходит в виде роста на поверхности нагрева, отрыва и всплывания пузырьков пара. Причем отрыв и всплывание пузырьков (т.е. удаление пара) происходит в результате действия на них выталкивающей силы Архимеда. В условиях невесомости эта сила либо мала, либо вообще отсутствует. Поэтому, по мере роста и объединения пузырей вблизи поверхности нагрева будет образовываться сплошная пленка пара. Та-

кая пленка может образовываться и при кипении в земных условиях (первый кризис кипения), при достаточно больших теплотоках, превышающих критическое значение [10-11]. Однако в условиях невесомости пленка, по-видимому, будет образовываться при сколь угодно малых теплотоках. Образование пленки пара является весьма нежелательным явлением, т.к. способствует перегреву теплоотдающей поверхности и затрудняет отвод пара. Как показывают эксперименты и расчеты по кипению жидкостей в электрическом поле в земных условиях, последнее затягивает кризис кипения [12, 13], т.е. является дополнительным фактором, способствующим разрушению пленки пара. Такой результат объясняется гидродинамической неустойчивостью плоской границы раздела тина газ (пар) - жидкость в электрическом поле [14, 15].

Итак, рассмотрим устойчивость равновесия плоской межфазной поверхности $z = 0$ во внешнем постоянном и однородном электрическом поле, направленном перпендикулярно поверхности. Магпообменом на поверхности будем пренебрегать, считая его скорость много меньшей характерной скорости развития гидродинамических возмущений. Будем считать обе среды несжимаемыми и невязкими.

В равновесии поле однородно в каждой среде, причем $E_{10}/E_{20} = \epsilon_2/\epsilon_1$ (индекс 1 относится к пару, 2 - к жидкости). Так как в общем случае электропроводности газообразной и жидкой фазы достаточно сильно отличаются, то поле в одной из сред (большей электропроводности) слабо экранировано поверхностным зарядом, плотность которого

$$Q_0 = (\epsilon_1 E_{10} - \epsilon_2 E_{20}) \equiv [\epsilon E_0] \quad (11)$$

(В дальнейшем квадратные скобки будут использоваться для обозначения аналогичных разностей).

Пусть поверхность жидкости слабо искривлена, так что ее уравнение

$$z = \xi(x, t) = \xi' \exp \{ St - ikx \}. \quad (12)$$

При этом в средах возникает движение, скорость которого \vec{v}_i , ($i = 1, 2$) и распределение поля отличается от однородного $\vec{E}_i = \vec{E}_{i0} + \vec{e}_i$.
Линеаризованные уравнения для возмущений в объеме

$$\begin{aligned} \gamma_i \frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} &= -\nabla p_i, \quad \text{div } \vec{v}_i = 0, \\ \text{div } \vec{e}_i &= 0, \quad \text{rot } \vec{e}_i = 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (13)$$

В качестве граничных условий следует использовать условие непрерывности нормальной компоненты скорости, касательной компоненты поля, нормальной компоненты силы и кинематическое условие $v_{2z} = \partial \xi / \partial t$. Кроме того, на поверхности должна обращаться в нуль касательная компонента максвелловских напряжений (жидкости невязкие). Последнее возможно только в том случае, если на поверхности нет свободного за-

ряда, либо отсутствует касательная компонента поля ("идеально" проводящая поверхность). Будем использовать второе граничное условие, так как в постоянном поле условие отсутствия свободного заряда на поверхности практически никогда не выполняется [15].

Таким образом, к системе (13) имеем следующие граничные условия

$$n[\nu] = 0, \quad n \times E_1 = n \times E_2 = 0, \\ n_j n_k [-\rho \delta_{jk} + T_{jk}] = -\frac{\alpha}{R}, \quad j, k = x, z, \quad (14)$$

$$T_{jk} = \varepsilon E_j E_k - \frac{\varepsilon}{2} \delta_{j,k} E^2, \quad n = n_{j,k} = \left\{ \frac{-\xi'_x}{\sqrt{1+\xi'^2_x}}, 0, \frac{1}{\sqrt{1+\xi'^2_x}} \right\},$$

n - единичный вектор нормали к поверхности, α - коэффициент поверхностного натяжения. Совместное решение (13) и (14) в линейном приближении приводит к следующему дисперсионному соотношению

$$S^2 = \frac{\{\varepsilon E_0^2\} k^2}{\gamma_1 + \gamma_2} - \frac{\alpha k^3}{\gamma_1 + \gamma_2}, \quad \{\varepsilon E_0^2\} \equiv \varepsilon_1 E_{10}^2 + \varepsilon_2 E_{20}^2. \quad (15)$$

Из полученного соотношения следует, что по отношению к длинноволновым возмущениям ($k = 0$) неустойчивость абсолютная. Однако наибольшей скоростью роста обладают возмущения с волновым числом

$$k_m = \frac{2}{3} \frac{\{\varepsilon E_0^2\}}{\alpha}, \quad S_m = \frac{2(\{\varepsilon E_0^2\})^{3/2}}{3\alpha\sqrt{3}(\gamma_1 + \gamma_2)}. \quad (16)$$

Из наблюдений за неустойчивым пленочным кипением в земных условиях в отсутствие электрического поля следует, что именно наиболее быстро растущие возмущения в конечном итоге разрушают пленку [16]. Более того, оказывается, что диаметр отрывающихся от пленки пара пузырей определяется длиной волны наиболее быстро растущих возмущений и равен половине длины волны $d_0 = \lambda/2$. В земных условиях пленка пара разрушается в результате развития Рэлей-Тейлоровской неустойчивости [16], поэтому

$$d_0 = \pi \sqrt{3} \left(\frac{\alpha}{g(\gamma_2 - \gamma_1)} \right)^{1/2}. \quad (17)$$

По аналогии, при кипении в условиях невесомости в электрическом поле следует ожидать, что за нарушение паровой пленки ответственны также наиболее быстро растущие возмущения и тогда отрывной диаметр пузырей

$$d_0 = \frac{3\pi}{2} \frac{\alpha}{\{\varepsilon E_0^2\}}. \quad (18)$$

При анализе устойчивости поверхности не учитывался массообмен на поверхности, т.е. считалось, что его скорость много меньше характерной скорости развития возмущений. Если же скорости одного порядка или скорость парообразования больше скорости развития возмущений, то пленка пара будет относительно устойчивой. На основании этих сообра-

жений можно оценить величину критического теплопотока, начиная с которой пленка пара все время отделяет поверхность испарения от поверхности нагревателя.

Скорость парообразования: $v_n = q/\gamma_1 \alpha$, α = удельная теплота парообразования, q - удельный теплопоток. Характерная скорость развития возмущений: $v = S_m/\kappa_m$. Приравнивая эти скорости, находим

$$q_* = \frac{\gamma_1 \alpha}{\sqrt{3}(\gamma_1 + \gamma_2)} \{ \varepsilon E_0^2 \}^{1/2} \quad (19)$$

В заключение отметим, что при напряженности поля порядка 1 кв/см отрывной диаметр пузыря оказывается примерно таким же, как при кипении в земных условиях ($d_0 \lesssim 1$ см, давление нормальное), а критический теплопоток $q_* \sim 10^4$ вт/м².

Л и т е р а т у р а

1. Мелчер Дж.Р. Электрогидродинамика. - Магнит. гидродинамика, 1974, № 2.
2. Саранин В.А. О конвективной устойчивости слабопроводящей жидкости в электрическом поле. - Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 5.
3. Turnbull R.J. Electroconvective instability with a stabilizing temperature gradient. - Phys. Fluids, 1968, vol. 11, № 12.
4. Chung-Oh Lee. Thermal instability of a slightly conducting liquid layer in a vertical electric field. - Proc. 5th Intern. Heat Transfer Conf., Tokyo, 1974, Heat Transfer, 1974, vol. 3.
5. Болога М.К., Бурштейн И.Ф., Гросу Ф.П. Неустойчивость термически неоднородного слоя слабопроводящей жидкости в электрическом поле. Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6.
6. Саранин В.А. О конвективной устойчивости слабопроводящей жидкости в электрическом поле по отношению к трехмерным возмущениям. - В кн.: Гидродинамика. Пермь: Пермск. пед. ин - т, 1977, вып. 10.
7. Takashima M.; Aldridge K.D. The stability of a horizontal layer of dielectric fluid under the simultaneous action of a vertical electric field and a vertical temperature gradient. - Quart. J. Mech. Appl. Math., 1976, vol. 29, № 1, p. 87-98.
8. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
9. Адамчевский И. Электропроводность жидких диэлектриков. Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1972.
10. Несис Е.И. Кипение жидкостей. М.: Наука, 1973.
11. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. Новоосибирск: Наука, 1970.
12. Бабой Н.Ф., Болога М.Е., Клоканов А.А. Некоторые особенности процесса кипения в электрическом поле. - Электрон. обраб. материалов, 1968, № 2 (20).

13. Johnson R.L. Effect of an electric field on boiling heat transfer. - AIAA J. 1968, vol. 6, N 8, p. 974-978.
14. Брискман В.А., Шайдуров Г.Ф. Механизмы неустойчивости поверхности жидкости в постоянном и переменном электрическом поле. - В кн.: Гидродинамика: Уч. зап. Пермск. гос. ун-та. Пермь, 1970, вып. 2.
15. Melcher J.R., Smith Ch.V. Electrohydrodynamic charge relaxation and interfacial perpendicular-field instability. - Phys. Fluids 1969, vol. 12, N 4, p. 637-641.
16. Линард, Вонг. Минимальный тепловой поток и длина доминирующей волны неустойчивых возмущений при пленочном кипении на горизонтальном цилиндре. - Теплопередача, 1964, № 7.

УДК 535.31:536.23

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТОВЫХ ЛУЧЕЙ В НЕОДНОРОДНОЙ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

И.Г.Августинovich, В.А.Подольский, В.И.Якушин

Аналитически исследовано распространение света в плоской полости прямоугольной формы. Рассматриваются примеры области с непроницаемыми границами и полости, в которой на стенках, расположенных параллельно направлению распространения лучей, заданы постоянные значения концентрации. С учетом эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности получены распределения температуры, концентрации и угловых отклонений световых лучей. Показано, что использование бинарных смесей в элементах конструкционной оптики может улучшить их оптические характеристики. При некоторых значениях параметров смеси, угловые отклонения всех лучей, распространяющихся в полости, равны нулю, т.е. полость представляет собой идеальный световод.

Для определения оптических параметров изделий конструкционной оптики необходимо иметь представление о природе возникающих оптических искажений и численную оценку их величины. Вследствие неодинаковой температуры стенок элементов оптических устройств в среде, заполняющей эти устройства, возникает неоднородное распределение температуры и, следовательно, показателя преломления, что приводит к отклонению световых лучей от прямолинейного распространения. В случае, когда среда представляет собой многокомпонентную (например, бинарную) смесь, ее плотность и показатель преломления будут зависеть не только от температуры, но и от концентрации компонент смеси. Если в области с более высокой температурой будут располагаться в достаточном количестве молекулы тяжелой компоненты, то можно предположить, что неоднородности распределения плот-

ности среды, а вместе с ней и показателя преломления, значительно уменьшатся.

В отсутствие силы тяжести перенос вещества может происходить только из-за наличия в среде неоднородностей концентрации (диффузии) или температуры (термодиффузии). Аналогично, молекулярный перенос тепла в смеси осуществляется как из-за градиентов температуры (теплопроводность), так и за счет градиентов концентрации (диффузионная теплопроводность). Взаимное влияние теплопроводности и диффузии при наличии перекрестных эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности приведет к установлению в среде некоторого стационарного распределения температуры, концентрации и показателя преломления. Следует ожидать, что подходящим выбором состава смеси и граничных условий для концентраций ее компонент можно существенно уменьшить величину неоднородностей показателя преломления и, как следствие этого, угловые отклонения световых лучей.

I. Рассмотрим распространение световых лучей в полости, изображенной на рис. I, заполненной прозрачной газообразной двухкомпонентной средой. Размер области вдоль оси $x - d$, длина по оси $y - 2d$. Предположим вначале, что все границы полости непроницаемы для вещества и изотермические, причем температура T_1 границ $ABCD$ меньше температуры T_2 стенки AD . Распределение показателя преломления $n(x, y)$ будет определяться неоднородностями температуры $T(x, y)$ и концентрации $C(x, y)$. Далее, через C будем обозначать концентрацию легкой компоненты, определяемую как отношение массы легкого вещества к полной массе газа в элементе объема.

При отсутствии в среде макроскопических движений система уравнений для определения температуры и концентрации имеет вид [1]

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\Delta C + \frac{K_T}{T} \Delta T \right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{K_T}{C_p} \left(\frac{\partial \mu}{\partial C} \right)_{T, P} \frac{\partial C}{\partial t} = \chi \Delta T.$$

Здесь, наряду с общепринятыми обозначениями, K_T - термодиффузионное отношение, μ - эффективный химический потенциал смеси. Если температура и концентрация в полости изменяются незначительно, то в уравнении диффузии отношение $K_T/T \equiv \alpha$ можно считать приближенно постоянной величиной [2]. В стационарных условиях эта система принимает простой вид.

$$\Delta T = 0, \quad \Delta C = 0. \quad (I.I)$$

Для дальнейшего решения уравнений (I.I) удобно перейти к безразмерным переменным, выбирая в качестве единиц измерения расстояния, температуры и концентрации соответственно d , $T_0 = T_2 - T_1$ и αT_0 . Если за начало отсчета температуры принять T_1 , то в выбранных еди-

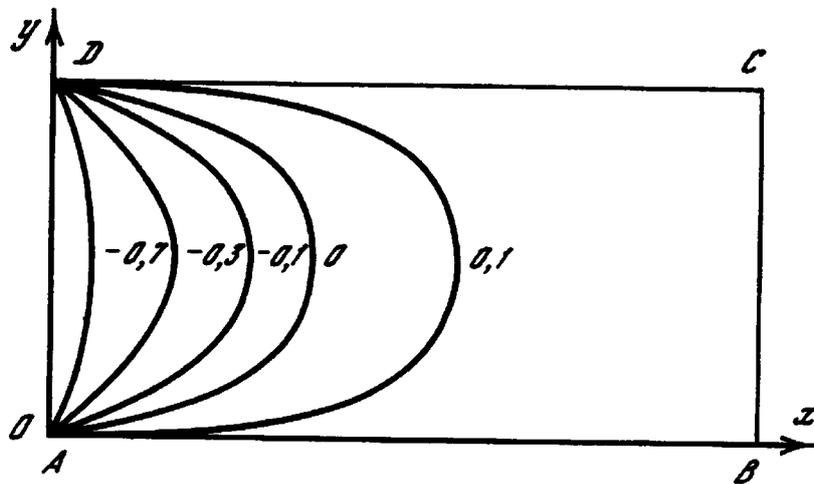


Рис. I

ницах измерения температуры на границах принимает значения

$$T = 1 \quad \text{на } AD, \quad T = 0 \quad (I.2)$$

на других участках $ABCD$. Для концентрации из условия непроницаемости на границах полости будем иметь

$$\frac{\partial C}{\partial n} + \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (I.3)$$

— условие отсутствия потока вещества. Сформулированная краевая задача (I.1) — (I.2) для температуры имеет решение [3]:

$$T(x, y) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{sh}((2n+1)(2-x)\pi)}{(2n+1) \operatorname{sh}((2n+1)2\pi)} \sin(2n+1)\pi y, \quad (I.4)$$

симметричное относительно геометрической оси полости.

Из вида граничных условий (I.3) для концентрации следует, что они удовлетворяются функцией

$$C(x, y) = -T(x, y) + C_0, \quad (I.5)$$

которая является также решением уравнения Лапласа (I.1). Следовательно, (I.5) представляет собой решение поставленной краевой задачи для концентрации, причем то же симметричное относительно геометрической оси полости.

Для нахождения постоянной C_0 необходимо дополнительное условие. Можно, например, потребовать, чтобы среднее значение C в полости было равно нулю, выбирая тем самым начало отсчета для концентрации. Это дает

$$C_0 = \frac{4}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}((2n+1)2\pi) - 1}{(2n+1)^3 \operatorname{sh}((2n+1)2\pi)}.$$

Как следует из (I.4) и (I.5), изотермы и изолинии концентрации в полости имеют одинаковый вид. Примеры изолиний (концентрации) показаны на рис. I.

Найденные выражения для $T(x, y)$ и $C(x, y)$ затем использовались для вычисления траекторий световых лучей. Рассмотрим способ определения по заданному полю показателя преломления $n(x, y)$ угловых отклонений ε световых лучей, падающих нормально к границе AD . Для газообразных сред, оптическая неоднородность которых обусловлена только неоднородностью распределения температуры и концентрации, $\varepsilon \sim 10^{-5}$ радиана. В этих условиях при расчете траектории светового луча можно считать, что он распространяется почти прямолинейно, лишь незначительно отклоняясь от пути, по которому он пошел бы в отсутствие неоднородности (параксиальное приближение). При сделанных предположениях в линейном по ε приближении уравнение луча в плоскости x, y будет иметь вид [4]

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} \quad (I.6)$$

Для интегрирования этого уравнения выразим $\partial n / \partial y$ через производные $\partial C / \partial y$ и $\partial T / \partial y$. Как известно, например, [5] для однокомпонентных неполярных диэлектриков показатель преломления связан с поляризуемостью молекул среды λ и их числом в единице N соотношением Лорентц-Лоренца

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4}{3} \pi N \lambda.$$

Для газовых сред $n \approx 1$ и это выражение может быть представлено как

$$\frac{n - 1}{\rho} \equiv K = \frac{2\pi\lambda}{m}, \quad (I.7)$$

где $\rho = mN$ - плотность газа, m - масса молекулы. Постоянная K имеет смысл удельной рефракции и выражается через величины, значения которых обусловлены внутренним строением молекул. Поэтому для данного сорта газа рефракция сохраняет свое значение при изменении давления и температуры в очень широких пределах.

Для двухкомпонентной смеси вместо соотношения (I.7) будем иметь

$$K = \frac{n - 1}{\rho} = CK_1 + (1 - C)K_2. \quad (I.8)$$

Здесь $\rho = m_1 N_1 + m_2 N_2$ - плотность смеси; K_1 и K_2 - удельные рефракции ее компонент

$$K_1 = \frac{2\pi\lambda_1}{m_1}, \quad K_2 = \frac{2\pi\lambda_2}{m_2}$$

m_1 и m_2 - массы молекул. Предполагая, что плотность смеси линейно зависит от температуры и концентрации

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta_1 T_0 T - \beta_2 \alpha T_0 C),$$

с помощью (I.8) запишем уравнение луча (I.6) в виде

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} = \varepsilon_T (1 - \xi) \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (1.9)$$

В этом уравнении $\varepsilon_T = -\alpha\beta_2/\beta_1$ — термодиффузионный параметр, $\xi = (K_1 - K_2)/K\beta_2$ и $E = \rho_0\beta_1 T_0 K$ характеризуют оптические свойства среды. Оценки, проведенные с помощью справочной литературы [6,7], показывают, что для большинства газов $E \sim 10^{-5}$, $-1 < \varepsilon_T < 1$, $-2 < \xi < 2$.

Из уравнения (1.9) видно, что угловые отклонения лучей, распространяющихся вдоль оси x , обусловлены поперечными градиентами температуры и концентрации. В полости, все границы которой непроницаемы для вещества, градиент концентрации может возникнуть исключительно благодаря эффекту термодиффузии. Интересно отметить, что в зависимости от оптических свойств среды (величины параметра ξ) уменьшение угловых отклонений может иметь место как при нормальной ($\varepsilon_T > 0$), так и при аномальной ($\varepsilon_T < 0$) термодиффузии. Если $\xi = 1$, то распределение концентрации вообще не влияет на распространение световых лучей.

Подставляя в уравнение (1.9) распределения (1.4)–(1.5) для $T(x,y)$ и $C(x,y)$ и интегрируя его с учетом, что при $x = 0$, угловые отклонения всех лучей также равны нулю, получим

$$E(x,y) = E [\varepsilon_T (1 - \xi) + 1] \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \cos(2n+1)\pi y x \times \frac{\text{ch}(2n+1)(2-x)\pi - \text{ch}(2n+1)2\pi}{(2n+1) \text{sh}(2n+1)2\pi}. \quad (1.10)$$

Из выражения (1.10) следует, что световые лучи, распространяющиеся в верхней половине полости, приобретают положительные угловые отклонения, а лучи, идущие в ее нижней половине, имеют отрицательные E . Наибольшие по величине угловые отклонения испытывают лучи, входящие в полость вблизи ее стенок. Распределение $E(x,y)$ симметрично относительно геометрической оси, т.е. центральный луч распространяется в полости прямолинейно. Таким образом для рассматриваемых лучей полость ведет себя как некоторая рассеивающая линза, оптическая ось которой совпадает с осью симметрии.

Распределение угловых отклонений (1.10) содержит в качестве множителя комбинацию параметров $E[\varepsilon_T(1-\xi)+1] \equiv \Lambda$, характеризующие физические свойства бинарной смеси. При $\Lambda = 0$ все лучи распространяются в полости прямолинейно, т.е. полость представляет собой, в известном смысле, идеальный световод. Изменение показателя преломления из-за неоднородности температуры в этом случае полностью компенсируется соответствующими неоднородностями концентрации, возникающими за счет термодиффузии. Это возможно, когда параметры смеси имеют значения $\varepsilon_T = 1$ и $\xi = 2$ или $\varepsilon_T = -1$ и $\xi = 0$.

Примеры графиков $\varepsilon(x)$ при других значениях ε_T , ξ и $E = 10^{-5}$ для лучей с координатами точек входа $y_K = K/6$ показаны на рис. 2; номера лучей соответствуют значениям K . Зависимости $\varepsilon(x)$ для лучей с $K = 1, 2$ отличаются от изображенных лишь знаком и на рисунке не представлены. Из графиков видно, что наибольшее изменение происходит вблизи нагретой стенки на расстояниях $x \lesssim 0,5$. В остальной части полости поперечные градиенты температуры и концентрации практически отсутствуют.

Максимальная величина углового отклонения луча ε_m достигается на выходе его из полости. Значения ε_m для различных лучей можно определить, полагая в (1.10) $x = 2$. В качестве меры оптических искажений, вносимых полостью, можно принять среднее отклонение лучей на выходе

$$\mathcal{G} = \int_0^1 |\varepsilon_m(y)| dy.$$

Выполняя вычисления, найдем $\mathcal{G} = |\Delta|$.

В случае однокомпонентной среды ($\varepsilon_T = 0$) $\mathcal{G} = E$; для воздуха, например, $E = 2 \cdot 10^{-5}$ и величина $\mathcal{G} = 4''$. Использование бинарных смесей может улучшить оптические характеристики полости. Для этого необходимо, чтобы смеси с $\varepsilon_T > 0$ имели значения $\xi > 1$, а для смесей с $\varepsilon_T < 0$ величина ξ должна быть $\xi < 1$. Большинство газовых смесей обладает нормальной термодиффузией ($\varepsilon_T > 0$), поэтому необходимо подбирать смеси, оптические свойства которых соответствуют $\xi > 1$.

2. Неоднородное распределение концентрации в полости элементов оптических устройств можно получить не только за счет эффекта термодиффузии, но и с помощью задания определенных значений концентрации на границах. Предположим, что на стенках AB и CD , расположенных параллельно направлению распространения лучей, поддерживаются постоянные концентрации соответственно C_1 и C_2 . Участки BC и AD по-прежнему считаются непроницаемыми для вещества, т.е.

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \alpha \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

граничные условия для температуры остаются без изменения. В рассматриваемом случае удобно ввести новую единицу измерения концентрации $C^\circ = C_2 - C_1$. Выбирая в качестве начала отсчета температуры и концентрации T_1 и C_1 , запишем граничные условия в виде

$$T = 1 \quad \text{на } AD \quad \text{и} \quad T = 0 \quad \text{на } ABCD, \quad (2.1)$$

$$C = 0 \quad \text{на } AB \quad \text{и} \quad C = 1 \quad (2.2)$$

на участке CD ; на границах AD и BC

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \beta \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (\beta = \alpha T_0 / C^\circ). \quad (2.3)$$

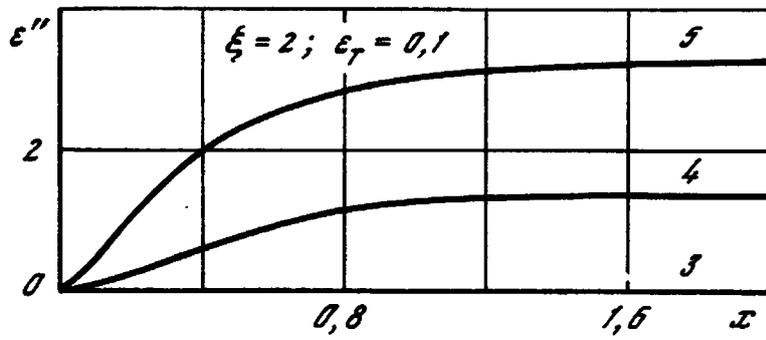


Рис.2

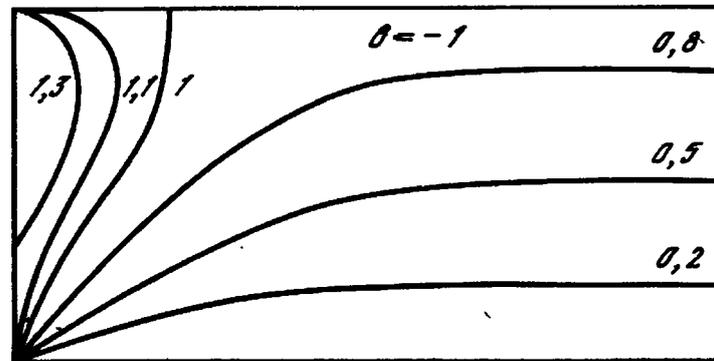
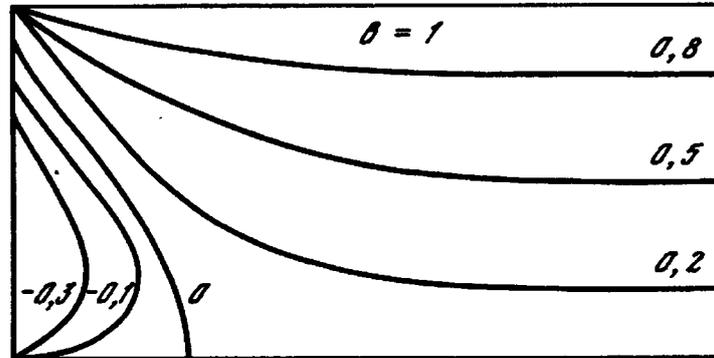


Рис.3

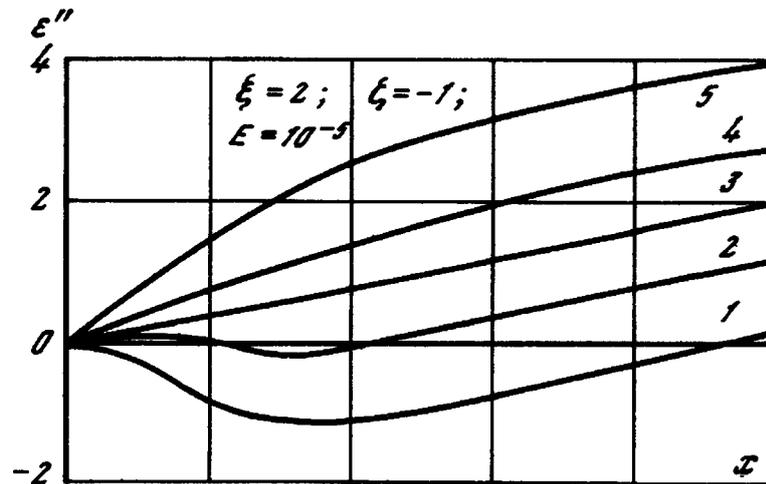


Рис.4

Краевая задача для температуры (I.1)– (2.1) оказывается тождественной решенной ранее задаче (I.1)–(I.2) и распределение $T(x, y)$ совпадает с (I.4).

Для концентрации $C(x, y)$ с учетом граничных условий (2.3) получим решение

$$C(x, y) = y - \beta T(x, y). \quad (2.4)$$

Характер изолиний концентрации показан на рис.3. Отрицательные значения соответствуют нормальной термодиффузии, поэтому легкая компонента сосредотачивается у нагретой стенки. В случае аномальной термодиффузии ($\beta > 0$) легкая компонента диффундирует в более холодные области.

Вычисляя производные $\partial T / \partial y$ и $\partial C / \partial y$ из распределений (I.4) и (2.4) и подставляя их в уравнение (I.9), после интегрирования найдем выражение для угловых отклонений лучей

$$\begin{aligned} \varepsilon(x, y) = E \xi (1 - \xi) x + \\ + \frac{4}{\pi} \Lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(2n+1)(2-x)\pi - \operatorname{ch}(2n+1)2\pi}{(2n+1) \operatorname{sh}(2n+1)2\pi} \cos(2n+1)\pi y. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Параметр $\xi = \varepsilon_T / \beta = -\beta_2 C^\circ / \beta_1 T_0$ определяет вклад в величину угловых отклонений поперечного градиента концентрации. Для большинства газовых смесей $-1 \lesssim \xi \lesssim 1$, а $-1 < \beta < 1$.

Из формулы (2.5) для $\varepsilon(x, y)$ следует, что при одинаковых концентрациях на границах AB и CD ($\xi = 0$) распределение угловых отклонений совпадает с $\varepsilon(x, y)$ для полости с непроницаемыми стенками, рассмотренной в п.1. Поперечный градиент концентрации приводит к добавочному угловому отклонению, одинаковому для всех лучей, распространяющихся в полости. Примеры графиков $\varepsilon(x)$ для характерных лучей при некоторых значениях параметров смеси изображены на рис.4.

Из графиков видно, что с помощью поперечного градиента концентрации можно управлять лучами, распространяющимися в полости. Для световых пучков небольших размеров всегда можно подобрать величину и направление градиента, чтобы угловые отклонения на выходе из полости были близки к нулю. Для среднего отклонения лучей в полости получим $\bar{\varepsilon} \leq 2E |\xi(1-\xi)| + |\Lambda|$. При $\xi = 1$ величина $\bar{\varepsilon} = E$ обусловлена только температурными неоднородностями; в отсутствие термодиффузии $\bar{\varepsilon} \leq 2E |\xi(1-\xi)|$.

В заключение заметим, что изучение распространения света в неоднородных двухкомпонентных газовых средах представляет интерес и для теории газодинамических оптических волноводов. В работах, посвященных этим вопросам, например, [8-10], как правило, рассматриваются способы управления световым пучком, основанные на зависимости показателя преломления только от температуры.

Использование бинарных смесей для создания термогазовых линз может, по-видимому, значительно улучшить их эффективность.

Л и т е р а т у р а

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
3. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М.; Л.: Физматгиз, 1962.
4. Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1966.
6. Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М.: Физматгиз, 1962.
7. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
8. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
9. Мартыненко О.Г., Колесников П.М., Колпащиков В.Л. Введение в теорию конвективных газовых линз. Минск: Наука и техника, 1972.
10. Галин Н.Е. Плоские задачи аэротермооптики. - Инж.-физ. журн., 1979, т. 36, № 2.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ И СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 531.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ УСКОРЕНИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

А.П.Лебедев, В.И.Полежаев

I. Постановка задачи. При изучении физических процессов в условиях невесомости обычно считается, что на борту аппарата реализуется состояние теоретической невесомости ($g = 0$). На следующей стадии исследований предполагается, что возмущения малы и постоянны. Именно такие предположения использовались при расчетах конвекции, переноса тепла и массы, и было показано, что влияние слабых массовых сил может быть весьма существенным [1-4]. Поэтому возникает необходимость построения полной модели поля сил реального орбитального полета с учетом пространственно-временных зависимостей. Такие данные в существующей литературе крайне ограничены. Некоторые оценки возмущающих сил в орбитальном полете приводятся в работах [5], [7], однако не содержат сколько-нибудь полной классификации и обзора сил, действующих в условиях невесомости и анализа существующих данных.

Сформулируем более точно представление о возмущающих ускорениях в орбитальном полете. Для орбитального движения на удалении от гравитирующего центра имеем

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F + Q, \quad (1)$$

где F - сила тяготения, Q - возмущающая сила. Положим $Q = 0$, тогда

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = g. \quad (2)$$

Условие невесомости (2) выполняется лишь в центре масс КА. Это относится, в частности, и к простейшему (прямолинейному движению) - свободному падению (в силу неоднородности поля тяготения). В случае различия, вызываемого внешними возмущениями инерционного и гравитационного ускорений возникает ускорение, которое в силу принципа эквивалентности можно связать с понятием тяжести. Анализ возмущенного ускорения (или пониженной тяжести [5]) будем проводить, как принято, по отношению к величине g_0 - ускорению свободного падения на поверхности Земли.

При подходе к математическому или физическому моделированию условий орбитального полета представляется целесообразным классифицировать возмущающие силы по принципу их физического происхождения следующим образом: 1) гравитационные возмущения (неоднородность поля тяготения Земли, собственное тяготение массы аппарата); 2) возмущения космической средой (воздействие среды на оболочку и агрегаты КА); 3) возмущения, связанные с функционированием систем аппарата (работа управляющих двигателей, экипажа, систем жизнеобеспечения и др.).

В таблице I приводятся оценки микроперегрузок для модели КА, представленной на рис. I ($m = 32т$; $l = 28 м$).

Таблица I

I. Гравитационные	2. Космической средой	3. Работой систем КА
Градиентные 10^{-6}	Аэродинамические 10^{-6}	Системой управления $10^{-2} - 10^{-7}$
Собственным тяготением 10^{-9}	Солнечные 10^{-8}	Работой экипажа $10^{-3} - 10^{-6}$
	Магнитные 10^{-12}	Др. системами
	Микрометеоритные 10^{-13}	

Возмущающие силы и моменты приводят к поступательным и вращательным движениям КА, которые вызывают поступательные a/m , центробежные ($\omega \times [\omega \times r]$) и вращательные (угловые) ($dw/dt \times r$) ускорения. Как будет показано, возмущения I и II класса знакопеременные, близкие к гармоническим, с частотой, соизмеримой с частотой обращения ИСЗ.

Анализ возмущений III группы, которые носят вибрационный характер с непрерывным спектром частот, затруднен сложностью и многообразием систем КА, в особенности пилотируемых. Однако, для космической технологии наибольший интерес представляют собственные частоты колебаний КА, так как в случае совпадения возмущающих, работой систем КА, частот с собственными, возникает резонансное колебание, при котором

произойдет резкое возрастание амплитуды вибрации КА. Таким образом, непрерывный спектр возмущений работой технических КА можно охарактеризовать собственными частотами колебаний конструкций. Представляя КА (рис. I) простейшей моделью, неопертой балки трубчатого сечения, согласно классическим методам упругости (6), можно получить значения собственных частот в зависимости от интенсивности распределения массы (m/l) (табл. 2)

$$P_k = \alpha^2 \sqrt{EI / (m/l)}. \quad (3)$$

Таблица 2

$l(m)$	m 10^3 кг	m/l	$P_1(\Gamma_4)$ $d_1 l = 4,73$	$P_2(\Gamma_4)$ $d_2 l = 7,853$	$P_3(\Gamma_4)$ $d_3 l = 10,996$
28	32,5	1547	24,8	68,6	121,9
21	25,5	1214	39,4	105,3	162,1
14	18,5	1321	89,8	254,2	477,3
7	7,0	1000	258,2	712,7	1392,1
37	85,0	2290	18,3	48,6	95,4

Возмущающие ускорения, возникающие в орбитальном полете, состоят, таким образом, из низкочастотных вибраций относительно некоторого уровня, который сравнительно медленно изменяется при обращении КА вокруг Земли.

2. Исходные уравнения. Ниже рассмотрена задача о численном моделировании вращательных ускорений, возникающих при колебании КА, вызываемым действием гравитационного поля и аэродинамическим моментом, на основе уравнений Эйлера, уравнений движения твердого тела вокруг центра масс. Эти уравнения представляют систему трех дифференциальных уравнений второго порядка относительно углов Эйлера как функций времени, которые лишь в приближении для области малых угловых координат системы линеаризуются. Как известно, уравнениям Эйлера можно сопоставить эквивалентную систему шести уравнений первого порядка, где в качестве неизвестных взяты шесть функций времени (уравнение Гамильтона): обобщенные координаты q_i и обобщенные импульсы p_i . Анализ решений задач движения относительно центра масс в гравитационном поле Земли в такой постановке рассмотрен в монографии В.В.Белецкого [1]. Каноническая система уравнений в общем случае записывается в виде

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + Q_i \quad (4)$$

где Q_i , p_i - обобщенный угол и импульс для гравитационного поля Земли, гамильтониан H имеет вид

$$H = \frac{1}{2} (A p^2 + B q^2 + C z^2) + \frac{3}{2} \frac{\mu}{R^3} [(A-C) \gamma^2 + (B-C) \gamma'^2] + \frac{1}{2} \omega_0^2 [(B-A) \beta^2 + (B-C) \beta''^2] + B \omega_0 \theta_s, \quad (5)$$

при этом A , B , C - моменты инерции относительно центральных осей, μ , R , ω - гравитационный параметр, радиус орбиты и средняя угловая скорость обращения, β , β' , β'' , γ , γ' , γ'' - направляющие косинусы, для связанной системы координат.

Можно показать, что обобщенная диссипативная сила (Q_i) есть суммарный момент внешних возмущающих сил при условии, что в качестве обобщенной координаты θ_i выбран угол поворота вокруг i главной оси.

Ограничимся рассмотрением аэродинамического момента, вычисленного для стандартных тел (сфера, цилиндр, конус, пластина). Для последних по известным моделям атмосферы Земли [3] рассчитываются аэродинамические силы, которые можно представить в виде

$$\begin{aligned} F_1^k &= -C_x S^k \tilde{q}, \\ F_2^k &= -C_n d_1 / \sqrt{1-d_1^2} S^k \tilde{q}, \\ F_3^k &= -C_n d_3 / \sqrt{1-d_3^2} S^k \tilde{q}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $d_i = j_i \beta$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$ здесь и далее суммирование по повторяющимся индексам, γ_{ik} - матрица перехода от связанной системы координат к орбитальной, $\beta_i = V_i / V_0$ - направляющие косинусы вектора скорости набегающего потока, коэффициенты $C_x, C_n(d)$ - определяются для каждой k -ой стандартной геометрической формы отдельно, S^k - площадь мицеля, $\tilde{q} = \rho V_0^2 / 2$, ρ - плотность атмосферы, рассчитываемая по модели несферической атмосферы Земли [3], $V_0 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$.

Таким образом, обобщенная диссипативная сила (аэродинамический момент) приводится к виду

$$\bar{Q}_i = [\bar{F}_i^k \times \bar{r}_d^k],$$

где \bar{r}_d^k - расположение центра давления k -го тела относительно начала связанной системы координат ЛА.

Выражая проекции скорости (p , q , z) относительно центра масс на связанную систему координат, через обобщенный импульс p_i , аналогично [1], получаем исходную для численного моделирования систему угловых пространственных движений ЛА относительно центра масс в гравитационном поле, которая в отличие от классических задач [1], учитывает силы аэродинамического торможения КА.

После некоторых преобразований получаем исходную систему уравнений угловых движений КА относительно центра масс в гравитационном

поле Земли с учетом аэродинамического торможения в переменных угло-
импульс

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= (z - \rho) \cos \theta_3 / \cos \theta_2, \\ \dot{\theta}_2 &= (\rho \cdot \cos \theta_3 + z \sin \theta_3), \\ \dot{\theta}_3 &= q - \operatorname{tg} \theta_2 \cos \theta_3 (z - \rho), \\ \dot{p}_i &= - (A \rho \frac{\partial p_i}{\partial \theta_i} + B q \frac{\partial q}{\partial \theta_i} + C z \frac{\partial z}{\partial \theta_i} - \omega_0^2 [(B-A) \beta \frac{\partial \beta}{\partial \theta_i} + \\ &\quad + (B-C) \beta'' \frac{\partial \beta_i}{\partial \theta_i}]) + \theta_i, \quad i=1,2. \\ \dot{p}_3 &= \frac{d p_3}{d t} - B \omega_0.\end{aligned}\tag{8}$$

Выражения для $\partial p / \partial \theta_i$, $\partial q / \partial \theta_i$, $\partial z / \partial \theta_i$, $\partial \beta / \partial \theta_i$, $\partial \beta' / \partial \theta_i$, $\partial \beta'' / \partial \theta_i$ могут быть получены из соотношений, приведенных в [1], и в связи с их громоздкостью здесь не приводятся.

Решения уравнения (8) позволяют вычислять собственную угловую скорость КА $-\omega \{p, q, z\}$. Таким образом, для точки, удаленной от центра масс на расстояние z , возмущающее суммарное ускорение будет включать поступательное, вызываемое действием на КА массой внешних сил (аэродинамических), вращательное и центробежное, вызываемое возмущающими моментами и градиентами гравитационного поля

$$W = F/m + \dot{\omega} \times z + \omega \times \omega \times z.\tag{9}$$

Численное интегрирование исходной системы построено на базе метода Рунге-Кутты с переменным шагом. Так для $H = 1$ сек точность расчета составляет $10^{-9} g_0$, время интегрирования для ЭВМ ЕС 1040 одного оборота ИСЗ на высоте 250 км составляет около 15 мин. Проекция возмущающих ускорений (9) визуализируются с помощью пакета программ графической обработки на графопостроителе ЕС 7054.

Для теста программы численного интегрирования использовалось уравнение Тиссерана для круговой орбиты без учета аэродинамических возмущений

$$\frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + 3 \omega_0^2 \frac{A-C}{B} \sin \theta_3 \cos \theta_3 = 0,\tag{10}$$

имеющее аналитическое решение

$$T = (2\pi / \omega_0) / \sqrt{3 \frac{A-C}{B}},\tag{II}$$

$$\theta_{\max} = \arcsin \left(\dot{\theta}_0^2 \left(\frac{A-C}{B} \right) \omega_0^2 / 3 + \sin^2 \theta_0 \right).$$

Уравнение (II) описывает гармонические колебания модели КА, здесь $\theta_0, \dot{\theta}_0$ - начальные условия.

3. Результаты численного моделирования. Для модели КА, представленной на рис.1, в режиме гравитационной стабилизации (ось X направлена к центру Земли) можно ограничиться следующей упрощенной си-

стемой уравнений, получаемой из системы (8)

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_3 &= p_3 / B, \\ \dot{p}_3 &= - \left[\frac{3\mu}{R^3} (A - C) \sin \theta_3 \cos \theta_3 + B \dot{\omega}_0 \right] + M_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Орбита будет оставаться плоской, слабоэллиптической, возмущающие аэродинамические силы будем считать пространственными. В такой постановке входные параметры исходной системы (12) можно разбить на пять групп (таблица 3), оказывающих различное влияние на уровень микроперегрузок.

Таблица 3

Группа	Параметры	Примечания
1. Конструктивные	A, B, C, m, S	Моменты инерции, масса и площадь мишеля КА
2. Технологические	t, z_i	Время процесса и удаление аппаратуры от центра масс КА
3. Траекторные	H_0, e, i^0	Высота, эксцентриситет, наклонение орбиты
4. Начальные	$\theta_i^0, \frac{\partial \theta_i^0}{\partial t}$	Начальные углы и скорости КА относительно связанной системы координат
5. Внешняя среда	F_{10z}, \tilde{S}, T	Параметры, определяющие модель атмосферы Земли /3/.

Результаты расчетов согласуются с аналитическим решением по периоду колебаний (II) с точностью I-5% и показывают, что время колебаний уровня микроперегрузок определяется соотношением $(A-C)/B$. Амплитуда колебаний зависит в основном от начальных условий ($\theta^0, \dot{\theta}_0$). Средняя величина микроперегрузок определяется аэродинамическими возмущениями, которые зависят в свою очередь от мишеля КА и групп параметров 3,5 (таблица 3).

Некоторые результаты численных расчетов для параметров орбиты $H = 250$ км, $e = 0,01$, $i = 0^0$ параметров КА $A = B = 10^6$ кг/м², $C = 2 \cdot 10^4$ кг/м², $m = 32500$ кг начальных условий $\theta_i^0 = 0$, $p_1 = p_2 = 0$, $p_3 = 1000$, $\dot{\theta}_3^0 = 10^{-3}$ представлены на рис. 3-6. На рис. 2,3,4 - даны зависимости суммарной внешней аэродинамической силы в проекциях

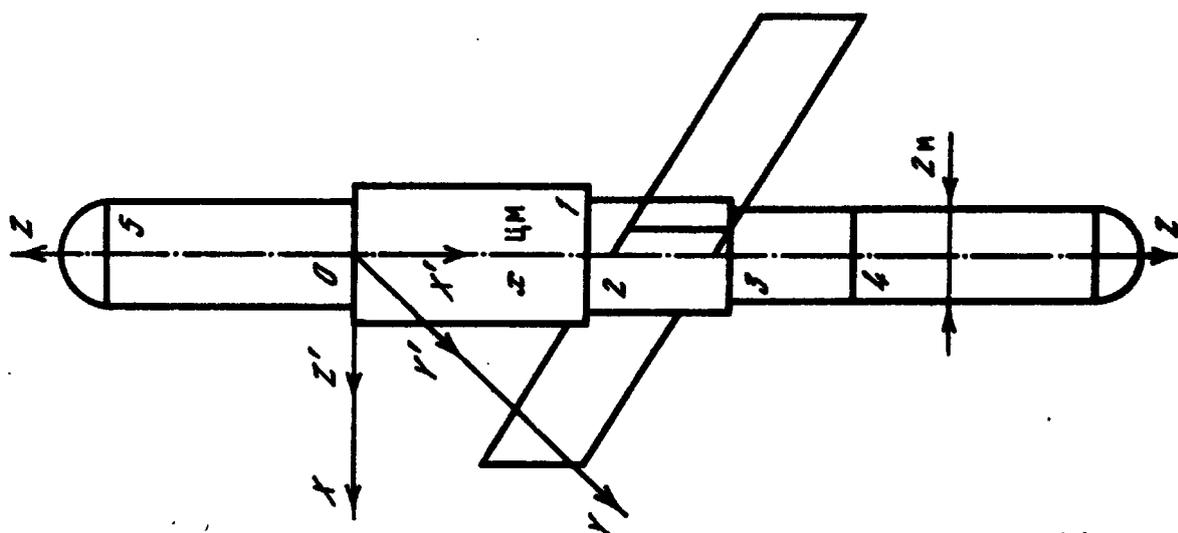


Рис. I

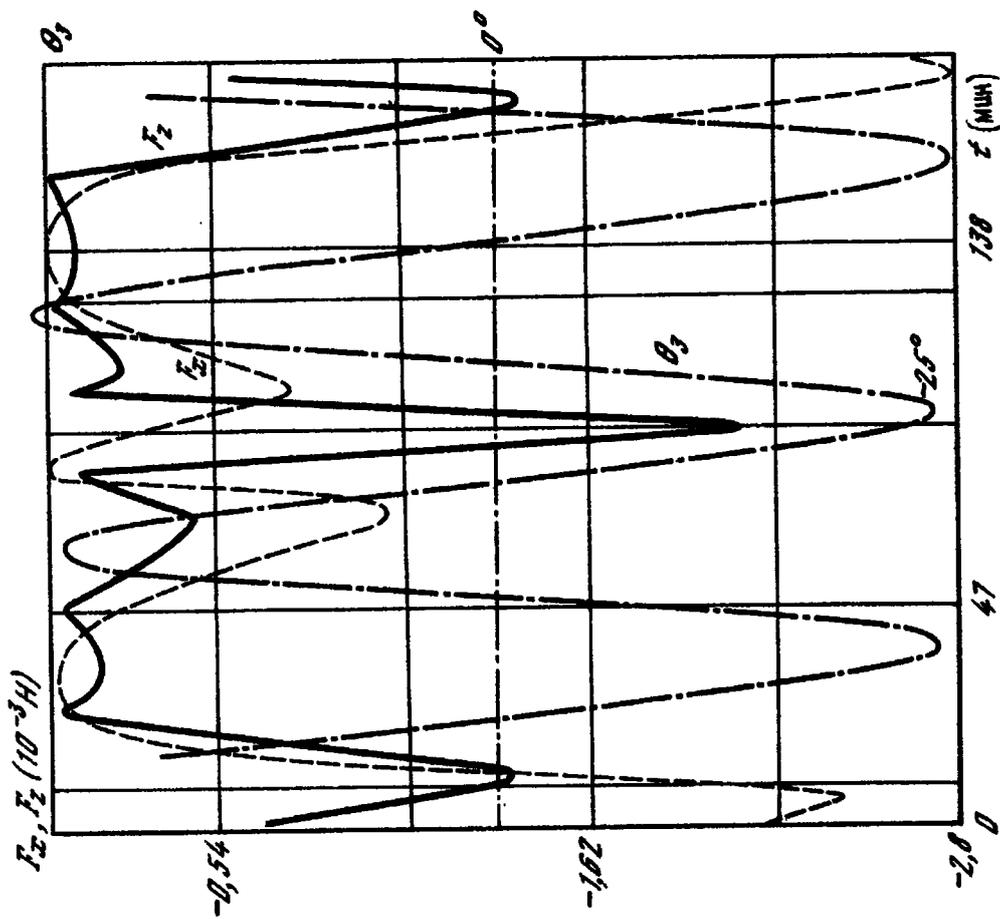


Рис. 2

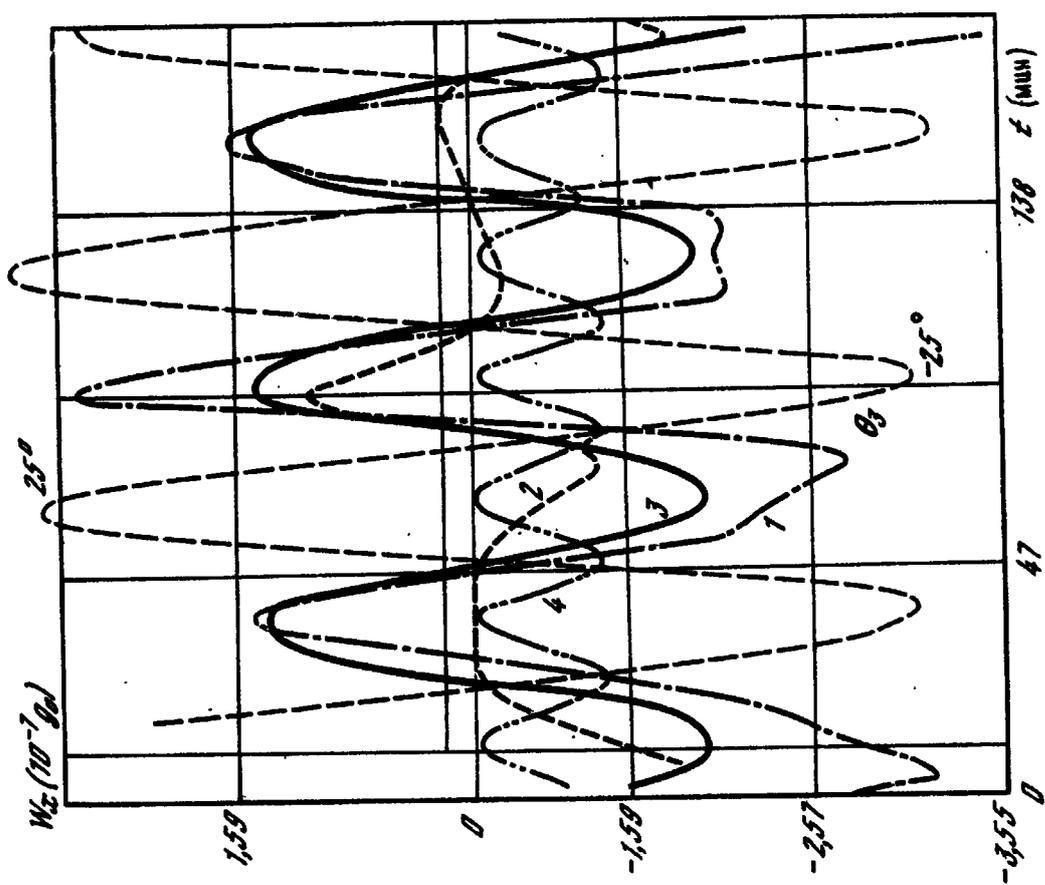


Рис. 4

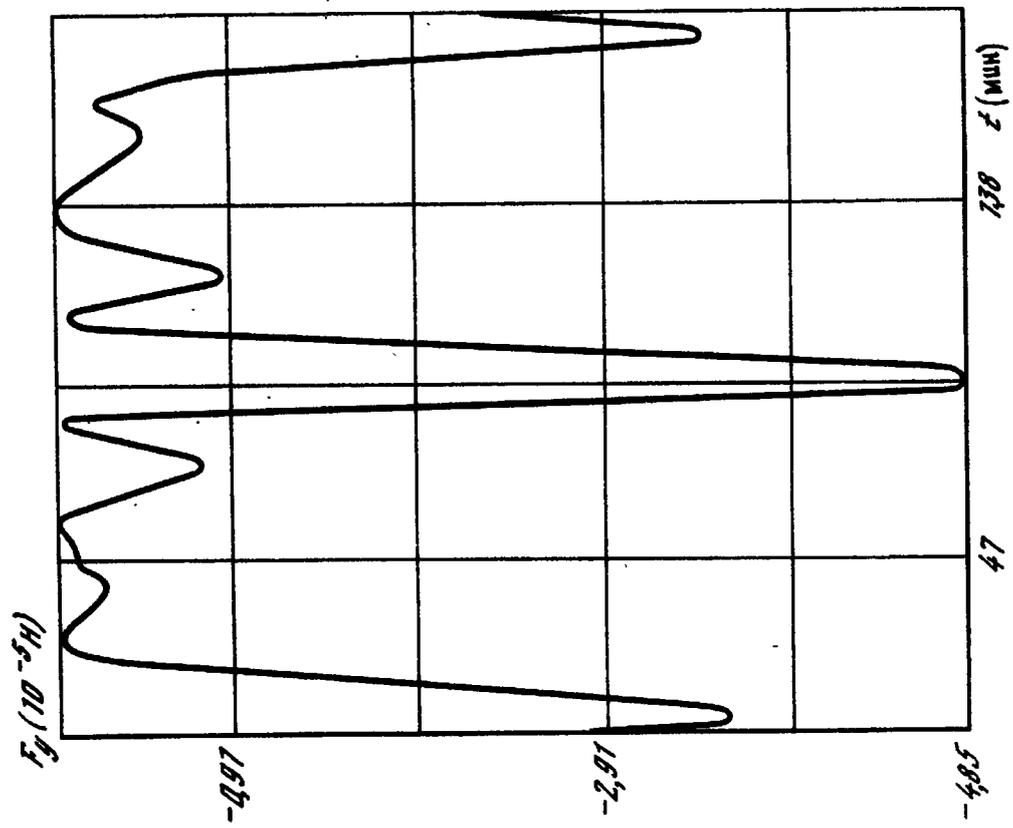


Рис. 3

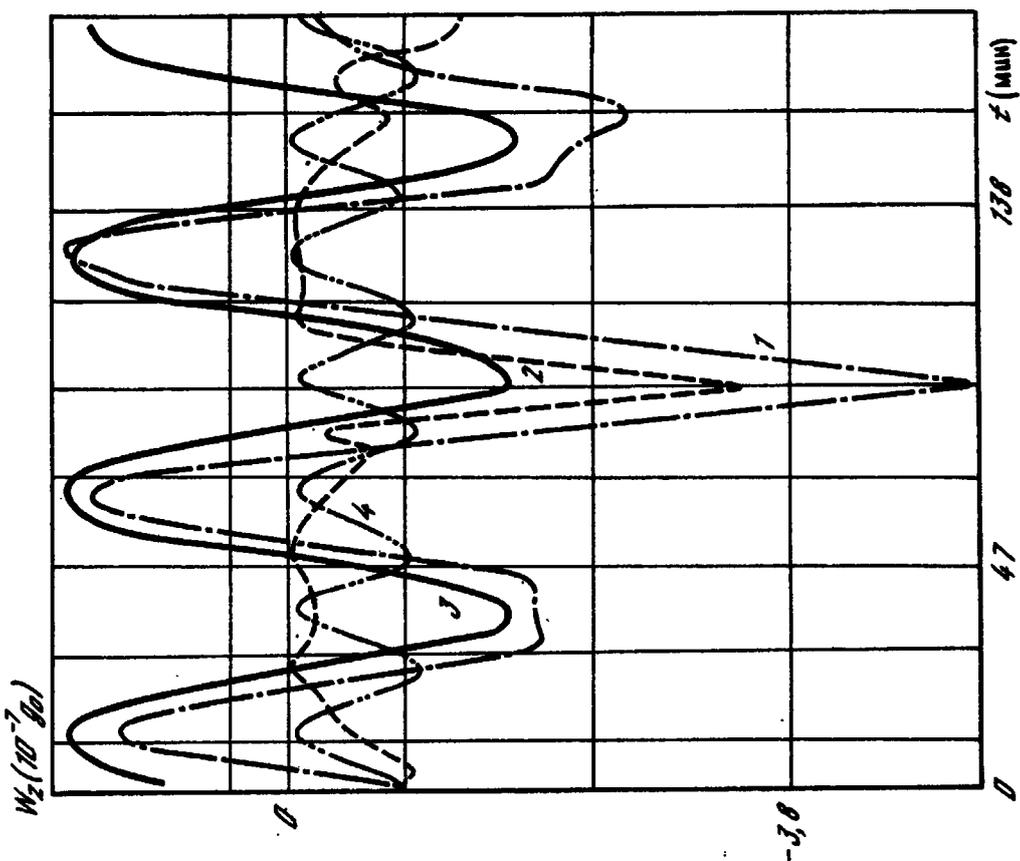


Рис. 5

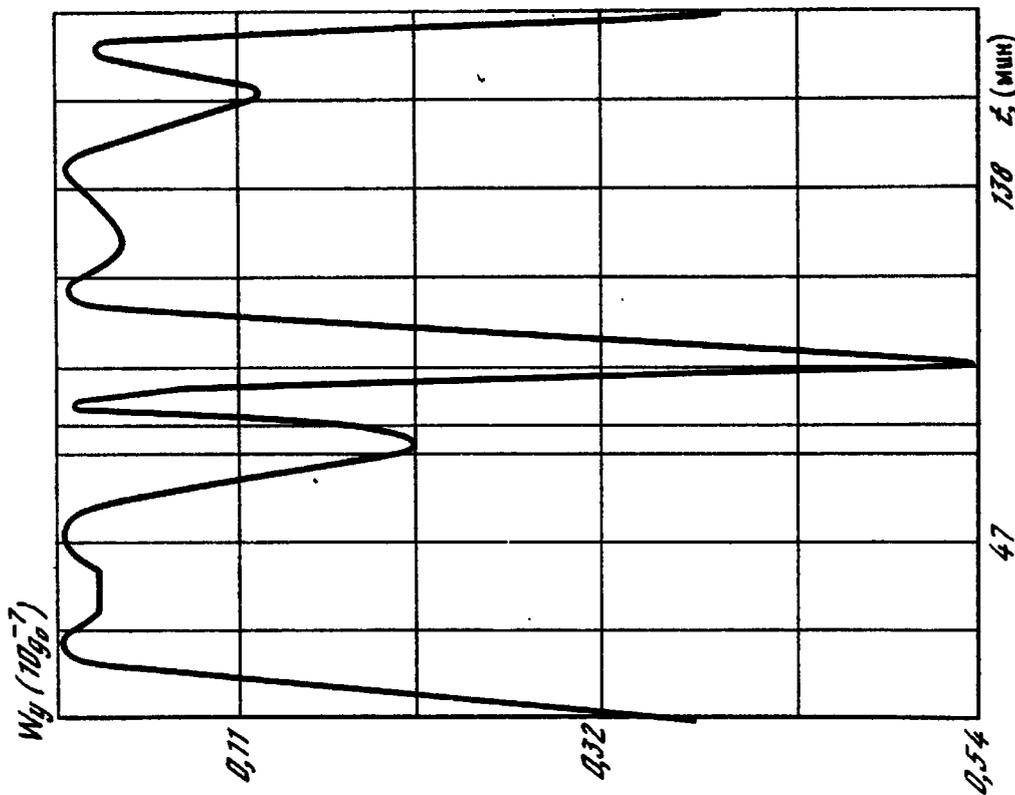


Рис. 6

на оси связанной системы координат XYZ (см. рис.1) (где $F_x^{max} = 0,28 \cdot 10^2 \text{ Н}$, $F_y^{max} = 0,475 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$, $F_z^{max} = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$), действующей на КА в режиме гравитационной стабилизации, когда происходят плоские колебания КА (кривая 3 на рис. 2,4) с амплитудой 25° . Как отмечалось, гравитационные колебания, аэродинамические силы и моменты приводят к возникновению ускорений, проекции которых для удаления от центра масс на 1 м ($z_i = 1,0$) и при расчете на 2 витка ($t = 180 \text{ мин}$) показаны на рис. 4-6. Сумма (W_n) - аэродинамических ускорений (кривая 2) $W_{\omega, \delta}$ - центробежных ускорений (кривая 4) $W_{\omega p}$ вращательных ускорений (кривая 3) создает периодическую с неправильными пиками картину возмущенного ускорения (кривая 1). Характерно, что знакопеременные вращательные ускорения преобладают над знакопостоянными центробежными. Аэродинамические возмущения для слабоэллиптических орбит ($e = 0,01$) и для высот $H = 250 \text{ км}$ не являются определяющими для проекций W_x , W_z , тогда как для низких слабоэллиптических орбит аэродинамические возмущения нарушают периодичность суммарных возмущений и определяют осредненный уровень микрогравитации.

Следует отметить, что поведение средних величин массовых сил существенно изменяется для другой конфигурации и массы КА (параметры I группы) и режима полета, но колебательный характер микроперегрузок свойственен, вообще говоря, любой конфигурации КА, находящейся в стабилизированном положении.

Таким образом, результаты расчетов показывают, что в реальных условиях полета поле массовой силы значительно изменяется как по времени, так и в пространстве, и приведенные на рис. 4-6 уровни перегрузок, по-видимому, являются тем пределом состояния невесомости, которое можно реализовать в орбитальном движении КА рассмотренного типа. Эти особенности микроперегрузок следует учитывать при анализе конвективных и гидростатических явлений в невесомости, а также при разработке приборов измерения таких уровней на борту ИСЗ.

Л и т е р а т у р а

1. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд - во МГУ, 1975.
2. Ковтуненко В.М., Камеко В.Ф., Яскевич Э.П. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов. Киев: Наук. думка, 1977.
3. Войсковский Н.И. и др. - Космич. исслед., 1973, т. II, №1, с. 70-79.
4. Дубовик К.Г., Никитин С.А., Полежаев В.И. и др. Конвективные процессы в невесомости и их значение в задачах космической технологии. - Наст. сборник.
5. Космическая технология /Под ред. Л.Стега. М.: Мир, 1980.

6. Пановко Я.Г., Губанова М.И. Устойчивость и колебания других систем. М.: Наука, 1979.
7. Olsen R.E., Oskovciak et al. Operation factors affecting microgravity levels in orbit. - AIAA Pap. 1980, N 318.

УДК 532.6:536.24:548.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА КОСМИЧЕСКИХ КОРАБЛЯХ

Л.В.Лесков, В.В.Савичев

Технологические эксперименты, выполненные на различных космических аппаратах в СССР и за рубежом, показали, что приготовление материалов в условиях невесомости во многих случаях ведет к улучшению их структуры. Наблюдается уменьшение плотности дислокаций, повышение однородности распределения примесей в макро- и микромасштабе и улучшение других свойств. Однако в некоторых иных случаях свойства образцов, приготовленных в космосе, например, однородность их химического состава, значительно ухудшились по сравнению с контрольными образцами, полученными по той же технологии на Земле.

Анализ физических механизмов, приводящих к столь различному поведению разных материалов в космосе, носит разрозненный характер и обычно выполняется по отношению к тому или иному конкретному эксперименту. Между тем, для развития физики невесомости как научного фундамента космической технологии и организации в будущем производства новых материалов нужны именно обобщающие и систематические исследования механизмов и факторов, определяющих особенности поведения вещества в космических условиях. Настоящая работа представляет собой попытку продвинуться в этом направлении и посвящена анализу физических эффектов, которые могут приводить в улучшению свойств материалов при их получении в невесомости.

Конкретно в работе рассмотрены два явления, которые наблюдались в технологических экспериментах и с которыми в настоящее время в значительной мере связаны прогнозы получения в космосе улучшенных материалов: 1) снижение плотности дислокаций в образцах, выращиваемых в невесомости методом направленной кристаллизации; 2) повышение однородности распределения примесей и компонентов в космических образцах.

Плотность дислокаций, т.е. линейных дефектов структуры - это один из важнейших показателей совершенства кристаллов. Наличие дислокаций в кристаллах во многом определяет их механические, электрические, оптические и другие свойства. Поэтому задача получения совершенных монокристаллов носит двойкий характер: с одной стороны,

необходимо совершенствовать методы получения бездислокационных и малодислокационных монокристаллов, с другой - нужны способы приготовления кристаллов с заданной дислокационной структурой [1].

Основной механизм возникновения дислокаций связан с пластической деформацией кристаллов и возникновением в них термических напряжений вследствие неоднородного распределения температур в твердой и жидкой фазах. Соответствующие процессы явились предметом детального анализа в работах по физике дислокаций [1-3].

В типичных условиях направленной кристаллизации слитков на установках ампульного типа [4,5] радиальные температурные градиенты малы и основной вклад в зарождение и размножение дислокаций должен быть обусловлен двумя эффектами - продольными градиентами температуры и пластической деформацией растущего кристалла со стенками ампулы вследствие разности их коэффициентов линейного расширения. Если по условиям эксперимента преобладающую роль играет первый эффект, то для плотности дислокаций можно записать [6]

$$N_1 = \frac{\alpha}{b} \nabla T_s - \frac{2 \tau_{кр}}{b G} \frac{1}{d}, \quad (1)$$

где α - коэффициент линейного расширения кристалла, b - среднее расстояние между кристаллографическими плоскостями, ∇T_s - продольный градиент температуры вблизи фронта кристаллизации, $\tau_{кр}$ и G - средние значения критического напряжения и модуля сдвига, d - диаметр кристалла.

Если процессами конвективного теплообмена можно пренебречь, то условие теплового баланса на фронте кристаллизации имеет вид

$$\lambda_s \nabla T_s = \lambda_L \nabla T_L + Q \rho v, \quad (2)$$

где λ_s и λ_L - коэффициенты теплопроводности кристалла и расплава, соответственно, ∇T_L - градиент температуры в расплаве, Q - удельная теплота кристаллизации, ρ - плотность расплава, v - скорость фронта кристаллизации.

Подставляя в (1), получаем для плотности дислокаций

$$N_1 = \frac{\alpha}{b \lambda_s} (\lambda_L \nabla T_L + Q \rho v) - \frac{2 \tau_{кр}}{b G} \frac{1}{d}. \quad (3)$$

В частности, для германия $\alpha = 5,8 \times 10^{-6}$ град⁻¹, $b \approx 4 \times 10^{-8}$ см (направление роста $\langle 110 \rangle$), $\lambda_s \approx \lambda_L \approx 0,13$ Вт/см град, $Q = 410$ Дж/г, $\rho = 5,5$ г/см³ [6,7,11]. Согласно уточненному анализу [1], отношение $\tau_{кр}/G = 3,5 \times 10^{-6}$, а не $2,5 \times 10^{-4}$, как ошибочно принималось в [6]. Пренебрегая на этом основании последним членом в (3), запишем для плотности дислокаций в кристаллах германия

$$N_1 \approx 1,1 \cdot 10^6 (0,13 \nabla T_L + 2,2 \cdot 10^3 v). \quad (3a)$$

Если основной вклад в возникновение дислокаций дает сцепление кристалла со стенками, то соответствующую плотность дислокаций можно оценить по формуле [6]

$$N_2 = \frac{2|d_1 - d_2| (T_{кр} - T_{пр})}{bd}, \quad (4)$$

где d_1 и d_2 - коэффициенты линейного расширения кристалла и стенок ампулы соответственно, $T_{кр}$ - температура кристаллизации, $T_{пр}$ - температурный предел пластичности кристалла.

В случае германия, например, $T_{кр} - T_{пр} \approx 500^\circ$. Если рост кристаллов германия осуществляется в кварцевой ампуле ($\alpha_{кв} \approx 12,2 \times 10^{-6}$ град $^{-1}$ [7]), то после подстановки констант имеем из (4)

$$N_2 = \frac{1,6 \cdot 10^5}{d}. \quad (4a)$$

В космических условиях могут реализоваться оба режима возникновения и размножения дислокаций. В частности, авторы многих работ по направленной кристаллизации образцов в невесомости отмечают, что расплав отрывается от стенок ампулы и контактирует с ними только в области отдельных хребтов сравнительно небольшой площади [1,5,8].

Предпринятая в [8] попытка объяснить это явление инверсией смачиваемости, т.е. изменением краевого угла расплава на поверхности стенки, не выдерживает критики, поскольку смачивание на границе твердой и жидкой фаз определяется межмолекулярными взаимодействиями и не зависит от величины инерционных массовых сил, действующих на систему.

Более вероятна следующая картина процессов на стенках ампулы. В типичных условиях космических экспериментов кварцевые стенки ампулы графитизируются, и расплав германия плохо смачивает их (краевой угол $\vartheta > 90^\circ$). Тем не менее в земных плавках жидкий германий хорошо сцепляется со стенками под действием силы тяжести. В невесомости инерционные массовые силы намного меньше вязких, и состояние поверхности жидкости определяется главным образом силами поверхностного натяжения. В этих условиях свободная жидкость будет стремиться принять сферическую форму, которая соответствует минимуму свободной энергии. Жидкость, заключенная в сосуд, не смачивающая его стенок и имеющая с ними контакт лишь в отдельных случайных точках, будет принимать форму этого сосуда. Именно это и наблюдается в экспериментах. В случае кристаллизации германия, кроме этого, оледует иметь в виду, что объем образца при плавлении уменьшается приблизительно на 5% (рис.1).

Если направленная кристаллизация осуществляется в условиях, когда жидкая фаза практически не контактирует со стенками, радиальные градиенты температуры сравнительно невелики, а вкладом конвекции в теплоперенос можно пренебречь, то плотность дислокаций в кристаллах

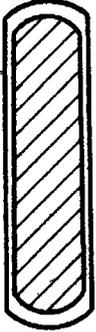
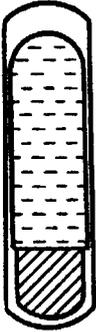
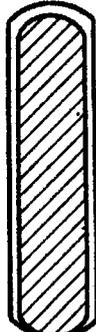
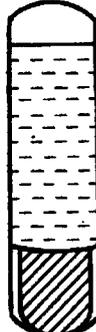
	До переплава	Плавление	Перекристаллизация
Космос			
Земля			

Рис. I

можно оценить по формуле (3). Например, при выращивании монокристаллов германия на установке "Кристалл" на станции "Салют-6" скорость роста $v = 3,1 \times 10^{-4}$ см/с [9]. Подставляя в (3а), находим $N_1 = 1,4 \times 10^4$ см⁻². Минимальное значение плотности дислокаций, измеренное в космических образцах этой серии экспериментов, составило $\sim 2 \times 10^3$ см⁻². При выращивании монокристаллов на ракетах комплекса "Мир-2" скорость фронта $v \sim 1,4 \times 10^{-2}$ см/с и соответственно $N_1 \sim 1,8 \times 10^4$ см⁻². Экспериментальное значение плотности дислокаций было на 1-2 порядка ниже, но контрольные образцы, приготовленные на Земле, обладали поликристаллической структурой.

В контрольных опытах, проводимых на Земле, число Бонда $Bo \geq 1$, и отрыва расплава от стенок ампулы не наблюдалось. В этих условиях именно сцепление кристалла со стенками ампулы могло давать основной вклад в размножение дислокаций. Так, в рассмотренных случаях выращивания кристаллов Ge на станции "Салют-6" и ракетах "Мир-2" [1, 9] диаметр образцов составлял $d = 0,8$ см. Расчет по (4а) дает $N_2 \approx 2 \times 10^5$ см⁻². Контрольные образцы германия, полученные на Земле с помощью аппаратуры "Кристалл", обладали именно такой плотностью дислокаций. Кроме того, в [9] отмечено, что когда в космических усло-

виях на расстоянии ~ 3 см от затравки растущий кристалл начинал соприкасаться со стенками, плотность дислокаций в нем также возрастала до $\sim 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$.

Выполненные оценки плотности дислокаций для двух частных предельных случаев носят, разумеется, сугубо ориентировочный характер. В формуле (3а) не учитывается, например, дополнительный перенос тепла в зону кристаллизации за счет тех или иных конвекционных эффектов (см. ниже). Учет этих эффектов может повести, например, к снижению ∇T_L и соответственно, к уменьшению расчетных значений N_1 .

В общем случае дислокационная структура кристалла зависит от $\nabla_2 T$ и $\nabla_x T$ одновременно, т.е. определяется распределением температур во всей области пластичности [1]. Качественное согласие оценок по формулам (3) и (4) с результатами экспериментов [1,9] объясняется, очевидно, конкретными особенностями этих экспериментов (отрыв расплава от стенок, малое отношение диаметра образцов к их длине и т.д.). Существенно заметить, что в других условиях может возрасти вклад $\nabla_2 T$ в процессы генерации дислокаций. Это, в частности, можно ожидать при переходе к образцам большого диаметра и с увеличением радиального перепада температуры. Большое значение должен иметь также выбор оптимального теплового режима охлаждения образцов.

Для понимания механизма получения в космосе малодислокационных кристаллов важно исследовать процессы гетерогенного зарождения дислокаций, обусловленные наличием в образцах микронеоднородностей (выделение 2-й фазы, точечные дефекты типа примесных атомов, микротрещины и т.д.). Известно, в частности, что даже при величине концентрации примеси $\sim 10^{-3}$ ат. % неравномерность в ее распределении может приводить к возникновению до 10^6 см^{-2} дислокаций [1].

Помимо этого, равномерность распределения примесей сама по себе является важным критерием совершенства материалов. В случае полупроводников, например, их электрофизические, оптические, магнитные и другие свойства во многом определяются именно примесями. Повышение однородности распределения примесей в космических образцах по сравнению с земными прототипами, неоднократно наблюдавшееся в технологических экспериментах [4,5,8,9], обычно связывают с отсутствием в невесомости естественной конвекции.

Рассмотрим вопрос о характере конвекционных течений в условиях невесомости более подробно. С этой целью рассчитаем значения безразмерных критериев Бонда Bo , Грасгофа Gr , Прандтля Pr , Марангони Ma и числа $M = Ma/Pr$

$$Bo = \frac{g_0 \gamma_0 L^2}{\rho g}, \quad (5)$$

$$Gr = \frac{g_0 \gamma \beta \Delta T L^3}{\nu^2}, \quad (6)$$

$$P_2 = \nu / \varkappa, \quad (7)$$

$$Ma = \Delta \sigma \frac{L}{\rho \nu \varkappa}, \quad (8)$$

$$M = Ma / P_2. \quad (9)$$

Здесь g_0 - ускорение силы тяжести на поверхности Земли, $\gamma = g/g_0$ - коэффициент редукции массовой силы, g - ускорение на борту космического аппарата, ρ - плотность жидкой фазы, σ - коэффициент поверхностного натяжения, L - характерный размер, ν - кинематическая вязкость, \varkappa - температуропроводность расплава, β - температурный коэффициент объемного расширения. Число Бонда характеризует отношение инерционных и вязких сил, число Грасгофа - отношение подъемной силы, вызывающей тепловую конвекцию, и вязких сил. Число Прандтля является теплофизической характеристикой вещества. Число M представляет собой отношение сил поверхностного натяжения и вязких сил.

Для сравнения экспериментов в космических и земных условиях вычислим эти критерии для Ge и Si, полагая $L = 1$ см, $\Delta T = 100^\circ$. Если при этом поверхность расплава в космических образцах оторвана от стенок ампулы, то на поверхности будет возникать термокапиллярная конвекция, определяемая продольным перепадом поверхностного натяжения.

$$\Delta \sigma = - \frac{\partial \sigma}{\partial T} \Delta T \quad (10)$$

Примем для космических условий $\gamma \sim 10^{-5}$. Согласно [7, 10, 12], входящие в (5) - (9) значения параметров для жидких Ge и Si, составляют (при температурах вблизи $T_{кр}$)

Таблица I

	$T_{кр},$ °C	$\sigma,$ $\frac{дин}{см}$	$\frac{\partial \sigma}{\partial T},$ $\frac{дин}{см \cdot град}$	$\beta,$ град $^{-1}$	$\nu,$ $\frac{см^2}{сек}$	$\varkappa,$ $\frac{см^2}{сек}$	$\rho,$ $\frac{г}{см^3}$
Ge	937	600	-0,20	$1 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	0,22	5,51
Si	1420	860	-0,50	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	0,24	2,53

Подстановка численных величин дает значения критериев Bo , Gr , P_2 , Ma ; M , показанные в таблице 2.

Таблица 2

		γ	Bo	Ge	Pz	Ma	M
Земля	Ge	1	9	$1,5 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^6$
	Si		3	$2,2 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^7$
Космос	Ge	10^{-5}	$9 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^2$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^6$
	Si		$3 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^7$

Сравнивая значения критериев Ge и M для земных и космических условий, видим, что для германия на Земле преобладает тепловая конвекция, а в космосе — конвекция Марангони. Для кремния в выбранных условиях конвекция Марангони будет играть преобладающую роль и на Земле, если будет предотвращено взаимодействие расплава со стенками ампулы (например, в режиме зонной плавки).

Смена механизмов тепло- и массообмена при переходе от земных условий к космическим может по разным причинам оказать существенное влияние на структуру образцов. Эффект Марангони может, в частности, приводить к перераспределению примесей и компонентов в расплаве.

Рассмотрим возможные процессы, приводящие к перераспределению компонентов в космических условиях, на примере сплавов с областью несмешиваемости. Эти сплавы характеризуются тем, что на бинарной фазовой диаграмме обладают областью равновесия между двумя жидкими фазами, которая при повышении температуры переходит в область однофазной жидкости. На рис. 2 в качестве примера приведена такая диаграмма для системы $Pb - Zn$. Выше $795^\circ C$ лежит область однофазной жидкости, диапазон $795-419^\circ C$ соответствует равновесию двух жидких фаз, ниже $419^\circ C$ лежит область равновесия между твердой фазой Zn и жидкой фазой Pb .

Некоторые из этих сплавов представляют практический интерес для приготовления электрических контактов, постоянных магнитов, сверхпроводящих материалов и т.д. Ожидали, что в космических условиях будут получены образцы таких материалов, несегрегируемых по плотности и с мелкодисперсной структурой.

Эксперименты по получению таких сплавов проводились неоднократно — по программе ЭПАС ($Pb - Zn$) и СПАР ($Al - In$), на ракетах "Мир-2" ($Al - Pb$, $Cu - Sn$) и др. /4,8,13/. Вопреки ожиданиям, в большинстве случаев наблюдалось расслоение компонентов.

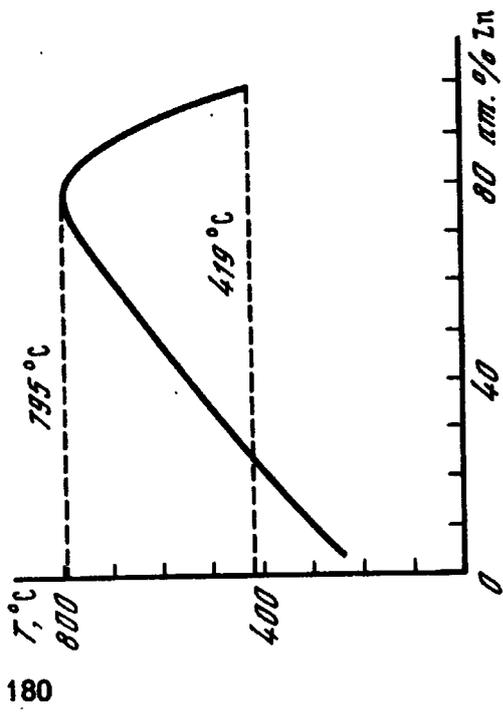


Рис.2

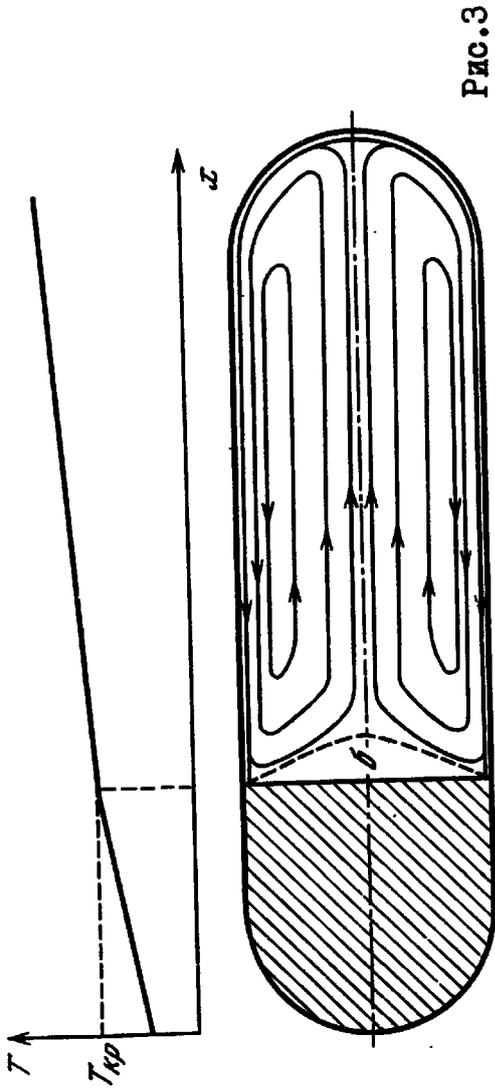


Рис.3

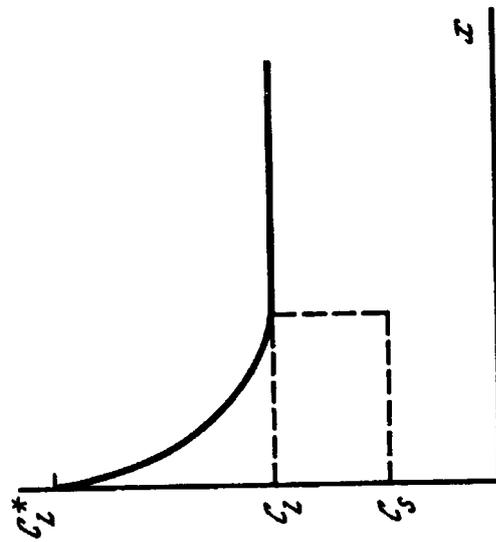


Рис.4

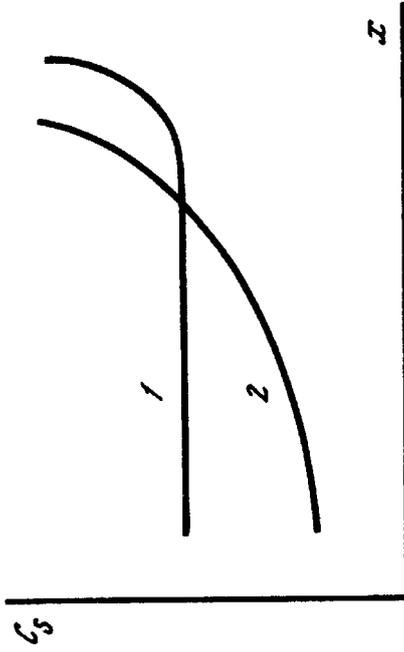


Рис.5

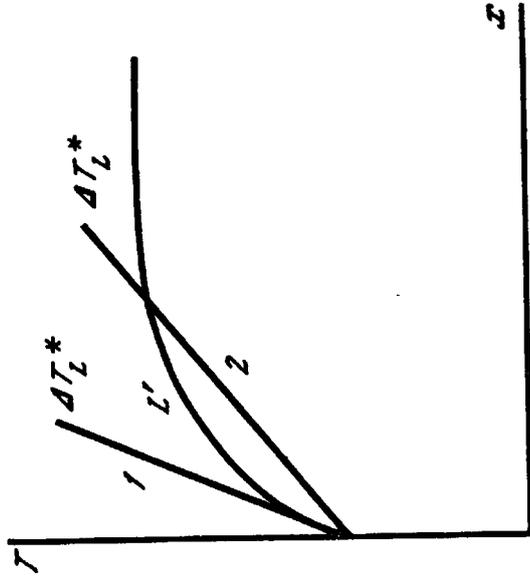


Рис.6

Для объяснения этого результата рассчитаем наиболее устойчивую конфигурацию двух жидких фаз. Такой конфигурации должна соответствовать минимальная величина суммарной поверхностной энергии W_S системы. Обозначая фазы I и 2, рассмотрим три предельных случая:

1. Кольцеобразная область фазы I окружает сферу фазы 2 -

$$W_S = 4,84 V^{2/3} \sigma_1 + 4,84 (\alpha V)^{2/3} \sigma_{12}. \quad (\text{IIa})$$

2. Обратное расположение фаз для такой же конфигурации -

$$W_S = 4,84 V^{2/3} \sigma_2 + 4,84 [(1-\alpha)V]^{2/3} \sigma_{12}. \quad (\text{IIб})$$

3. Две отдельные сферы -

$$W_S = 4,84 (\alpha V)^{2/3} \sigma_2 + 4,84 [(1-\alpha)V]^{2/3} \sigma_1. \quad (\text{IIв})$$

Здесь V - полный объем жидкости, α - объемная доля фазы 2, σ_1 , σ_2 , σ_{12} и σ_{21} и σ_{12} - поверхностные энергии (натяжения) для I-й и 2-й фаз и межфазной границы соответственно. Значения σ при температуре плавления для некоторых пар исследованных веществ составляют (величина σ дана в дин/см [7,10]): Pb - 480, Zn - 810, Al - 914, In - 560, Cu - 1350, Cr - 1700.

Зависимость σ от температуры в первом приближении можно считать линейной, причем для чистых металлов обычно $\partial\sigma/\partial T < 0$ [10]. Порядок величины σ_{12} для систем с областью несмешиваемости составляет 100 дин/см.

Из формул (II) видно, что относительная величина W_S является функцией коэффициентов поверхностного натяжения обеих фаз и доли. Например, для системы Al - In при $\alpha_{Ac} < 0,72$ наиболее устойчивой является конфигурация I, когда обогащенная индием фаза окружает сферу Al [13]. При $\alpha_{Ac} > 0,72$ наиболее устойчивой оказывается конфигурация 3. Эксперименты [13] подтвердили эти выводы.

Оценки с помощью формул типа (II) позволяют определить термодинамически устойчивые конфигурации многофазных систем в условиях неустойчивости. Важно однако выяснить динамику процессов, приводящих к установлению наиболее устойчивых состояний, чтобы оценить относительную роль этих процессов в конкретных технологических экспериментах.

Скорость течения Стокса

$$u_s = \frac{2}{9} \frac{g_0 \gamma R^2 \Delta\rho}{\eta} \quad (\text{I2})$$

где $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$, $\eta = \rho\nu$ - вязкость среды, R - характерный радиус сферических частиц второй фазы. Для рассмотренной выше системы Al - In при $\gamma \sim 10^{-5}$, $R \approx 1$ мм имеем, например, $u_s \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см/с.

Интенсивность концентрационной конвекции определяется концентрационным числом Грасгофа

$$Gr_c = \frac{\rho \gamma \Delta \rho L^3}{\rho \gamma^2} . \quad (13)$$

Для того же примера при $L \approx 1$ см $Gr_c \approx 2 \cdot 10^3$. Характерная скорость течения при этом составляет

$$u_c \approx \sqrt{Gr_c} \frac{\nu}{L} \approx 0,1 \frac{см}{с} . \quad (14)$$

И, наконец, при $\nabla T \approx 10$ град/см, $L \approx 1$ см, $\partial \sigma / \partial T \approx 0,15$ дин/(см град) число Марангони $Ma \approx 500$, а число $M \sim 5 \cdot 10^4$.

Распространяя результаты анализа [14] на случай двухфазной жидкости, запишем для скорости движения сферических частиц 2-ой фазы вследствие эффекта Марангони

$$u_M = - \frac{2}{3} \frac{R}{(2\eta_1 + 3\eta_2)} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \nabla T . \quad (15)$$

Поскольку $\partial \sigma / \partial T < 0$, то скорость направлена в сторону возрастания температур. При $R \sim 1$ мм $u_M \sim 1$ см/сек. Если характерный масштаб системы ~ 1 см, то в области несмешиваемости разделение компонентов происходит за время порядка 1 сек. Чтобы избежать этого, необходимо обеспечить достаточно высокую скорость охлаждения системы либо дополнительное перемешивание расплава в процессе затвердевания.

Выполненные оценки показывают, что для систем с областью несмешиваемости разделение компонентов должно быть обусловлено в первую очередь эффектом Марангони. Это, разумеется, не означает, что в других случаях исключается значительный вклад в процессы разделения иных физических эффектов (например, кавитации, взаимодействия с фронтом кристаллизации, электрических и магнитных полей и др.).

Рассмотренным процессом разделения компонентов системы не исчерпываются проявления эффекта Марангони в невесомости. Возвращаясь к методу направленной кристаллизации, заметим, что в условиях отрыва расплава от стенок ампулы на его поверхности будет возникать термокапиллярное течение. На рис.3 показан частный случай структуры такого течения внутри космической ампулы. Термокапиллярные силы в стационарном режиме уравниваются силами вязкости, а линии тока концентрируются вблизи поверхности жидкости.

Возникновение в расплаве интенсивных течений, обусловленных эффектом Марангони, отразится на структурных свойствах кристаллов, растущих в невесомости. В частности, концентрация примесей в кристалле определяется эффективным коэффициентом распределения, или сегрегации [15]

$$k_{эфф} = \frac{C_s}{C_L^*} = \frac{k_0}{k_0 + (1-k_0)e^{-\tau \delta / D}} , \quad (16)$$

где $K_0 = C_s/C_L$, C_s - концентрация примеси в кристалле, C_L^* , C_L - в расплаве непосредственно вблизи границы раздела фаз и в удалении от нее, соответственно, δ - толщина диффузионного пограничного слоя, D - коэффициент диффузии в жидкой фазе (рис.4).

Из (16) следует, что при $K_0 < 1$ в зависимости от величины $v\delta/D$ возможны два режима кристаллизации: 1) диффузионный режим ($v\delta/D \gg 1$; $K_{эф} \approx 1$); 2) режим нормальной ликвации или макросегрегации ($v\delta/D \ll 1$; $K_{эф} \approx K_0 < 1$). Распределение примеси по длине кристалла для обоих режимов показано на рис.5.

Один из прогнозов получения в космических условиях кристаллов с улучшенной структурой и однородным распределением примесей связан именно с их выращиванием в диффузионном режиме, когда вклад тепловой конвекции в массоперенос пренебрежимо мал.

Толщина диффузионного пограничного слоя

$$\delta \approx \text{const} \sqrt{\frac{2v}{u}}, \quad (17)$$

где u - средняя скорость массопереноса в расплаве вдали от фронта кристаллизации. В диффузионном режиме эта скорость невелика и толщина слоя δ значительна. Напротив, если в расплаве существенную роль играет конвективный массоперенос, то слой тонкий и реализуется режим макросегрегации.

В некоторых технологических экспериментах прогноз о диффузионном характере массообмена в расплаве получил непосредственное подтверждение (например, выращивание монокристаллов Ge на ракетах "Мир-2" [4]). Однако в других случаях распределение примесей в образцах соответствовало скорее режиму макросегрегации [5,8]. Выполненный выше анализ позволяет высказать предположение, что в этих случаях важную роль играл именно эффект Марангони.

В некоторых экспериментах получены непосредственные подтверждения влияния эффекта Марангони на распределение примесей в космических образцах. Например, при исследовании взаимодиффузии свинца и сплава свинец-золото по программе ЭПАС отмечалось влияние конвекции Марангони, индуцированной ∇T и ∇C [8].

Помимо изменения характера массообмена в расплаве при выращивании монокристаллов в космических условиях эффект Марангони может привести также к изменению теплового режима роста. Относительную роль процессов теплопередачи за счет свободной конвекции и за счет теплопроводности характеризуют с помощью числа Рэлея

$$Ra = Gr Pr = g_0 \gamma \beta \Delta T L^3 / \nu \alpha. \quad (18)$$

Как уже отмечалось, в космосе при $\gamma \ll 1$ преобладающую роль может играть не свободная конвекция, а конвекция Марангони. Относительный вклад этого эффекта в перенос тепла определяется числом Марангони [8]. В приведенных выше примерах при $\gamma \sim 10^{-5}$ $Ma \gg Ra$.

Обратимся к уравнению (2), которое характеризует тепловой баланс на фронте кристаллизации. Если интенсивность конвекции Марангони в расплаве достаточно велика, то она будет давать заметный вклад в тепловой поток со стороны расплава по направлению к фронту кристаллизации (см. рис.3). Из (2) видно, что следствием этого может быть локальное снижение скорости фронта U . При этом по условиям эксперимента скорость отвода тепла от низкотемпературного торца ампулы остается постоянной.

В этих условиях можно ожидать, что при некотором соотношении между характеристиками теплового режима и теплофизическими параметрами вещества (см. уравнение (2)) возможен колебательный характер роста кристаллов. Следствием этого в силу (16) будет неравномерное распределение примеси C_S по длине образца в микромасштабе, т.е. полосчатость.

Предсказываемое явление полосчатости образцов, обусловленное эффектом Марангони, насколько известно, пока не наблюдалось в экспериментах. Однако аномальное изменение скорости роста кристаллов в переходной области отмечалось в [8] на примере образцов Ge , легированных Ga . В тех же экспериментах зафиксировано неоднородное по радиусу образцов распределение примесей, характерное для неплоского фронта кристаллизации. Между тем, определение формы фронта с помощью методов, создаваемых путем пропускания через расплав коротких импульсов тока, показало, что фронт был плоским. Это отмеченное авторами [8] противоречие экспериментальных данных можно объяснить, обратившись к уравнению (16) и учтя, что вследствие термокапиллярной конвекции толщина пограничного слоя δ могла быть непостоянной по радиусу образца (см. рис.3).

Выше в связи с анализом формулы (3а) отмечалось, что расчетные значения плотности дислокаций оказываются меньше измеренных в эксперименте. Если учесть дополнительный перенос тепла вдоль расплава вследствие термокапиллярной конвекции, то ∇T_L может быть ниже и соответственно будут меньше расчетные значения N_1 .

Один из факторов, определяющих структурное совершенство кристаллов, связан с устойчивостью плоского фронта кристаллизации. Рост в условиях нарушения устойчивости "гладкого" фронта ведет к многочисленным нарушениям структуры кристаллической решетки: слоистое распределение примесей, возникновение примесных субструктур и включений второй фазы, увеличение плотности дислокаций, а в пределе - к появлению блочной структуры.

Условие устойчивости плоского фронта кристаллизации по отношению к концентрационному переохлаждению можно записать в виде [15]

$$\nabla T_L^* / v \geq L' C_L^* (1 - K_{эфф}) / D, \quad (19)$$

где ∇T_L^* - фактический градиент температуры в расплаве вблизи фронта, L' - наклон линии ликвидуса (рис. 6, 1 - фронт устойчив, 2 - фронт неустойчив).

Можно ожидать, что в космических условиях выполнение требования (19) облегчается. Во-первых, изменение теплового режима в расплаве может вести к повышению ∇T_L^* . Во-вторых, при отсутствии конвекции происходит переход к диффузионному режиму роста, когда $(K_{эф} - 1) \rightarrow 0$. В-третьих, отсутствие конвекции может вести к неравновесным условиям роста и изменению наклона линии ликвидуса. Последний вопрос однако почти не изучен.

Улучшение структуры образцов, полученных в невесомости, снижение в них плотности дислокаций и повышение однородности распределения примесей в макро- и микромасштабе, отмеченное во многих экспериментах, подтверждает высказанные соображения.

Выполненный выше анализ физических особенностей роста кристаллов в условиях невесомости делает более ясными практические пути улучшения их структурного совершенства. Остановимся в заключение на некоторых из таких способов. Возможное ухудшение структуры образцов, обусловленное различными проявлениями эффекта Марангони, можно в значительной степени предотвратить, принимая необходимые меры. Так, уменьшение характерного размера L , например, путем перехода от метода направленной кристаллизации в ампулах к зонной плавке или к методу движущегося растворителя в соответствии с формулами (8) и (9) поведет к снижению критериев Ma и M . Другой способ управления нежелательными последствиями эффекта Марангони может состоять, например, в использовании поверхностно-активных примесей [10]. При этом можно не только компенсировать перепад $\Delta \sigma$ вдоль свободной поверхности расплава, но и изменить его знак на противоположный.

Л и т е р а т у р а

1. Мильвидский М.Г., Освенский В.Б. Получение совершенных монокристаллов. - В кн.: Проблемы современной кристаллографии. М.: Наука, 1976, с. 79-109.
2. Инденбом В.Л. Напряжения и дислокации при росте кристаллов. - Изв. АН СССР. Физ. сер., 1973, т. 37, № II.
3. Туровский Б.М., Никитин В.М. Рост и несовершенства металлических кристаллов. Киев: Наук. думка, 1972.
4. Авдеевский В.С. и др. Проблемы космического производства. М.: Машиностроение, 1980.
5. Иванов Л.И., Земсков В.С. и др. Плавление, кристаллизация и фазообразование в условиях невесомости. М.: Наука, 1979.
6. Цивинский С.В. О факторах, определяющих максимальную скорость роста при получении кристаллов из расплавов. - Изв. АН СССР. Физ. сер., 1972, т.36, № 3.

7. Таблицы физических величин/ Под ред. И.К.Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
8. Apollo-Soyuz test project: Summary Sci. Rept. Wash.: NASA, 1977.
9. Малинин А.Д. Эксперименты по выращиванию полупроводниковых материалов в условиях космоса на аппаратуре "Кристалл". - Электронная промышленность, 1979, № 3.
10. Вилсон Д. Структура жидких металлов и сплавов. М.: Metallurgy, 1972.
11. Глазов В.М., Чижевская С.Н., Глаголева Н.Н. Жидкие полупроводники. М.: Наука, 1967.
12. Охотин А.С., Пушкаревский А.С., Горбачев В.В. Теплофизические свойства полупроводников. М.: Атомиздат, 1972.
13. Геллес С., Маркуорт А. Изучение в условиях невесомости жидкой фазы несмешиваемой системы Al-In. - Ракетн. техника и космонавтика, 1978, № 5.
14. Кузнецов В.М., Луговцов В.А., Шер Е.И. О движении газовых пузырьков в жидкости под действием градиентов температуры. - ПМТФ, 1966, № 1.
15. Флемингс М. Процессы затвердевания. М.: Мир, 1977.

УДК 536.425:669.275*849

ИССЛЕДОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ РАСПЛАВОВ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

М.С.Агафонов, А.А.Бабарэко, И.Н.Белокурова, Н.Ф.Богданова,
В.С.Земсков, В.Л.Левтов, Л.В.Лесков, М.З.Мухоян, В.В.Романов,
В.В.Савичев

Исследование кристаллизации металлов и сплавов в невесомости в отсутствие контакта со стенками контейнера необходимо для выявления особенностей формирования структуры получаемых образцов, а также данных о влиянии поверхностных эффектов на кристаллизацию расплавов.

Первый отечественный эксперимент по бесконтейнерному затвердеванию в условиях невесомости был проведен на станции "Салют-5" [1]. Исследования образцов из 4-х компонентного сплава показали, что в случае сложного состава или большого содержания примесей затвердевание протекает по дендритному механизму. С целью получения новой информации о процессах, сопровождающих затвердевание жидкого металла при бесконтейнерной кристаллизации в условиях малых ускорений ($\sim 10^{-5}$ м/сек²) был подготовлен и проведен эксперимент с использованием образцов из высокочистых металлов.

Для эксперимента были взяты медь с содержанием примесей $Fe < 0,01$ вес. %, Pb , Ni , $Zn \ll 0,01$ вес. % и серебро марки 99.996. Из исходных материалов было приготовлено 4 серебряных и 2 медных заготовки. Вес одного образца из серебра 1,3 - 1,5 г, из меди - 4,1 - 4,2 г. Образцы помещались в специальный контейнер (рис.1), установленный в тигле экзотермической печи. Контейнер собирался из набора графитовых колец различной конфигурации и представлял собой трехсекционную конструкцию. В первой секции проводилось плавление заготовки из меди и ее затвердевание, во второй и третьей секциях проводилось плавление заготовок из серебра и их кристаллизация. Было изготовлено два идентичных контейнера, в которых одновременно проводились одни и те же эксперименты. Температура во время проведения эксперимента не регистрировалась. Однако были проведены наземные измерения поля температур в аналогичных контейнерах (рис.2), из которых следует, что максимальная температура в горячей зоне печи составляла $1250^{\circ}C$, в холодной - $1000^{\circ}C$, через 10 минут после начала процесса нагрева - $800^{\circ}C$ и $600^{\circ}C$, соответственно.

На таблице XI представлен внешний вид образцов меди (а) и серебра (б), полученных в условиях невесомости. Визуально они имели сферическую форму с рельефной поверхностью, в некоторых местах на поверхности заметны небольшие вмятины. Размер медных образцов ~ 9 мм в диаметре, серебряных образцов ~ 6 мм.

В процессе исследования образцов было определено отклонение реального профиля образцов от идеальной сферы с помощью прибора "Talysond -100", измерена плотность образцов методом гидростатического взвешивания и определено наличие и расположение крупных пор в объеме образцов методом рентгеновской дефектоскопии. Исследования структуры поверхности и сечений образцов проводились на оптических и электронном микроскопах.

Измерения круглости показали, что максимальное отклонение от круглости полученных образцов составляет 100-120 мкм (рис.3). Результаты измерения плотности образцов представлены в таблице I. Сравнение вычисленных плотностей с табличными данными показывает, что плотность медных сфер ниже, а плотность серебряных сфер соответствует табличным данным (таблица I).

Для рентгеновской дефектоскопии было отобрано по одному образцу каждого материала, которые имели наименьшую плотность. В медном образце было обнаружено несколько пор - крупная, имеющая сложную форму с характерным размером ~ 3 мм, и несколько мелких пор, имеющих сферическую форму, диаметром 1 мм (таблица XII, а). Серебряный образец пор не содержал (таблица XII, б)

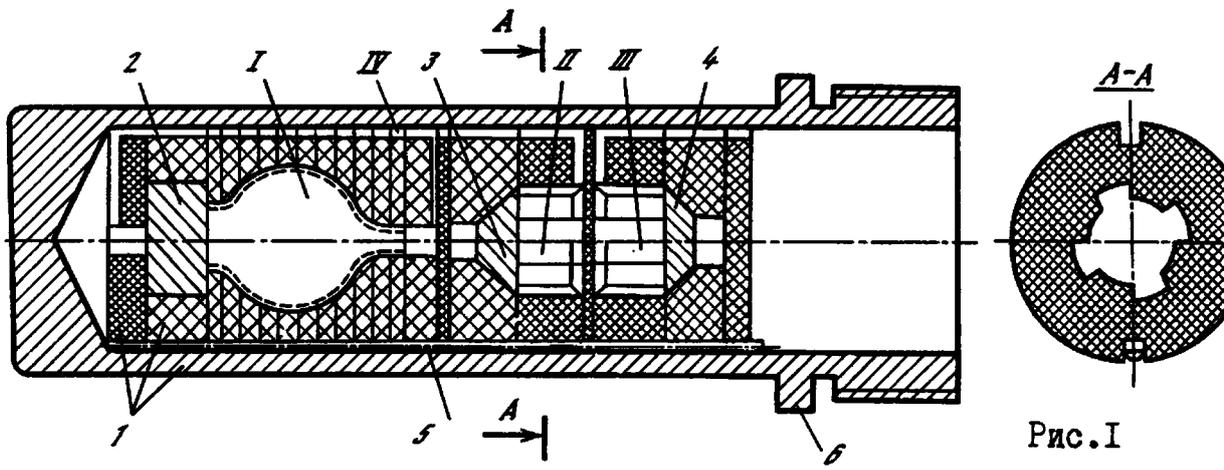


Рис. I

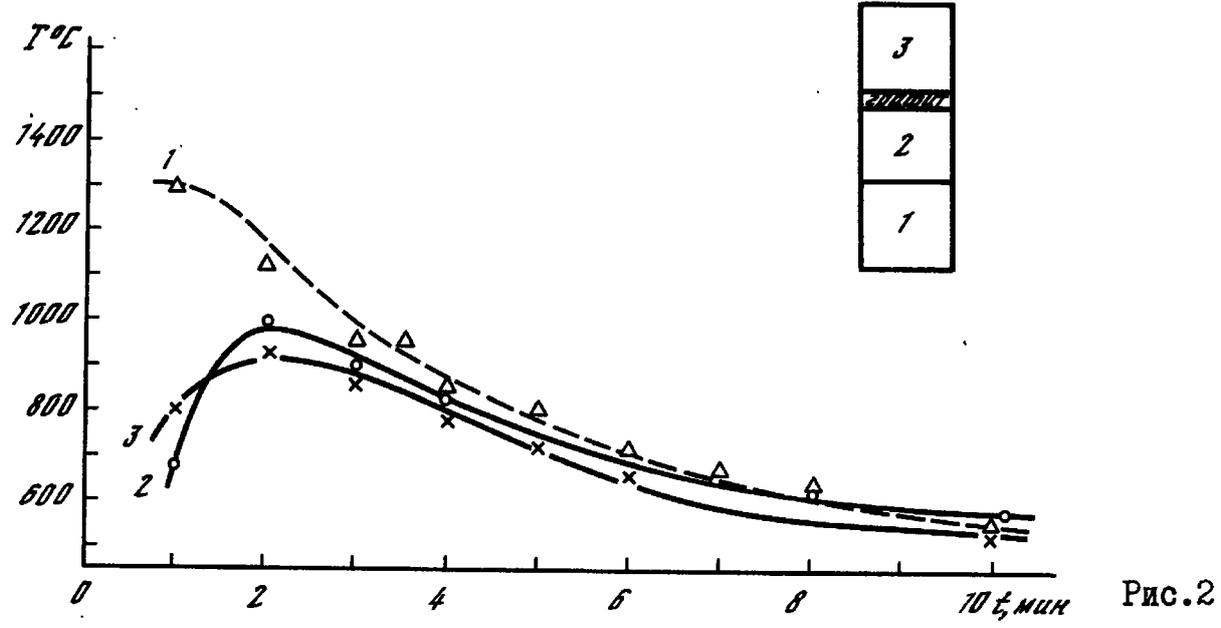


Рис. 2

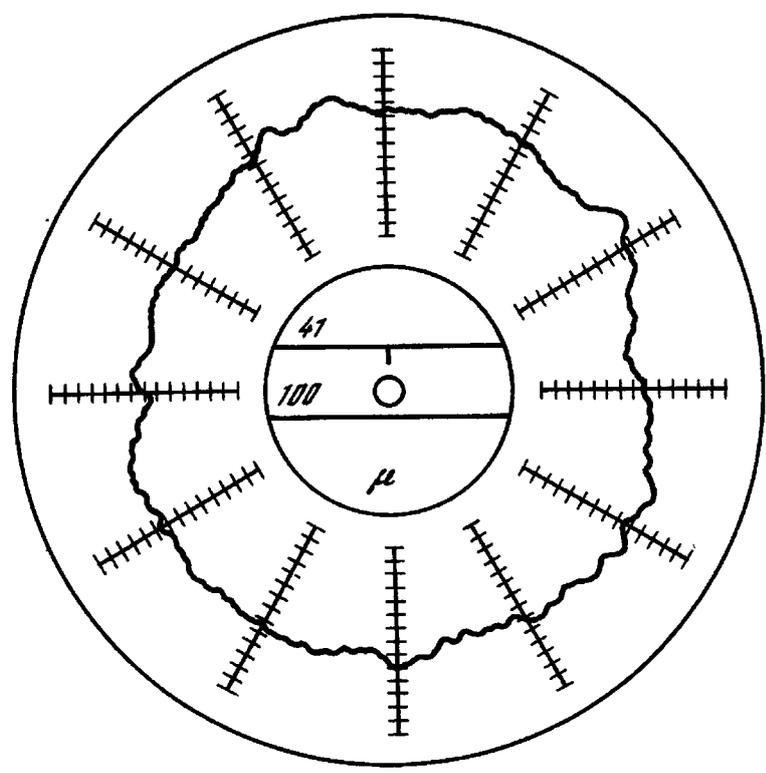


Рис. 3

Таблица I

Материал	№ образца	Измеренная плотность	Табличные данные
Медь	1	$7,794 \pm 0,001$	8,92 [2]
	2	$8,851 \pm 0,001$	
Серебро	1	$10,416 \pm 0,001$	10,42-
	2	$10,418 \pm 0,001$	10,59 [2]
	3	$10,362 \pm 0,001$	

Возможными причинами искажения формы полученных образцов может быть неравномерная усадка материала при кристаллизации, а также деформация под действием остаточных ускорений. Оценим порядок деформации расплавленного шара за счет остаточных ускорений. Величину деформации h можно подсчитать по формуле (I), если предположить, что сила давления массы шара на стенку контейнера уравнивается силой поверхностного натяжения, приложенной к контуру касания шара и поверхности контейнера

$$h = \frac{m^2 g^2}{8\pi^2 R \sigma^2}, \quad (I)$$

где m - масса шара, R - радиус шара, r - радиус окружности касания, σ - коэффициент поверхностного натяжения. Отклонение от идеальной формы при $g/g_0 \sim 10^{-6}$ дает величину менее 10^{-12} см, и следовательно, влиянием остаточных ускорений на деформацию образцов можно пренебречь. Оценка максимально возможного отклонения формы образцов за счет неравномерной усадки дает величину 100-120 мкм, что хорошо согласуется с обнаруженными отклонениями от идеальной формы шара. Как показывают те же оценочные расчеты, образование полостей в медной сфере может быть также результатом образования усадочной раковины в закристаллизовавшемся образце. Характерный размер усадочной раковины, полученный с помощью оценочных расчетов, составляет ~ 4 мм, что также хорошо согласуется с экспериментальными данными для медного образца.

При исследовании поверхности было установлено, что как для медных, так и для серебряных образцов выявляются выпуклые зерна. Границы зерен образуют сетку на поверхности сфер (таблица XIII, а, образец меди, увеличение 100 и таблица XIV, а, образец серебра, увеличение 100). В стыках между отдельными зернами наблюдаются вкрапления в виде более мелких образований сферической формы (таблица XIII, б, образец меди, увеличение 1000).

В поперечном экваториальном сечении медного образца выявлена структура, подобная структуре поверхности (таблица XIV, б, увеличение 8). В большей части образца она состоит из параллельных рядов четырехугольных зерен со скругленными углами. Зерна имеют одинаковое направление кристаллографического роста. Рентгеновские исследования текстуры образца методом обратных полюсных фигур показали, что медная сфера имеет псевдомонокристаллическую структуру.

Структура медной заготовки, из которой были изготовлены экспериментальные образцы, представлена на таблице XIV, в (увеличение 32). Это мелкокристаллическая структура с произвольной ориентацией зерен и формой. Сравнение картин структур, полученной в невесомости, исходной заготовки и имеющих место на Земле при получении меди показывает, что в условиях невесомости была получена структура, существенно отличная от ранее известных структур.

Видимо, это отличие связано с теми тепловыми условиями, которые были реализованы при проведении эксперимента в условиях невесомости. Оценка градиента температуры, сделанная по наземным экспериментам в аналогичных тиглях, составляет не выше $3^{\circ}/\text{см}$. Расчет величин критериев Грасгофа, Прандтля и Марангони (см. таблицу 2) указывает на возможность существования термокапиллярной конвекции, которая, судя по структуре вещества, не могла существенно влиять на состояние расплава в объеме.

Таблица 2

Критериальные числа	Материал	
	Cu	Ag
Число Рэлея	0,0061	0,1417
Число Прандтля	$6,1 \times 10^{-3}$	0,2
Число Марангони	60	1710
Число Грасгофа	1,0	0,7
Ma/Pr	6×10^4	10^4

Если предположить, что в расплавах меди и серебра возникали значительные области переохлаждения, то возможно спонтанное образование зародышей одновременно в значительной части объема. Тот небольшой градиент температуры, который существовал в расплаве, видимо, оказался достаточным для упорядоченного направленного роста зерен.

Л и т е р а т у р а

1. Гришин С.Д., Лесков Л.В., Савичев В.В. Космическая технология и производство. М.: Знание, 1978, № 4 (Сер. "Космонавтика").
2. Таблицы физических величин: Справочник/ Под ред. И.К.Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.

УДК 621.315.592:629.7

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА УСТАНОВКЕ "КРИСТАЛЛ" НА СТАНЦИИ "САЛЮТ-6"

В.Т.Хряпов, В.А.Федоров, Н.А.Кульчицкий, Е.В.Марков

Введение

Интерес, проявляемый к полупроводниковым материалам, связан с их бурным проникновением практически во все области науки и техники. Однако даже современный достаточно высокий уровень технологии получения полупроводниковых материалов уже не в состоянии обеспечить необходимого структурного совершенства, однородности электрофизических и структурных параметров ряда соединений и элементарных полупроводников. Пределы совершенствования технологических процессов, в частности, обусловлены действием сил земного тяготения, так как гравитация оказывает существенное влияние на протекание процессов диффузии, конвекции, осаждения при получении полупроводниковых кристаллов. Поэтому ученые и технологи возлагают надежды на технологию космического полупроводникового материаловедения, которая использует такие уникальные особенности космического пространства, как невесомость, вакуум, наличие высоких и низких температур и солнечную радиацию.

Существует несколько факторов, определяющих актуальность и перспективность технологии космического полупроводникового материаловедения. Во-первых, это наличие левитации и отсутствие конвекции, определяющие особенности поведения веществ в условиях невесомости. Во-вторых, полупроводниковые материалы обычно используются в высокотехнологичных изделиях, когда стоимость, добавляемая самим процессом производства, достаточно велика. В-третьих, для удовлетворения практически всех потребностей народного хозяйства требуются сравнительно не очень большие количества материалов, поэтому вопрос о доставке грузов на орбиту не возникает. В-четвертых, характеристики некоторых полупроводников, например, германия, антимонида индия и других дают возможность исследовать особенности технологии их получения в космических условиях даже с помощью относительно простых установок.

Основными задачами современной космической технологии полупроводникового материаловедения являются:

- изучение возможности использования специфических условий космоса для технологических целей;

- разработка теоретических основ и методик проведения технологических экспериментов по выращиванию полупроводниковых объемных монокристаллов и пленочных структур в космосе;

- разработка и создание специальной технологической аппаратуры для получения полупроводниковых материалов в космосе;

- изучение процессов выращивания полупроводниковых объемных монокристаллов и пленочных структур из газовой и жидкой фаз без контакта растущего кристалла со стенками контейнера в условиях невесомости, а также влияния условий космического полета на структурное совершенство выращенных кристаллов;

- изучение процессов массопереноса и кристаллизации в космических условиях для оптимизации известных процессов земной технологии;

- разработка и создание высококачественных изделий электронной техники на основе материалов, полученных в космосе;

- оценка возможности опытно-промышленного производства полупроводниковых материалов в условиях невесомости, а в дальнейшем и структур сверхбольших интегральных схем с использованием молекулярно-лучевой эпитаксии, ионной имплантации, плазмохимии, электроннолучевой фотолитографии с целью создания сухих процессов формирования структур.

Многоцелевая специализированная аппаратура "Кристалл"

Для решения поставленных задач была разработана технологическая установка "Кристалл", состоящая из трех блоков: электропечи "Кристалл-1", блоков спецвычислителя "Кристалл-2" и комплекта кассет с технологическими контейнерами "Кристалл-3".

При создании аппаратуры ставилась задача обеспечить проведение экспериментов с широким кругом материалов, используемых в производстве изделий микроэлектроники. Кроме того, комплексно решались задачи точного измерения и поддержания температуры, а также учитывались специфические требования к построению бортовой аппаратуры, такие как минимальный вес, габариты и энергопотребление в сочетании с высокой надежностью, удобством обслуживания и безопасными условиями проведения экспериментов. Общий вид аппаратуры представлен на таблице XV, а.

Установка "Кристалл" существенно отличается от созданной одновременно отечественной аппаратуры "Сплав" и от аналогичных зарубежных технологических установок, предназначенных для работы на орбитальных станциях. Разработчики установки "Кристалл", обобщив опыт

Краевая задача для температуры (I.1)–(2.1) оказывается тождественной решенной ранее задаче (I.1)–(I.2) и распределение $T(x, y)$ совпадает с (I.4).

Для концентрации $C(x, y)$ с учетом граничных условий (2.3) получим решение

$$C(x, y) = y - \beta T(x, y). \quad (2.4)$$

Характер изолиний концентрации показан на рис.3. Отрицательные значения соответствуют нормальной термодиффузии, поэтому легкая компонента сосредотачивается у нагретой стенки. В случае аномальной термодиффузии ($\beta > 0$) легкая компонента диффундирует в более холодные области.

Вычисляя производные $\partial T / \partial y$ и $\partial C / \partial y$ из распределений (I.4) и (2.4) и подставляя их в уравнение (I.9), после интегрирования найдем выражение для угловых отклонений лучей

$$\begin{aligned} \varepsilon(x, y) = E \xi (1 - \xi) x + \\ + \frac{4}{\pi} \Lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}(2n+1)(2-x)\pi - \operatorname{ch}(2n+1)2\pi}{(2n+1) \operatorname{sh}(2n+1)2\pi} \cos(2n+1)\pi y. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Параметр $\xi = \varepsilon_T / \beta = -\beta_2 C^\circ / \beta_1 T_0$ определяет вклад в величину угловых отклонений поперечного градиента концентрации. Для большинства газовых смесей $-1 \lesssim \xi \lesssim 1$, а $-1 < \beta < 1$.

Из формулы (2.5) для $\varepsilon(x, y)$ следует, что при одинаковых концентрациях на границах AB и CD ($\xi = 0$) распределение угловых отклонений совпадает с $\varepsilon(x, y)$ для полости с непроницаемыми стенками, рассмотренной в п.1. Поперечный градиент концентрации приводит к добавочному угловому отклонению, одинаковому для всех лучей, распространяющихся в полости. Примеры графиков $\varepsilon(x)$ для характерных лучей при некоторых значениях параметров смеси изображены на рис.4.

Из графиков видно, что с помощью поперечного градиента концентрации можно управлять лучами, распространяющимися в полости. Для световых пучков небольших размеров всегда можно подобрать величину и направление градиента, чтобы угловые отклонения на выходе из полости были близки к нулю. Для среднего отклонения лучей в полости получим $\bar{\varepsilon} \leq 2E |\xi(1-\xi)| + |\Lambda|$. При $\xi = 1$ величина $\bar{\varepsilon} = E$ обусловлена только температурными неоднородностями; в отсутствие термодиффузии $\bar{\varepsilon} \leq 2E |\xi(1-\xi)|$.

В заключение заметим, что изучение распространения света в неоднородных двухкомпонентных газовых средах представляет интерес и для теории газодинамических оптических волноводов. В работах, посвященных этим вопросам, например, [8-10], как правило, рассматриваются способы управления световым пучком, основанные на зависимости показателя преломления только от температуры.

Использование бинарных смесей для создания термогазовых линз может, по-видимому, значительно улучшить их эффективность:

Л и т е р а т у р а

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехтеориздат, 1953.
2. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
3. Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. М.; Л.: Физматгиз, 1962.
4. Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1966.
6. Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М.: Физматгиз, 1962.
7. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
8. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
9. Мартыненко О.Г., Колесников П.М., Колпацников В.Л. Введение в теорию конвективных газовых линз. Минск: Наука и техника, 1972.
10. Галин Н.Е. Плоские задачи аэротермооптики. - Инж.-физ. журн., 1979, т. 36, № 2.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ И СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 531.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩАЮЩИХ УСКОРЕНИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

А.П.Лебедев, В.И.Полежаев

I. Постановка задачи. При изучении физических процессов в условиях невесомости обычно считается, что на борту аппарата реализуется состояние теоретической невесомости ($g = 0$). На следующей стадии исследований предполагается, что возмущения малы и постоянны. Именно такие предположения использовались при расчетах конвекции, переноса тепла и массы, и было показано, что влияние слабых массовых сил может быть весьма существенным [1-4]. Поэтому возникает необходимость построения полной модели поля сил реального орбитального полета с учетом пространственно-временных зависимостей. Такие данные в существующей литературе крайне ограничены. Некоторые оценки возмущающих сил в орбитальном полете приводятся в работах [5], [7], однако не содержат сколько-нибудь полной классификации и обзора сил, действующих в условиях невесомости и анализа существующих данных.

Сформулируем более точно представление о возмущающих ускорениях в орбитальном полете. Для орбитального движения на удалении от гравитирующего центра имеем

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F + Q, \quad (1)$$

где F - сила тяготения, Q - возмущающая сила. Положим $Q = 0$, тогда

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = g. \quad (2)$$

Условие невесомости (2) выполняется лишь в центре масс КА. Это относится, в частности, и к простейшему (прямолинейному движению) - свободному падению (в силу неоднородности поля тяготения). В случае различия, вызываемого внешними возмущениями инерционного и гравитационного ускорений возникает ускорение, которое в силу принципа эквивалентности можно связать с понятием тяжести. Анализ возмущенного ускорения (или пониженной тяжести [5]) будем проводить, как принято, по отношению к величине g_0 - ускорению свободного падения на поверхности Земли.

При подходе к математическому или физическому моделированию условий орбитального полета представляется целесообразным классифицировать возмущающие силы по принципу их физического происхождения следующим образом: 1) гравитационные возмущения (неоднородность поля тяготения Земли, собственное тяготение массы аппарата); 2) возмущения космической средой (воздействие среды на оболочку и агрегаты КА); 3) возмущения, связанные с функционированием систем аппарата (работа управляющих двигателей, экипажа, систем жизнеобеспечения и др.).

В таблице I приводятся оценки микроперегрузок для модели КА, представленной на рис. I ($m = 32\text{т}$; $l = 28\text{ м}$).

Таблица I

I. Гравитационные	2. Космической средой	3. Работой систем КА
Градиентные 10^{-6}	Аэродинамические 10^{-6}	Системой управления $10^{-2} - 10^{-7}$
Собственным тяготением 10^{-9}	Солнечные 10^{-8}	Работой экипажа $10^{-3} - 10^{-6}$
	Магнитные 10^{-12}	Др. системами
	Микрометеоритные 10^{-13}	

Возмущающие силы и моменты приводят к поступательным и вращательным движениям КА, которые вызывают поступательные a/m , центробежные ($\omega \times [\omega \times r]$) и вращательные (угловые) ($dw/dt \times r$) ускорения. Как будет показано, возмущения I и II класса знакопеременные, близкие к гармоническим, с частотой, соизмеримой с частотой обращения ИСЗ.

Анализ возмущений III группы, которые носят вибрационный характер с непрерывным спектром частот, затруднен сложностью и многообразием систем КА, в особенности пилотируемых. Однако, для космической технологии наибольший интерес представляют собственные частоты колебаний КА, так как в случае совпадения возмущающих, работой систем КА, частот с собственными, возникает резонансное колебание, при котором

произойдет резкое возрастание амплитуды вибрации КА. Таким образом, непрерывный спектр возмущений работой технических КА можно охарактеризовать собственными частотами колебаний конструкций. Представляя КА (рис. I) простейшей моделью, неопертой балки трубчатого сечения, согласно классическим методам упругости (6), можно получить значения собственных частот в зависимости от интенсивности распределения массы (m/l) (табл. 2)

$$P_k = \alpha^2 \sqrt{EI / \left(\frac{m}{l}\right)}. \quad (3)$$

Таблица 2

$l(m)$	m 10^3 кг	m/l	$P_1(\Gamma_4)$ $\alpha_1 l = 4,73$	$P_2(\Gamma_4)$ $\alpha_2 l = 7,853$	$P_3(\Gamma_4)$ $\alpha_3 l = 10,996$
28	32,5	1547	24,8	68,6	121,9
21	25,5	1214	39,4	105,3	162,1
14	18,5	1321	89,8	254,2	477,3
7	7,0	1000	258,2	712,7	1392,1
37	85,0	2290	18,3	48,6	95,4

Возмущающие ускорения, возникающие в орбитальном полете, состоят, таким образом, из низкочастотных вибраций относительно некоторого уровня, который сравнительно медленно изменяется при обращении КА вокруг Земли.

2. Исходные уравнения. Ниже рассмотрена задача о численном моделировании вращательных ускорений, возникающих при колебании КА, вызываемым действием гравитационного поля и аэродинамическим моментом, на основе уравнений Эйлера, уравнений движения твердого тела вокруг центра масс. Эти уравнения представляют систему трех дифференциальных уравнений второго порядка относительно углов Эйлера как функций времени, которые лишь в приближении для области малых угловых координат системы линеаризуются. Как известно, уравнениям Эйлера можно сопоставить эквивалентную систему шести уравнений первого порядка, где в качестве неизвестных взяты шесть функций времени (уравнение Гамильтона): обобщенные координаты q_i и обобщенные импульсы p_i . Анализ решений задач движения относительно центра масс в гравитационном поле Земли в такой постановке рассмотрен в монографии В.В.Белецкого [1]. Каноническая система уравнений в общем случае записывается в виде

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + Q_i \quad (4)$$

где A_i, p_i - обобщенный угол и импульс для гравитационного поля Земли, гамильтониан H имеет вид

$$H = \frac{1}{2}(Ap^2 + Bq^2 + Cz^2) + \frac{3}{2} \frac{\mu}{R^3} [(A-C)\gamma^2 + (B-C)\gamma'^2] + \frac{1}{2} \omega_0^2 [(B-A)\beta^2 + (B-C)\beta''^2] + B\omega_0 \theta_s, \quad (5)$$

при этом A, B, C - моменты инерции относительно центральных осей, μ, R, ω - гравитационный параметр, радиус орбиты и средняя угловая скорость обращения, $\beta, \beta', \beta'', \gamma, \gamma', \gamma''$ - направляющие косинусы, для связанной системы координат.

Можно показать, что обобщенная диссипативная сила (Q_i) есть суммарный момент внешних возмущающих сил при условии, что в качестве обобщенной координаты θ_i выбран угол поворота вокруг i главной оси.

Ограничимся рассмотрением аэродинамического момента, вычисленного для стандартных тел (сфера, цилиндр, конус, пластина). Для последних по известным моделям атмосферы Земли [3] рассчитываются аэродинамические силы, которые можно представить в виде

$$\begin{aligned} F_1^k &= -C_x S^k \tilde{q}, \\ F_2^k &= -C_n \alpha_1 / \sqrt{1 - \alpha_1^2} S^k \tilde{q}, \\ F_3^k &= -C_n \alpha_3 / \sqrt{1 - \alpha_1^2} S^k \tilde{q}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\alpha_i = j_i \beta$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$ здесь и далее суммирование по повторяющимся индексам, γ_{ik} - матрица перехода от связанной системы координат к орбитальной, $\beta_i = V_i/V_0$ - направляющие косинусы вектора скорости набегающего потока, коэффициенты $C_x, C_n(\alpha)$ - определяются для каждой k -ой стандартной геометрической формы отдельно, S^k - площадь мицеля, $\tilde{q} = \rho V_0^2 / 2$, ρ - плотность атмосферы, рассчитываемая по модели несферической атмосферы Земли [3], $V_0 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2}$.

Таким образом, обобщенная диссипативная сила (аэродинамический момент) приводится к виду

$$\bar{Q}_i = [\bar{F}_i^k \times \bar{e}_d^k],$$

где \bar{e}_d^k - расположение центра давления k -го тела относительно начала связанной системы координат ЛА.

Выражая проекции скорости (p, q, z) относительно центра масс на связанную систему координат, через обобщенный импульс p_i , аналогично [1], получаем исходную для численного моделирования систему угловых пространственных движений ЛА относительно центра масс в гравитационном поле, которая в отличие от классических задач [1], учитывает силы аэродинамического торможения КА.

После некоторых преобразований получаем исходную систему уравнений угловых движений КА относительно центра масс в гравитационном

поле Земли с учетом аэродинамического торможения в переменных угло-импульс

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_1 &= (\tau - \rho) \cos \theta_3 / \cos \theta_2, \\ \dot{\theta}_2 &= (\rho \cdot \cos \theta_3 + \tau \sin \theta_3), \\ \dot{\theta}_3 &= q - \operatorname{tg} \theta_2 \cos \theta_3 (\tau - \rho), \\ \dot{p}_i &= - (A\rho \frac{\partial p_i}{\partial \theta_i} + Bq \frac{\partial q}{\partial \theta_i} + C\tau \frac{\partial \tau}{\partial \theta_i} - \omega_0^2 [(B-A)\beta \frac{\partial \beta}{\partial \theta_i} + \\ &\quad + (B-C)\beta'' \frac{\partial \beta_i}{\partial \theta_i}] + \theta_i, \quad i=1,2.\end{aligned}\quad (8)$$

$$\dot{p}_3 = \frac{d\rho}{dt} - B\omega_0.$$

Выражения для $\partial p / \partial \theta_i$, $\partial q / \partial \theta_i$, $\partial \tau / \partial \theta_i$, $\partial \beta / \partial \theta_i$, $\partial \beta' / \partial \theta_i$, $\partial \beta'' / \partial \theta_i$ могут быть получены из соотношений, приведенных в [1], и в связи с их громоздкостью здесь не приводятся.

Решения уравнения (8) позволяют вычислять собственную угловую скорость КА $-\omega\{p, q, \tau\}$. Таким образом, для точки, удаленной от центра масс на расстояние τ , возмущающее суммарное ускорение будет включать поступательное, вызываемое действием на КА массой внешних сил (аэродинамических), вращательное и центробежное, вызываемое возмущающими моментами и градиентами гравитационного поля

$$W = F/m + \dot{\omega} \times \tau + \omega \times \omega \times \tau. \quad (9)$$

Численное интегрирование исходной системы построено на базе метода Рунге-Кутты с переменным шагом. Так для $H = 1$ сек точность расчета составляет $10^{-9} g_0$, время интегрирования для ЭВМ ЕС 1040 одного оборота ИСЗ на высоте 250 км составляет около 15 мин. Проекции возмущающих ускорений (9) визуализируются с помощью пакета программ графической обработки на графопостроителе ЕС 7054.

Для теста программы численного интегрирования использовалось уравнение Тиссерана для круговой орбиты без учета аэродинамических возмущений

$$\frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + 3\omega_0^2 \frac{A-C}{B} \sin \theta_3 \cos \theta_3 = 0, \quad (10)$$

имеющее аналитическое решение

$$T = (2\pi / \omega_0) / \sqrt{3 \frac{A-C}{B}}, \quad (11)$$

$$\theta_{\max} = \arcsin(\dot{\theta}_0^2 (\frac{A-C}{B}) \omega_0^2 / 3 + \sin^2 \theta_0).$$

Уравнение (11) описывает гармонические колебания модели КА, здесь $\theta_0, \dot{\theta}_0$ - начальные условия.

3. Результаты численного моделирования. Для модели КА, представленной на рис. I, в режиме гравитационной стабилизации (ось X направлена к центру Земли) можно ограничиться следующей упрощенной си-

стемой уравнений, получаемой из системы (8)

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_3 &= p_3 / B, \\ \dot{p}_3 &= - \left[\frac{3\mu}{R^3} (A - C) \sin \theta_3 \cos \theta_3 + B \dot{\omega}_0 \right] + M_3. \end{aligned} \quad (12)$$

Орбита будет оставаться плоской, слабоэллиптической, возмущающие аэродинамические силы будем считать пространственными. В такой постановке входные параметры исходной системы (12) можно разбить на пять групп (таблица 3), оказывающих различное влияние на уровень микроперегрузок.

Таблица 3

Группа	Параметры	Примечания
I. Конструктивные	A, B, C, m, S	Моменты инерции, масса и площадь мишеля КА
2. Технологические	t, z_i	Время процесса и удаление аппаратуры от центра масс КА
3. Траекторные	H_0, e, i^0	Высота, эксцентриситет, наклонение орбиты
4. Начальные	$\theta_i^0, \frac{\partial \theta_i^0}{\partial t}$	Начальные углы и скорости КА относительно связанной системы координат
5. Внешняя среда	F_{107}, \tilde{S}, T	Параметры, определяющие модель атмосферы Земли /3/.

Результаты расчетов согласуются с аналитическим решением по периоду колебаний (II) с точностью I-5% и показывают, что время колебаний уровня микроперегрузок определяется соотношением $(A-C)/B$. Амплитуда колебаний зависит в основном от начальных условий ($\theta^0, \dot{\theta}_0$). Средняя величина микроперегрузок определяется аэродинамическими возмущениями, которые зависят в свою очередь от мишеля КА и групп параметров 3,5 (таблица 3).

Некоторые результаты численных расчетов для параметров орбиты $H = 250$ км, $e = 0,01$, $i = 0^0$ параметров КА $A = B = 10^6$ кг/м², $C = 2 \cdot 10^4$ кг/м², $m = 32500$ кг начальных условий $\theta_i^0 = 0$, $p_1 = p_2 = 0$, $p_3 = 1000$, $\dot{\theta}_3^0 = 10^{-3}$ представлены на рис. 3-6. На рис. 2,3,4 - даны зависимости суммарной внешней аэродинамической силы в проекциях

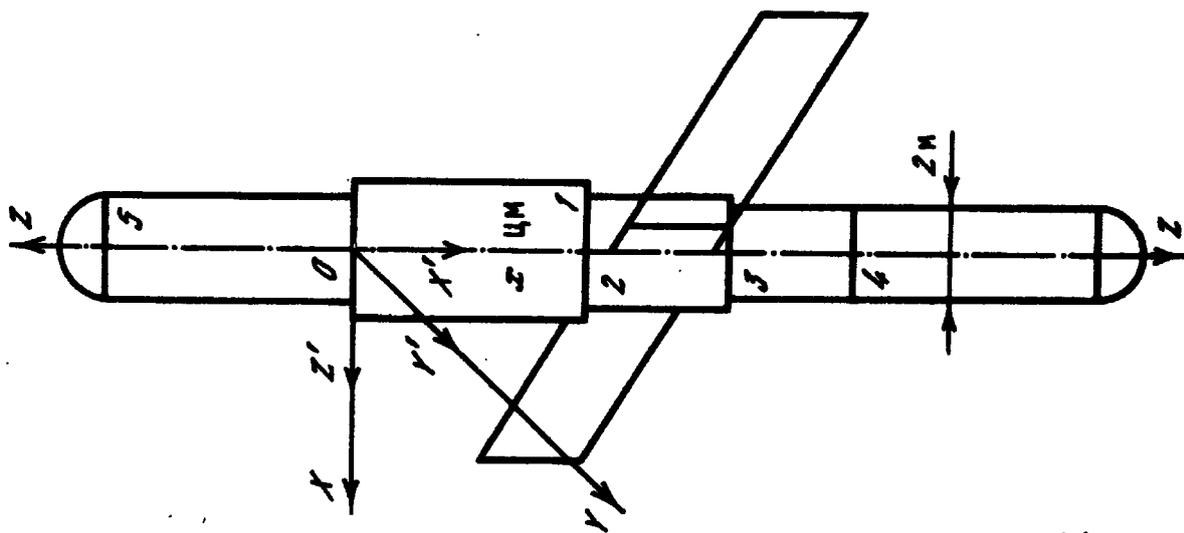


Рис. I

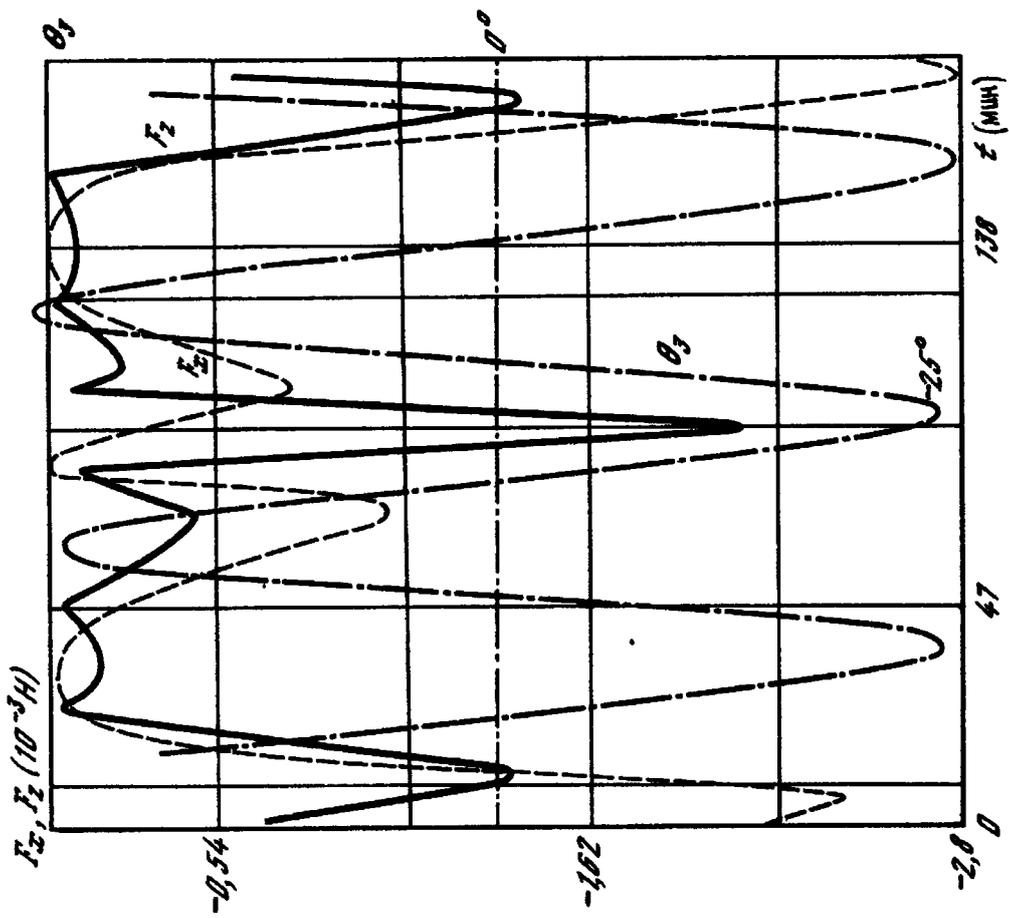


Рис. 2

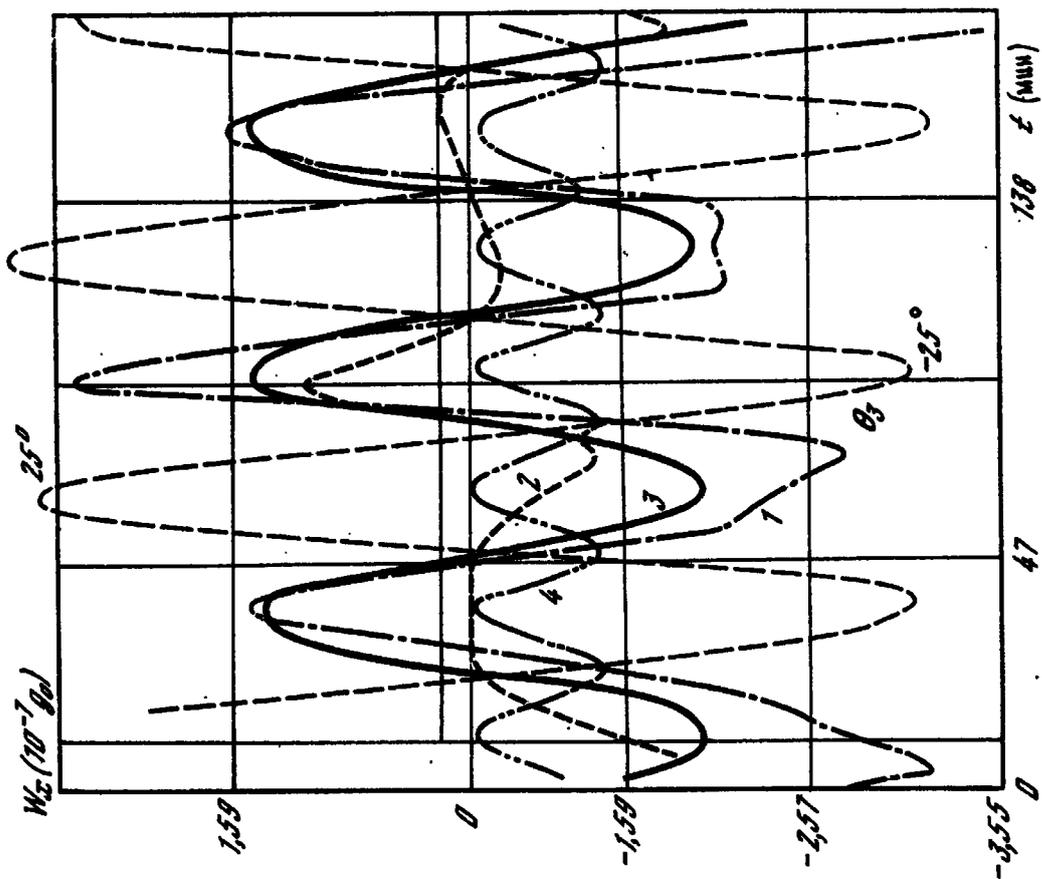


Рис. 4

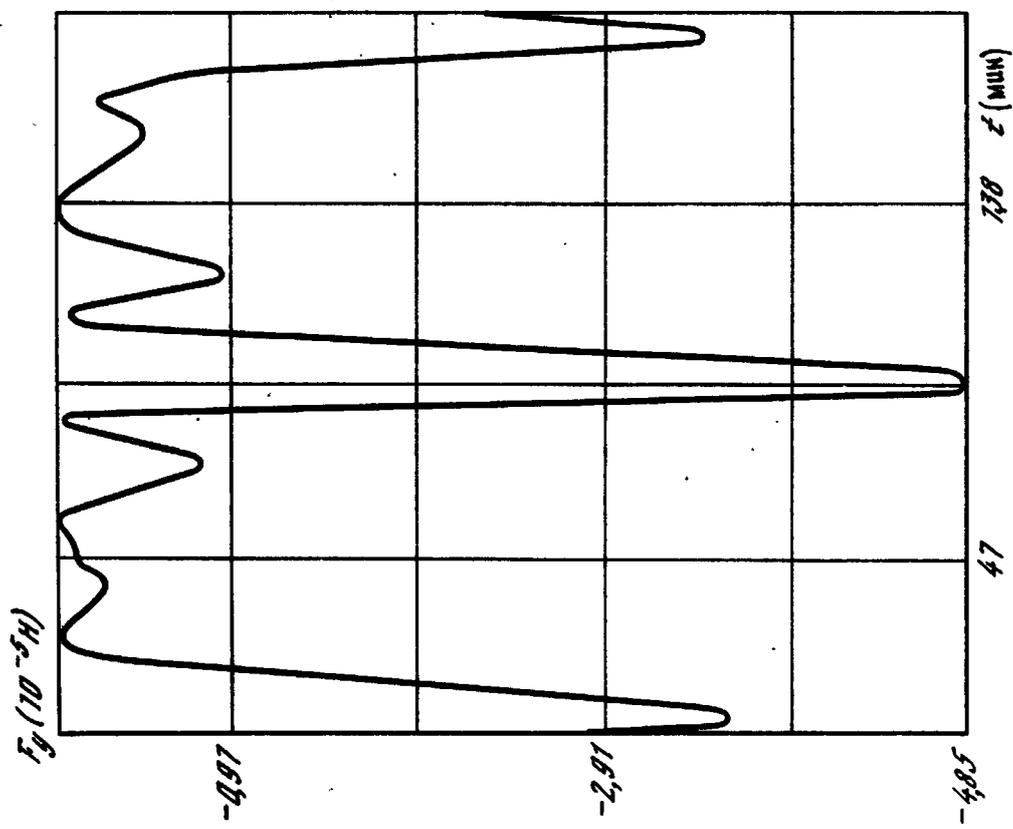


Рис. 3

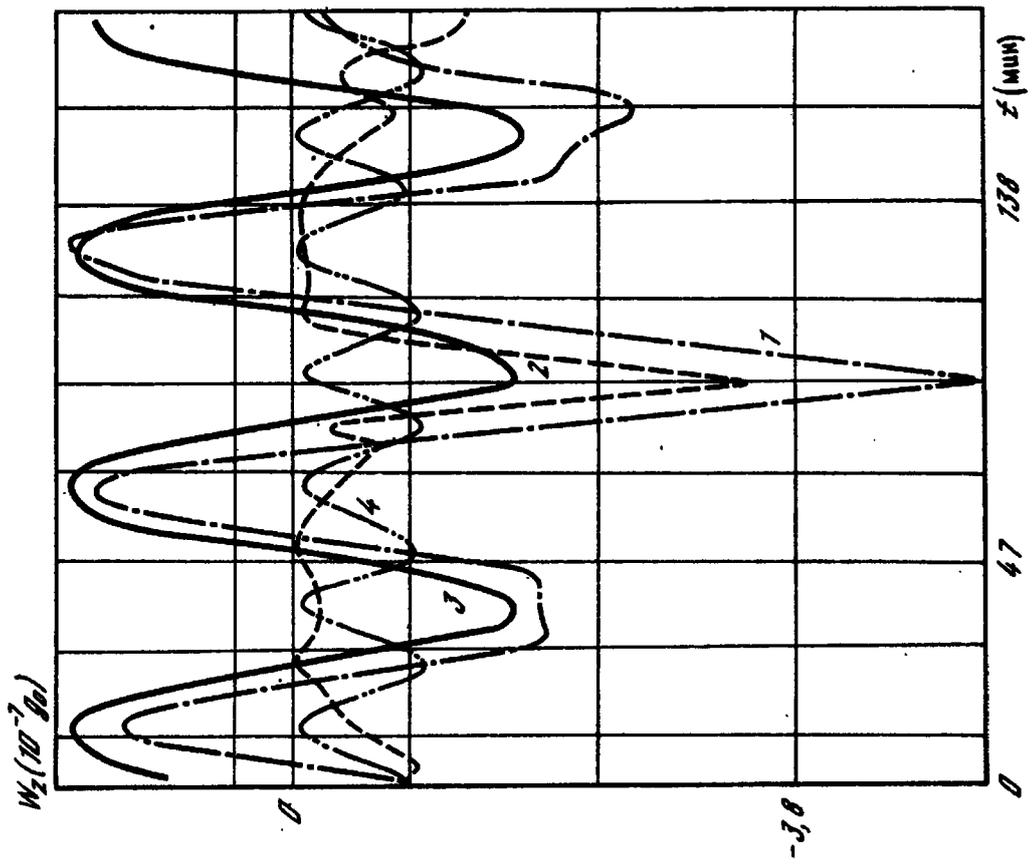


Рис. 6

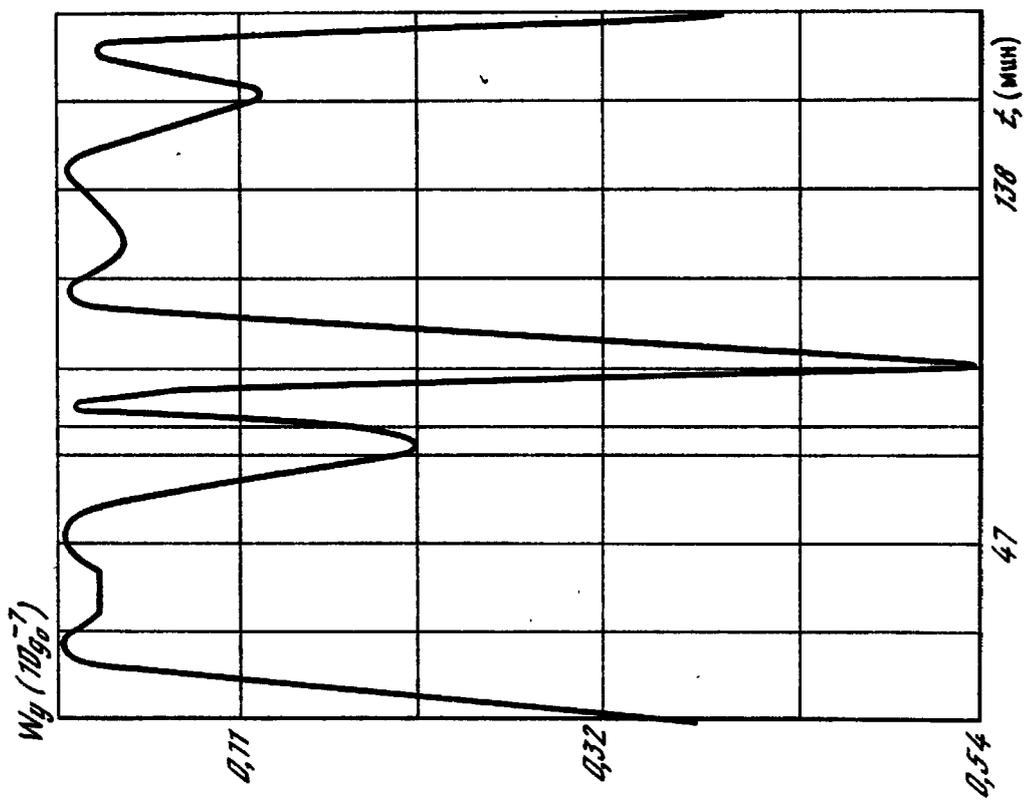


Рис. 5

на оси связанной системы координат XYZ (см. рис.1) (где $F_x^{max} = 0,28 \cdot 10^2 \text{ Н}$, $F_y^{max} = 0,475 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$, $F_z^{max} = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$), действующей на КА в режиме гравитационной стабилизации, когда происходят плоские колебания КА (кривая 3 на рис. 2,4) с амплитудой 25° . Как отмечалось, гравитационные колебания, аэродинамические силы и моменты приводят к возникновению ускорений, проекции которых для удаления от центра масс на 1 м ($z_i = 1,0$) и при расчете на 2 витка ($t = 180 \text{ мин}$) показаны на рис. 4-6. Сумма (W_n) - аэродинамических ускорений (кривая 2) $W_{\omega, \delta}$ - центробежных ускорений (кривая 4) $W_{\omega, p}$ вращательных ускорений (кривая 3) создает периодическую с неправильными пиками картину возмущенного ускорения (кривая 1). Характерно, что знакопеременные вращательные ускорения преобладают над знакопостоянными центробежными. Аэродинамические возмущения для слабоэллиптических орбит ($e = 0,01$) и для высот $H = 250 \text{ км}$ не являются определяющими для проекций W_x, W_z , тогда как для низких слабоэллиптических орбит аэродинамические возмущения нарушают периодичность суммарных возмущений и определяют осредненный уровень микрогравитации.

Следует отметить, что поведение средних величин массовых сил существенно изменяется для другой конфигурации и массы КА (параметры I группы) и режима полета, но колебательный характер микроперегрузок свойственен, вообще говоря, любой конфигурации КА, находящейся в стабилизированном положении.

Таким образом, результаты расчетов показывают, что в реальных условиях полета поле массовой силы значительно изменяется как по времени, так и в пространстве, и приведенные на рис.4-6 уровни перегрузок, по-видимому, являются тем пределом состояния невесомости, которое можно реализовать в орбитальном движении КА рассмотренного типа. Эти особенности микроперегрузок следует учитывать при анализе конвективных и гидростатических явлений в невесомости, а также при разработке приборов измерения таких уровней на борту ИСЗ.

Л и т е р а т у р а

1. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд - во МГУ, 1975.
2. Ковтуненко В.М., Камеко В.Ф., Яскевич Э.П. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов. Киев: Наук. думка, 1977.
3. Войсковский Н.И. и др. - Космич. исслед., 1973, т. II, №1, с. 70-79.
4. Дубовик К.Г., Никитин С.А., Полежаев В.И. и др. Конвективные процессы в невесомости и их значение в задачах космической технологии. - Наст. сборник.
5. Космическая технология /Под ред. Л.Стега. М.: Мир, 1980.

6. Пановко Я.Г., Губанова М.И. Устойчивость и колебания других систем. М.: Наука, 1979.
7. Olsem R.E., Oskovciak et al. Operation factors affecting microgravity levels in orbit. - AIAA Pap. 1980, N 318.

УДК 532.6:536.24:548.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА КОСМИЧЕСКИХ КОРАБЛЯХ

Л.В.Лесков, В.В.Савичев

Технологические эксперименты, выполненные на различных космических аппаратах в СССР и за рубежом, показали, что приготовление материалов в условиях невесомости во многих случаях ведет к улучшению их структуры. Наблюдается уменьшение плотности дислокаций, повышение однородности распределения примесей в макро- и микромаштабе и улучшение других свойств. Однако в некоторых иных случаях свойства образцов, приготовленных в космосе, например, однородность их химического состава, значительно ухудшились по сравнению с контрольными образцами, полученными по той же технологии на Земле.

Анализ физических механизмов, приводящих к столь различному поведению разных материалов в космосе, носит разрозненный характер и обычно выполняется по отношению к тому или иному конкретному эксперименту. Между тем, для развития физики невесомости как научного фундамента космической технологии и организации в будущем производства новых материалов нужны именно обобщающие и систематические исследования механизмов и факторов, определяющих особенности поведения вещества в космических условиях. Настоящая работа представляет собой попытку продвинуться в этом направлении и посвящена анализу физических эффектов, которые могут приводить к улучшению свойств материалов при их получении в невесомости.

Конкретно в работе рассмотрены два явления, которые наблюдались в технологических экспериментах и с которыми в настоящее время в значительной мере связаны прогнозы получения в космосе улучшенных материалов: 1) снижение плотности дислокаций в образцах, выращиваемых в невесомости методом направленной кристаллизации; 2) повышение однородности распределения примесей и компонентов в космических образцах.

Плотность дислокаций, т.е. линейных дефектов структуры - это один из важнейших показателей совершенства кристаллов. Наличие дислокаций в кристаллах во многом определяет их механические, электрические, оптические и другие свойства. Поэтому задача получения совершенных монокристаллов носит двоякий характер: с одной стороны,

необходимо совершенствовать методы получения бездислокационных и малодислокационных монокристаллов, с другой - нужны способы приготовления кристаллов с заданной дислокационной структурой [1].

Основной механизм возникновения дислокаций связан с пластической деформацией кристаллов и возникновением в них термических напряжений вследствие неоднородного распределения температур в твердой и жидкой фазах. Соответствующие процессы явились предметом детального анализа в работах по физике дислокаций [1-3].

В типичных условиях направленной кристаллизации слитков на установках ампульного типа [4,5] радиальные температурные градиенты малы и основной вклад в зарождение и размножение дислокаций должен быть обусловлен двумя эффектами - продольными градиентами температуры и пластической деформацией растущего кристалла со стенками ампулы вследствие разности их коэффициентов линейного расширения. Если по условиям эксперимента преобладающую роль играет первый эффект, то для плотности дислокаций можно записать [6]

$$N_1 = \frac{\alpha}{b} \nabla T_s - \frac{2 \tau_{кр}}{b G} \frac{1}{d}, \quad (1)$$

где α - коэффициент линейного расширения кристалла, b - среднее расстояние между кристаллографическими плоскостями, ∇T_s - продольный градиент температуры вблизи фронта кристаллизации, $\tau_{кр}$ и G - средние значения критического напряжения и модуля сдвига, d - диаметр кристалла.

Если процессами конвективного теплообмена можно пренебречь, то условие теплового баланса на фронте кристаллизации имеет вид

$$\lambda_s \nabla T_s = \lambda_L \nabla T_L + Q \rho v, \quad (2)$$

где λ_s и λ_L - коэффициенты теплопроводности кристалла и расплава, соответственно, ∇T_L - градиент температуры в расплаве, Q - удельная теплота кристаллизации, ρ - плотность расплава, v - скорость фронта кристаллизации.

Подставляя в (1), получаем для плотности дислокаций

$$N_1 = \frac{\alpha}{b \lambda_s} (\lambda_L \nabla T_L + Q \rho v) - \frac{2 \tau_{кр}}{b G} \frac{1}{d}. \quad (3)$$

В частности, для германия $\alpha = 5,8 \times 10^{-6}$ град⁻¹, $b \approx 4 \times 10^{-8}$ см (направление роста $\langle 110 \rangle$), $\lambda_s \approx \lambda_L \approx 0,13$ Вт/см град, $Q = 410$ Дж/г, $\rho = 5,5$ г/см³ [6,7,11]. Согласно уточненному анализу [1], отношение $\tau_{кр}/G = 3,5 \times 10^{-6}$, а не $2,5 \times 10^{-4}$, как ошибочно принималось в [6]. Пренебрегая на этом основании последним членом в (3), запишем для плотности дислокаций в кристаллах германия

$$N_1 \approx 1,1 \cdot 10^6 (0,13 \nabla T_L + 2,2 \cdot 10^3 v). \quad (3a)$$

Если основной вклад в возникновение дислокаций дает сцепление кристалла со стенками, то соответствующую плотность дислокаций можно оценить по формуле [6]

$$N_2 = \frac{2|\alpha_1 - \alpha_2|(T_{кр} - T_{пр})}{bd}, \quad (4)$$

где α_1 и α_2 - коэффициенты линейного расширения кристалла и стенок ампулы соответственно, $T_{кр}$ - температура кристаллизации, $T_{пр}$ - температурный предел пластичности кристалла.

В случае германия, например, $T_{кр} - T_{пр} \approx 500^\circ$. Если рост кристаллов германия осуществляется в кварцевой ампуле ($\alpha_{кв} \approx 12,2 \times 10^{-6}$ град $^{-1}$ [7]), то после подстановки констант имеем из (4)

$$N_2 = \frac{1,6 \cdot 10^5}{d}. \quad (4a)$$

В космических условиях могут реализоваться оба режима возникновения и размножения дислокаций. В частности, авторы многих работ по направленной кристаллизации образцов в невесомости отмечают, что расплав отрывается от стенок ампулы и контактирует с ними только в области отдельных хребтов сравнительно небольшой площади [1,5,8].

Предпринятая в [8] попытка объяснить это явление инверсией смачиваемости, т.е. изменением краевого угла расплава на поверхности стенки, не выдерживает критики, поскольку смачивание на границе твердой и жидкой фаз определяется межмолекулярными взаимодействиями и не зависит от величины инерционных массовых сил, действующих на систему.

Более вероятна следующая картина процессов на стенках ампулы. В типичных условиях космических экспериментов кварцевые стенки ампулы графитизируются, и расплав германия плохо смачивает их (краевой угол $\vartheta > 90^\circ$). Тем не менее в земных плавках жидкий германий хорошо сцепляется со стенками под действием силы тяжести. В невесомости инерционные массовые силы намного меньше вязких, и состояние поверхности жидкости определяется главным образом силами поверхностного натяжения. В этих условиях свободная жидкость будет стремиться принять сферическую форму, которая соответствует минимуму свободной энергии. Жидкость, заключенная в сосуд, не смачивающая его стенок и имеющая с ними контакт лишь в отдельных случайных точках, будет принимать форму этого сосуда. Именно это и наблюдается в экспериментах. В случае кристаллизации германия, кроме этого, следует иметь в виду, что объем образца при плавлении уменьшается приблизительно на 5% (рис.1).

Если направленная кристаллизация осуществляется в условиях, когда жидкая фаза практически не контактирует со стенками, радиальные градиенты температуры сравнительно невелики, а вкладом конвекции в теплоперенос можно пренебречь, то плотность дислокаций в кристаллах

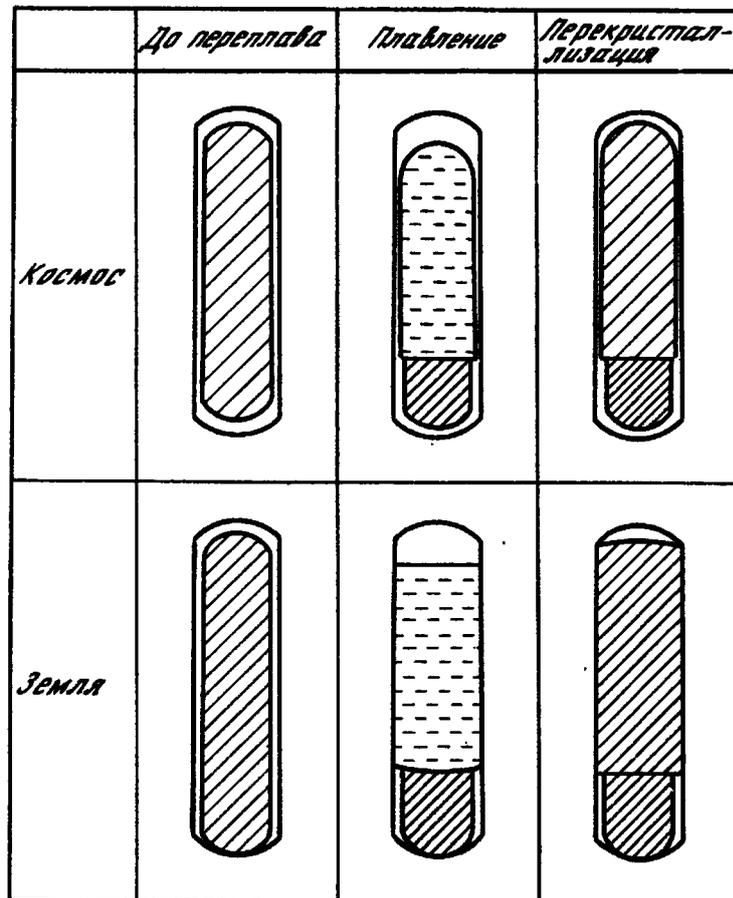


Рис. I

можно оценить по формуле (3). Например, при выращивании монокристаллов германия на установке "Кристалл" на станции "Салют-6" скорость роста $v = 3,1 \times 10^{-4}$ см/с [9]. Подставляя в (3а), находим $N_1 = 1,4 \times 10^4$ см⁻². Минимальное значение плотности дислокаций, измеренное в космических образцах этой серии экспериментов, составило $\sim 2 \times 10^3$ см⁻². При выращивании монокристаллов на ракетах комплекса "Мир-2" скорость фронта $v \sim 1,4 \times 10^{-2}$ см/с и соответственно $N_1 \sim 1,8 \times 10^4$ см⁻². Экспериментальное значение плотности дислокаций было на 1-2 порядка ниже, но контрольные образцы, приготовленные на Земле, обладали поликристаллической структурой.

В контрольных опытах, проводимых на Земле, число Бонда $Bo \geq 1$, и отрыва расплава от стенок ампулы не наблюдалось. В этих условиях именно сцепление кристалла со стенками ампулы могло давать основной вклад в размножение дислокаций. Так, в рассмотренных случаях выращивания кристаллов Ge на станции "Салют-6" и ракетах "Мир-2" [1, 9] диаметр образцов составлял $d = 0,8$ см. Расчет по (4а) дает $N_2 \approx 2 \times 10^5$ см⁻². Контрольные образцы германия, полученные на Земле с помощью аппаратуры "Кристалл", обладали именно такой плотностью дислокаций. Кроме того, в [9] отмечено, что когда в космических усло-

виях на расстоянии ~ 3 см от затравки растущий кристалл начинал соприкасаться со стенками, плотность дислокаций в нем также возрастала до $\sim 2 \cdot 10^5$ см $^{-2}$.

Выполненные оценки плотности дислокаций для двух частных предельных случаев носят, разумеется, сугубо ориентировочный характер. В формуле (3а) не учитывается, например, дополнительный перенос тепла в зону кристаллизации за счет тех или иных конвекционных эффектов (см. ниже). Учет этих эффектов может повести, например, к снижению ∇T_L и соответственно, к уменьшению расчетных значений N_1 .

В общем случае дислокационная структура кристалла зависит от $\nabla_2 T$ и $\nabla_x T$ одновременно, т.е. определяется распределением температур во всей области пластичности [1]. Качественное согласие оценок по формулам (3) и (4) с результатами экспериментов [1,9] объясняется, очевидно, конкретными особенностями этих экспериментов (отрыв расплава от стенок, малое отношение диаметра образцов к их длине и т.д.). Существенно заметить, что в других условиях может возрасти вклад $\nabla_2 T$ в процессы генерации дислокаций. Это, в частности, можно ожидать при переходе к образцам большого диаметра и с увеличением радиального перепада температуры. Большое значение должен иметь также выбор оптимального теплового режима охлаждения образцов.

Для понимания механизма получения в космосе малодислокационных кристаллов важно исследовать процессы гетерогенного зарождения дислокаций, обусловленные наличием в образцах микронеоднородностей (выделение 2-й фазы, точечные дефекты типа примесных атомов, микротрещины и т.д.). Известно, в частности, что даже при величине концентрации примеси $\sim 10^{-3}$ ат. % неравномерность в ее распределении может приводить к возникновению до 10^6 см $^{-2}$ дислокаций [1].

Помимо этого, равномерность распределения примесей сама по себе является важным критерием совершенства материалов. В случае полупроводников, например, их электрофизические, оптические, магнитные и другие свойства во многом определяются именно примесями. Повышение однородности распределения примесей в космических образцах по сравнению с земными прототипами, неоднократно наблюдавшееся в технологических экспериментах [4,5,8,9], обычно связывают с отсутствием в невесомости естественной конвекции.

Рассмотрим вопрос о характере конвекционных течений в условиях невесомости более подробно. С этой целью рассчитаем значения безразмерных критериев Бонда Bo , Грасгофа Gr , Прандтля Pr , Марангони Ma и числа $M = Ma/Pr$

$$Bo = \frac{g_0 \gamma \rho L^2}{\sigma}, \quad (5)$$

$$Gr = \frac{g_0 \gamma \beta \Delta T L^3}{\nu^2}, \quad (6)$$

$$P_2 = \nu / \alpha, \quad (7)$$

$$Ma = \Delta \sigma \frac{L}{\rho \nu \alpha}, \quad (8)$$

$$M = Ma / P_2. \quad (9)$$

Здесь g_0 - ускорение силы тяжести на поверхности Земли, $\gamma = g/g_0$ - коэффициент редукции массовой силы, g - ускорение на борту космического аппарата, ρ - плотность жидкой фазы, σ - коэффициент поверхностного натяжения, L - характерный размер, ν - кинематическая вязкость, α - температуропроводность расплава, β - температурный коэффициент объемного расширения. Число Бонда характеризует отношение инерционных и вязких сил, число Грасгофа - отношение подъемной силы, вызывающей тепловую конвекцию, и вязких сил. Число Прандтля является теплофизической характеристикой вещества. Число M представляет собой отношение сил поверхностного натяжения и вязких сил.

Для сравнения экспериментов в космических и земных условиях вычислим эти критерии для Ge и Si, полагая $L = 1$ см, $\Delta T = 100^\circ$. Если при этом поверхность расплава в космических образцах оторвана от стенок ампулы, то на поверхности будет возникать термокапиллярная конвекция, определяемая продольным перепадом поверхностного натяжения.

$$\Delta \sigma = - \frac{\partial \sigma}{\partial T} \Delta T \quad (10)$$

Примем для космических условий $\gamma \sim 10^{-5}$. Согласно [7, 10, 12], входящие в (5) - (9) значения параметров для жидких Ge и Si, составляют (при температурах вблизи $T_{кр}$)

Таблица I

	$T_{кр},$ °C	$\sigma,$ $\frac{дин}{см}$	$\frac{\partial \sigma}{\partial T},$ $\frac{дин}{см \cdot град}$	$\beta,$ град $^{-1}$	$\nu,$ $\frac{см^2}{сек}$	$\alpha,$ $\frac{см^2}{сек}$	$\rho,$ $\frac{г}{см^3}$
Ge	937	600	-0,20	$1 \cdot 10^{-4}$	$1,54 \cdot 10^{-3}$	0,22	5,51
Si	1420	860	-0,50	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	0,24	2,53

Подстановка численных величин дает значения критериев Bo , Gr , P_2 , Ma ; M , показанные в таблице 2.

Таблица 2

		γ	Bo	Ge	Pz	Ma	M
Земля	Ge	1	9	$1,5 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^6$
	Si		3	$2,2 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^7$
Космос	Ge	10^{-5}	$9 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^2$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^6$
	Si		$3 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^2$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^4$	$1,3 \cdot 10^7$

Сравнивая значения критериев Ge и M для земных и космических условий, видим, что для германия на Земле преобладает тепловая конвекция, а в космосе — конвекция Марангони. Для кремния в выбранных условиях конвекция Марангони будет играть преобладающую роль и на Земле, если будет предотвращено взаимодействие расплава со стенками ампулы (например, в режиме зонной плавки).

Смена механизмов тепло- и массообмена при переходе от земных условий к космическим может по разным причинам оказать существенное влияние на структуру образцов. Эффект Марангони может, в частности, приводить к перераспределению примесей и компонентов в расплаве.

Рассмотрим возможные процессы, приводящие к перераспределению компонентов в космических условиях, на примере сплавов с областью несмешиваемости. Эти сплавы характеризуются тем, что на бинарной фазовой диаграмме обладают областью равновесия между двумя жидкими фазами, которая при повышении температуры переходит в область однофазной жидкости. На рис. 2 в качестве примера приведена такая диаграмма для системы $Pb - Zn$. Выше $795^\circ C$ лежит область однофазной жидкости, диапазон $795-419^\circ C$ соответствует равновесию двух жидких фаз, ниже $419^\circ C$ лежит область равновесия между твердой фазой Zn и жидкой фазой Pb .

Некоторые из этих сплавов представляют практический интерес для приготовления электрических контактов, постоянных магнитов, сверхпроводящих материалов и т.д. Ожидали, что в космических условиях будут получены образцы таких материалов, несегрегируемых по плотности и с мелкодисперсной структурой.

Эксперименты по получению таких сплавов проводились неоднократно — по программе ЭПАС ($Pb - Zn$) и СПАР ($Al - In$), на ракетах "Мир-2" ($Al - Pb$, $Cu - Cu$) и др. /4,8,13/. Вопреки ожиданиям, в большинстве случаев наблюдалось расслоение компонентов.

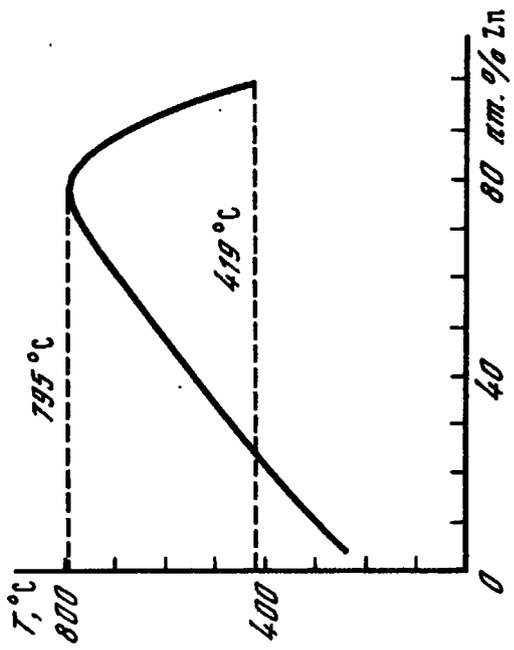


Рис.2

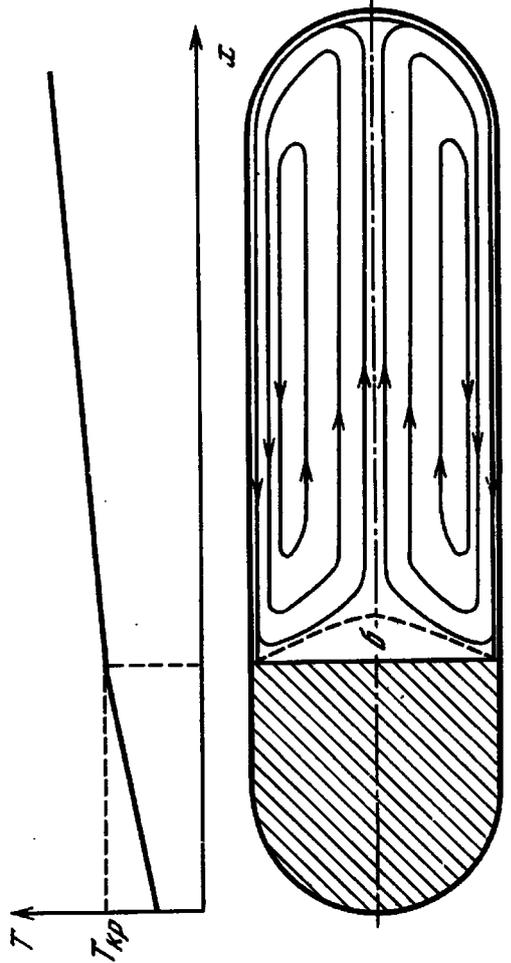


Рис.3

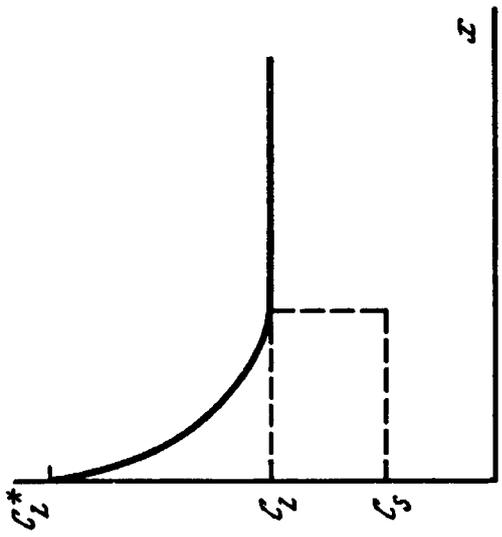


Рис.4

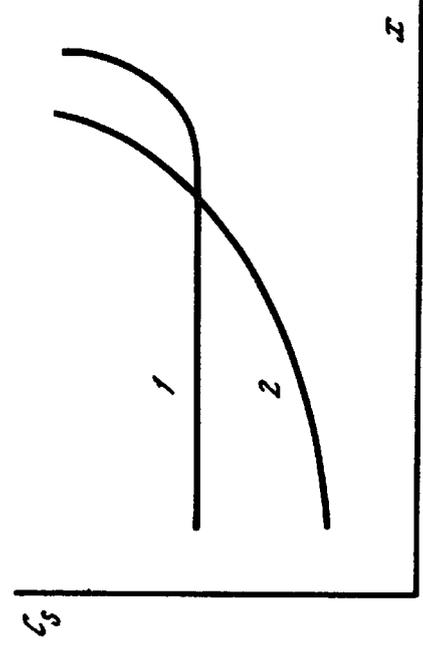


Рис.5

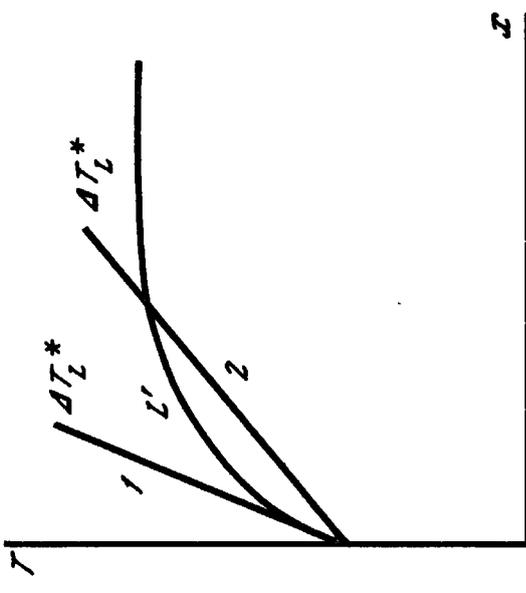


Рис.6

Для объяснения этого результата рассчитаем наиболее устойчивую конфигурацию двух жидких фаз. Такой конфигурации должна соответствовать минимальная величина суммарной поверхностной энергии W_S системы. Обозначая фазы 1 и 2, рассмотрим три предельных случая:

1. Кольцеобразная область фазы 1 окружает сферу фазы 2 -

$$W_S = 4,84 V^{2/3} \sigma_1 + 4,84 (\alpha V)^{2/3} \sigma_{12}. \quad (IIa)$$

2. Обратное расположение фаз для такой же конфигурации -

$$W_S = 4,84 V^{2/3} \sigma_2 + 4,84 [(1-\alpha)V]^{2/3} \sigma_{12}. \quad (IIб)$$

3. Две отдельные сферы -

$$W_S = 4,84 (\alpha V)^{2/3} \sigma_2 + 4,84 [(1-\alpha)V]^{2/3} \sigma_1. \quad (IIв)$$

Здесь V - полный объем жидкости, α - объемная доля фазы 2, σ_1 , σ_2 , σ_{12} и σ_{21} - поверхностные энергии (натяжения) для I-й и 2-й фаз и межфазной границы соответственно. Значения σ при температуре плавления для некоторых пар исследованных веществ составляют (величина σ дана в дин/см [7,10]): Pb - 480, Zn - 810, Al - 914, In - 560, Cu - 1350, Cr - 1700.

Зависимость σ от температуры в первом приближении можно считать линейной, причем для чистых металлов обычно $\partial\sigma/\partial T < 0$ [10]. Порядок величины σ_{12} для систем с областью несмешиваемости составляет 100 дин/см.

Из формул (II) видно, что относительная величина W_S является функцией коэффициентов поверхностного натяжения обеих фаз и доли. Например, для системы Al - In при $\alpha_{Ac} < 0,72$ наиболее устойчивой является конфигурация I, когда обогащенная индием фаза окружает сферу Al [13]. При $\alpha_{Ac} > 0,72$ наиболее устойчивой оказывается конфигурация 3. Эксперименты [13] подтвердили эти выводы.

Оценки с помощью формул типа (II) позволяют определить термодинамически устойчивые конфигурации многофазных систем в условиях неустойчивости. Важно однако выяснить динамику процессов, приводящих к установлению наиболее устойчивых состояний, чтобы оценить относительную роль этих процессов в конкретных технологических экспериментах.

Скорость течения Стокса

$$u_s = \frac{2}{9} \frac{g_0 \gamma R^2 \Delta\rho}{\eta} \quad (I2)$$

где $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$, $\eta = \rho\nu$ - вязкость среды, R - характерный радиус сферических частиц второй фазы. Для рассмотренной выше системы Al - In при $\gamma \sim 10^{-5}$, $R \approx 1$ мм имеем, например, $u_s \approx 5 \cdot 10^{-5}$ см/с.

Интенсивность концентрационной конвекции определяется концентрационным числом Грасгофа

$$Gr_c = \frac{\rho_0 \gamma \Delta \rho L^3}{\rho \nu^2} . \quad (13)$$

Для того же примера при $L \approx 1$ см $Gr_c \approx 2 \cdot 10^3$. Характерная скорость течения при этом составляет

$$u_c \approx \sqrt{Gr_c} \frac{\nu}{L} \approx 0,1 \frac{см}{с} . \quad (14)$$

И, наконец, при $\nabla T \approx 10$ град/см, $L \approx 1$ см, $\partial \sigma / \partial T \approx 0,15$ дин/(см град) число Марангони $Ma \approx 500$, а число $M \sim 5 \cdot 10^4$.

Распространяя результаты анализа [14] на случай двухфазной жидкости, запишем для скорости движения сферических частиц 2-ой фазы вследствие эффекта Марангони

$$u_M = - \frac{2}{3} \frac{R}{(2\eta_1 + 3\eta_2)} \frac{\partial \sigma}{\partial T} \nabla T . \quad (15)$$

Поскольку $\partial \sigma / \partial T < 0$, то скорость направлена в сторону возрастания температур. При $R \sim 1$ мм $u_M \sim 1$ см/сек. Если характерный масштаб системы ~ 1 см, то в области несмешиваемости разделение компонентов происходит за время порядка 1 сек. Чтобы избежать этого, необходимо обеспечить достаточно высокую скорость охлаждения системы либо дополнительное перемешивание расплава в процессе затвердевания.

Выполненные оценки показывают, что для систем с областью несмешиваемости разделение компонентов должно быть обусловлено в первую очередь эффектом Марангони. Это, разумеется, не означает, что в других случаях исключается значительный вклад в процессы разделения иных физических эффектов (например, кавитации, взаимодействия с фронтом кристаллизации, электрических и магнитных полей и др.).

Рассмотренным процессом разделения компонентов системы не исчерпываются проявления эффекта Марангони в невесомости. Возвращаясь к методу направленной кристаллизации, заметим, что в условиях отрыва расплава от стенок ампулы на его поверхности будет возникать термокапиллярное течение. На рис. 3 показан частный случай структуры такого течения внутри космической ампулы. Термокапиллярные силы в стационарном режиме уравниваются силами вязкости, а линии тока концентрируются вблизи поверхности жидкости.

Возникновение в расплаве интенсивных течений, обусловленных эффектом Марангони, отразится на структурных свойствах кристаллов, растущих в невесомости. В частности, концентрация примесей в кристалле определяется эффективным коэффициентом распределения, или сегрегации [15]

$$k_{эфф} = \frac{C_s}{C_L^*} = \frac{k_0}{k_0 + (1-k_0)e^{-v\delta/D}} , \quad (16)$$

где $K_0 = C_s/C_L$, C_s - концентрация примеси в кристалле, C_L^* , C_L - в расплаве непосредственно вблизи границы раздела фаз и в удалении от нее, соответственно, δ - толщина диффузионного пограничного слоя, D - коэффициент диффузии в жидкой фазе (рис.4).

Из (16) следует, что при $K_0 < 1$ в зависимости от величины $v\delta/D$ возможны два режима кристаллизации: 1) диффузионный режим ($v\delta/D \gg 1$; $K_{эфф} \approx 1$); 2) режим нормальной ликвации или макросегрегации ($v\delta/D \ll 1$; $K_{эфф} \approx K_0 < 1$). Распределение примеси по длине кристалла для обоих режимов показано на рис.5.

Один из прогнозов получения в космических условиях кристаллов с улучшенной структурой и однородным распределением примесей связан именно с их выращиванием в диффузионном режиме, когда вклад тепловой конвекции в массоперенос пренебрежимо мал.

Толщина диффузионного пограничного слоя

$$\delta \approx \text{const} \sqrt{\frac{v^2}{u}}, \quad (17)$$

где u - средняя скорость массопереноса в расплаве вдали от фронта кристаллизации. В диффузионном режиме эта скорость невелика и толщина слоя δ значительна. Напротив, если в расплаве существенную роль играет конвективный массоперенос, то слой тонкий и реализуется режим макросегрегации.

В некоторых технологических экспериментах прогноз о диффузионном характере массообмена в расплаве получил непосредственное подтверждение (например, выращивание монокристаллов Ge на ракетах "Мир-2" [4]). Однако в других случаях распределение примесей в образцах соответствовало скорее режиму макросегрегации [5,8]. Выполненный выше анализ позволяет высказать предположение, что в этих случаях важную роль играл именно эффект Марангони.

В некоторых экспериментах получены непосредственные подтверждения влияния эффекта Марангони на распределение примесей в космических образцах. Например, при исследовании взаимодиффузии свинца и сплава свинец-золото по программе ЭПАС отмечалось влияние конвекции Марангони, индуцированной ∇T и ∇C [8].

Помимо изменения характера массообмена в расплаве при выращивании монокристаллов в космических условиях эффект Марангони может привести также к изменению теплового режима роста. Относительную роль процессов теплопередачи за счет свободной конвекции и за счет теплопроводности характеризуют с помощью числа Рэлея

$$Ra = Gr Pr = g_0 \gamma \beta \Delta T L^3 / \nu \chi. \quad (18)$$

Как уже отмечалось, в космосе при $\gamma \ll 1$ преобладающую роль может играть не свободная конвекция, а конвекция Марангони. Относительный вклад этого эффекта в перенос тепла определяется числом Марангони [8]. В приведенных выше примерах при $\gamma \sim 10^{-5}$ $Ma \gg Ra$.

Обратимся к уравнению (2), которое характеризует тепловой баланс на фронте кристаллизации. Если интенсивность конвекции Марангони в расплаве достаточно велика, то она будет давать заметный вклад в тепловой поток со стороны расплава по направлению к фронту кристаллизации (см. рис.3). Из (2) видно, что следствием этого может быть локальное снижение скорости фронта U . При этом по условиям эксперимента скорость отвода тепла от низкотемпературного торца ампулы остается постоянной.

В этих условиях можно ожидать, что при некотором соотношении между характеристиками теплового режима и теплофизическими параметрами вещества (см. уравнение (2)) возможен колебательный характер роста кристаллов. Следствием этого в силу (16) будет неравномерное распределение примеси C_S по длине образца в микромасштабе, т.е. полосчатость.

Предсказываемое явление полосчатости образцов, обусловленное эффектом Марангони, насколько известно, пока не наблюдалось в экспериментах. Однако аномальное изменение скорости роста кристаллов в переходной области отмечалось в [8] на примере образцов Ge , легированных Ga . В тех же экспериментах зафиксировано неоднородное по радиусу образцов распределение примесей, характерное для неплоского фронта кристаллизации. Между тем, определение формы фронта с помощью меток, создаваемых путем пропускания через расплав коротких импульсов тока, показало, что фронт был плоским. Это отмеченное авторами [8] противоречие экспериментальных данных можно объяснить, обратившись к уравнению (16) и учтя, что вследствие термокапиллярной конвекции толщина пограничного слоя δ могла быть непостоянной по радиусу образца (см. рис.3).

Выше в связи с анализом формулы (3а) отмечалось, что расчетные значения плотности дислокаций оказываются меньше измеренных в эксперименте. Если учесть дополнительный перенос тепла вдоль расплава вследствие термокапиллярной конвекции, то ∇T_L может быть ниже и соответственно будут меньше расчетные значения N_1 .

Один из факторов, определяющих структурное совершенство кристаллов, связан с устойчивостью плоского фронта кристаллизации. Рост в условиях нарушения устойчивости "гладкого" фронта ведет к многочисленным нарушениям структуры кристаллической решетки: слоистое распределение примесей, возникновение примесных субструктур и включений второй фазы, увеличение плотности дислокаций, а в пределе - к появлению блочной структуры.

Условие устойчивости плоского фронта кристаллизации по отношению к концентрационному переохлаждению можно записать в виде [15]

$$\nabla T_L^* / v \geq L' C_L^* (1 - K_{эфф}) / D, \quad (19)$$

где ∇T_L^* - фактический градиент температуры в расплаве вблизи фронта, L' -наклон линии ликвидуса (рис. 6, 1 - фронт устойчив, 2 - фронт неустойчив).

Можно ожидать, что в космических условиях выполнение требования (19) облегчается. Во-первых, изменение теплового режима в расплаве может вести к повышению ∇T_L^* . Во-вторых, при отсутствии конвекции происходит переход к диффузионному режиму роста, когда $(K_{эф} - 1) \rightarrow 0$. В-третьих, отсутствие конвекции может вести к неравновесным условиям роста и изменению наклона линии ликвидуса. Последний вопрос однако почти не изучен.

Улучшение структуры образцов, полученных в невесомости, снижение в них плотности дислокаций и повышение однородности распределения примесей в макро- и микромасштабе, отмеченное во многих экспериментах, подтверждает высказанные соображения.

Выполненный выше анализ физических особенностей роста кристаллов в условиях невесомости делает более ясными практические пути улучшения их структурного совершенства. Остановимся в заключение на некоторых из таких способов. Возможное ухудшение структуры образцов, обусловленное различными проявлениями эффекта Марангони, можно в значительной степени предотвратить, принимая необходимые меры. Так, уменьшение характерного размера L , например, путем перехода от метода направленной кристаллизации в ампулах к зонной плавке или к методу движущегося растворителя в соответствии с формулами (8) и (9) поведет к снижению критериев Ma и M . Другой способ управления нежелательными последствиями эффекта Марангони может состоять, например, в использовании поверхностно-активных примесей [10]. При этом можно не только компенсировать перепад ΔC вдоль свободной поверхности расплава, но и изменить его знак на противоположный.

Л и т е р а т у р а

1. Мильвидский М.Г., Освенский В.Б. Получение совершенных монокристаллов. - В кн.: Проблемы современной кристаллографии. М.: Наука, 1976, с. 79-109.
2. Инденбом В.Л. Напряжения и дислокации при росте кристаллов. - Изв. АН СССР. Физ. сер., 1973, т. 37, № II.
3. Туровский Б.М., Никитин В.М. Рост и несовершенства металлических кристаллов. Киев: Наук. думка, 1972.
4. Авдеевский В.С. и др. Проблемы космического производства. М.: Машиностроение, 1980.
5. Иванов Л.И., Земсков В.С. и др. Плавление, кристаллизация и фазообразование в условиях невесомости. М.: Наука, 1979.
6. Цивинский С.В. О факторах, определяющих максимальную скорость роста при получении кристаллов из расплавов. - Изв. АН СССР. Физ. сер., 1972, т.36, № 3.

7. Таблицы физических величин/ Под ред. И.К.Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
8. Apollo-Soyuz test project: Summary Sci. Rept. Wash.: NASA, 1977.
9. Малинин А.Д. Эксперименты по выращиванию полупроводниковых материалов в условиях космоса на аппаратуре "Кристалл". - Электронная промышленность, 1979, № 3.
10. Вилсон Д. Структура жидких металлов и сплавов. М.: Metallurgia, 1972.
11. Глазов В.М., Чижевская С.Н., Глаголева Н.Н. Жидкие полупроводники. М.: Наука, 1967.
12. Охотин А.С., Пушкаревский А.С., Горбачев В.В. Теплофизические свойства полупроводников. М.: Атомиздат, 1972.
13. Геллес С., Маркуорт А. Изучение в условиях невесомости жидкой фазы несмешиваемой системы Al-In. - Ракетн. техника и космонавтика, 1978, № 5.
14. Кузнецов В.М., Луговцов Б.А., Шер Е.И. О движении газовых пузырьков в жидкости под действием градиентов температуры. - ПМТФ, 1966, № 1.
15. Флемингс М. Процессы затвердевания. М.: Мир, 1977.

УДК 536.425:669.275'849

ИССЛЕДОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ РАСПЛАВОВ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

М.С.Агафонов, А.А.Бабарэко, И.Н.Белокурова, Н.Ф.Богданова,
В.С.Земсков, В.Л.Левтов, Л.В.Лесков, М.З.Мухоян, В.В.Романов,
В.В.Савичев

Исследование кристаллизации металлов и сплавов в невесомости в от-
сутствие контакта со стенками контейнера необходимо для выявле-
ния особенностей формирования структуры получаемых образцов, а так-
же данных о влиянии поверхностных эффектов на кристаллизацию рас-
плавов.

Первый отечественный эксперимент по бесконтейнерному затверде-
ванию в условиях невесомости был проведен на станции "Салют-5"
[1]. Исследования образцов из 4-х компонентного сплава показали,
что в случае сложного состава или большого содержания примесей зат-
вердевание протекает по дендритному механизму. С целью получения
новой информации о процессах, сопровождающих затвердевание жидко-
го металла при бесконтейнерной кристаллизации в условиях малых ус-
корений ($\sim 10^{-5}$ м/сек²) был подготовлен и проведен эксперимент с
использованием образцов из высокочистых металлов.

Для эксперимента были взяты медь с содержанием примесей $Fe < 0,01$ вес. %, Pb , Ni , $Zn \ll 0,01$ вес. % и серебро марки 99.996. Из исходных материалов было приготовлено 4 серебряных и 2 медных заготовки. Вес одного образца из серебра 1,3 - 1,5 г, из меди - 4,1 - 4,2 г. Образцы помещались в специальный контейнер (рис.1), установленный в тигле экзотермической печи. Контейнер собирался из набора графитовых колец различной конфигурации и представлял собой трехсекционную конструкцию. В первой секции проводилось плавление заготовки из меди и ее затвердевание, во второй и третьей секциях проводилось плавление заготовок из серебра и их кристаллизация. Было изготовлено два идентичных контейнера, в которых одновременно проводились одни и те же эксперименты. Температура во время проведения эксперимента не регистрировалась. Однако были проведены наземные измерения поля температур в аналогичных контейнерах (рис.2), из которых следует, что максимальная температура в горячей зоне печи составляла $1250^{\circ}C$, в холодной - $1000^{\circ}C$, через 10 минут после начала процесса нагрева - $800^{\circ}C$ и $600^{\circ}C$, соответственно.

На таблице XI представлен внешний вид образцов меди (а) и серебра (б), полученных в условиях невесомости. Визуально они имели сферическую форму с рельефной поверхностью, в некоторых местах на поверхности заметны небольшие вмятины. Размер медных образцов ~ 9 мм в диаметре, серебряных образцов ~ 6 мм.

В процессе исследования образцов было определено отклонение реального профиля образцов от идеальной сферы с помощью прибора "Talyron d -100", измерена плотность образцов методом гидростатического взвешивания и определено наличие и расположение крупных пор в объеме образцов методом рентгеновской дефектоскопии. Исследования структуры поверхности и сечений образцов проводились на оптических и электронном микроскопах.

Измерения круглости показали, что максимальное отклонение от круглости полученных образцов составляет 100-120 мкм (рис.3). Результаты измерения плотности образцов представлены в таблице I. Сравнение вычисленных плотностей с табличными данными показывает, что плотность медных сфер ниже, а плотность серебряных сфер соответствует табличным данным (таблица I).

Для рентгеновской дефектоскопии было отобрано по одному образцу каждого материала, которые имели наименьшую плотность. В медном образце было обнаружено несколько пор - крупная, имеющая сложную форму с характерным размером ~ 3 мм, и несколько мелких пор, имеющих сферическую форму, диаметром 1 мм (таблица XII, а). Серебряный образец пор не содержал (таблица XII, б)

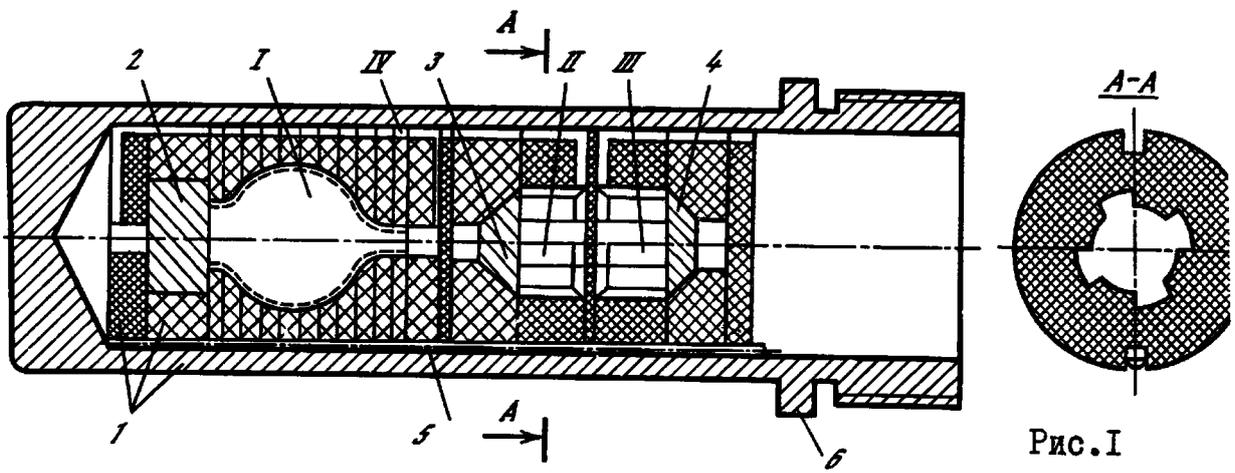


Рис. I

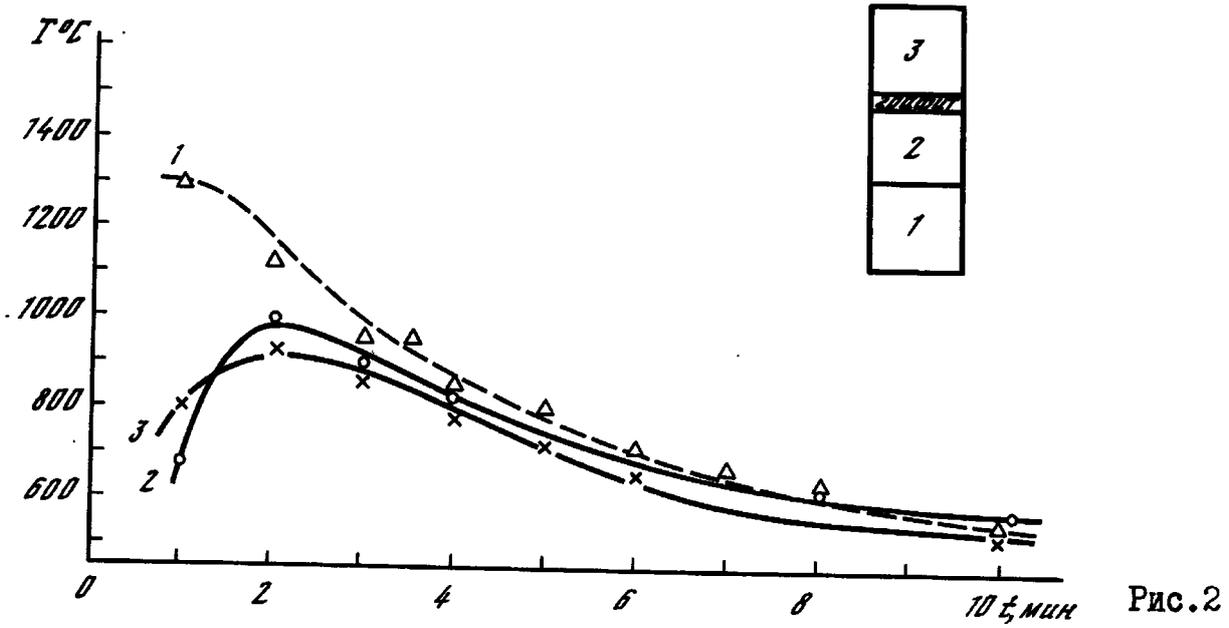


Рис. 2

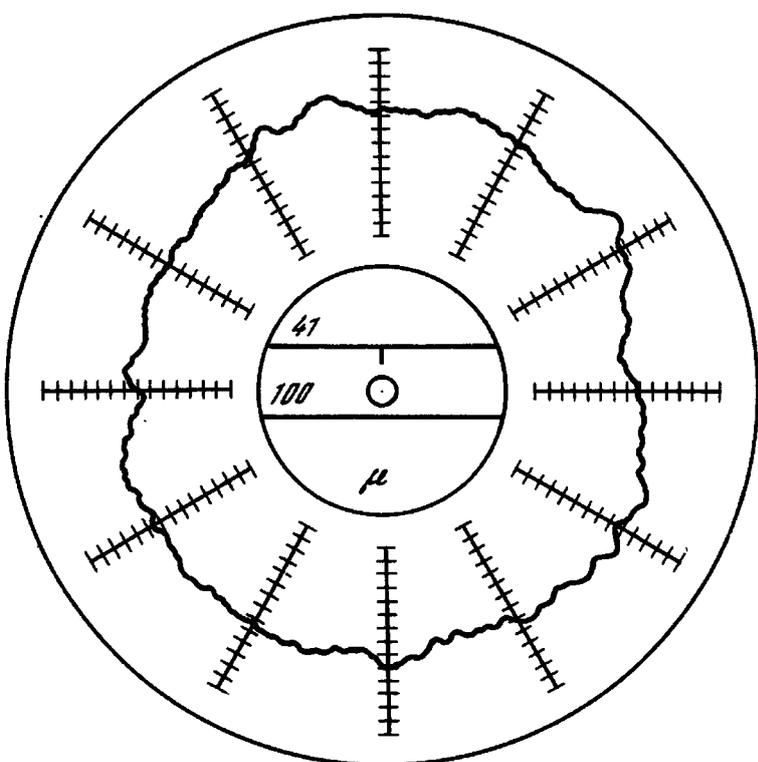


Рис. 3

Таблица I

Материал	№ образ-ца	Измеренная плот-ность	Табличные дан-ные
Медь	1	$7,794 \pm 0,001$	8,92 [2]
	2	$8,851 \pm 0,001$	
Серебро	1	$10,416 \pm 0,001$	10,42- 10,59 [2]
	2	$10,418 \pm 0,001$	
	3	$10,362 \pm 0,001$	

Возможными причинами искажения формы полученных образцов может быть неравномерная усадка материала при кристаллизации, а также деформация под действием остаточных ускорений. Оценим порядок деформации расплавленного шара за счет остаточных ускорений. Величину деформации h можно подсчитать по формуле (I), если предположить, что сила давления массы шара на стенку контейнера уравнивается силой поверхностного натяжения, приложенной к контуру касания шара и поверхности контейнера

$$h = \frac{m^2 g^2}{8\pi^2 R \sigma^2}, \quad (I)$$

где m - масса шара, R - радиус шара, σ - радиус окружности касания, σ - коэффициент поверхностного натяжения. Отклонение от идеальной формы при $g/g_0 \sim 10^{-6}$ дает величину менее 10^{-12} см, и следовательно, влиянием остаточных ускорений на деформацию образцов можно пренебречь. Оценка максимально возможного отклонения формы образцов за счет неравномерной усадки дает величину 100-120 мкм, что хорошо согласуется с обнаруженными отклонениями от идеальной формы шара. Как показывают те же оценочные расчеты, образование полостей в медной сфере может быть также результатом образования усадочной раковины в закристаллизованном образце. Характерный размер усадочной раковины, полученный с помощью оценочных расчетов, составляет ~ 4 мм, что также хорошо согласуется с экспериментальными данными для медного образца.

При исследовании поверхности было установлено, что как для медных, так и для серебряных образцов выявляются выпуклые зерна. Границы зерен образуют сетку на поверхности сфер (таблица XIII, а, образец меди, увеличение 100 и таблица XIV, а, образец серебра, увеличение 100). В стыках между отдельными зернами наблюдаются вкрапления в виде более мелких образований сферической формы (таблица XIII, б, образец меди, увеличение 1000).

В поперечном экваториальном сечении медного образца выявлена структура, подобная структуре поверхности (таблица XIV, б, увеличение 8). В большей части образца она состоит из параллельных рядов четырехугольных зерен со скругленными углами. Зерна имеют одинаковое направление кристаллографического роста. Рентгеновские исследования текстуры образца методом обратных полюсных фигур показали, что медная сфера имеет псевдомонокристаллическую структуру.

Структура медной заготовки, из которой были изготовлены экспериментальные образцы, представлена на таблице XIV, в (увеличение 32). Это мелкокристаллическая структура с произвольной ориентацией зерен и формой. Сравнение картин структур, полученной в невесомости, исходной заготовки и имеющих место на Земле при получении меди показывает, что в условиях невесомости была получена структура, существенно отличная от ранее известных структур.

Видимо, это отличие связано с теми тепловыми условиями, которые были реализованы при проведении эксперимента в условиях невесомости. Оценка градиента температуры, сделанная по наземным экспериментам в аналогичных тиглях, составляет не выше $3^{\circ}/\text{см}$. Расчет величин критериев Грасгофа, Прандтля и Марангони (см. таблицу 2) указывает на возможность существования термокапиллярной конвекции, которая, судя по структуре вещества, не могла существенно влиять на состояние расплава в объеме.

Таблица 2

Критериальные числа	Материал	
	Cu	Ag
Число Рэлея	0,0061	0,1417
Число Прандтля	$6,1 \times 10^{-3}$	0,2
Число Марангони	60	1710
Число Грасгофа	1,0	0,7
Ma/Pz	6×10^4	10^4

Если предположить, что в расплавах меди и серебра возникали значительные области переохлаждения, то возможно спонтанное образование зародышей одновременно в значительной части объема. Тот небольшой градиент температуры, который существовал в расплаве, видимо, оказался достаточным для упорядоченного направленного роста зерен.

Л и т е р а т у р а

1. Гришин С.Д., Лесков Л.В., Савичев В.В. Космическая технология и производство. М.: Знание, 1978, № 4 (Сер. "Космонавтика").
2. Таблицы физических величин: Справочник/ Под ред. И.К.Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.

УДК 621.315.592:629.7

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА УСТАНОВКЕ "КРИСТАЛЛ" НА СТАНЦИИ "САЛЮТ-6"

В.Т.Хряпов, В.А.Федоров, Н.А.Кульчицкий, Е.В.Марков

Введение

Интерес, проявляемый к полупроводниковым материалам, связан с их бурным проникновением практически во все области науки и техники. Однако даже современный достаточно высокий уровень технологии получения полупроводниковых материалов уже не в состоянии обеспечить необходимого структурного совершенства, однородности электрофизических и структурных параметров ряда соединений и элементарных полупроводников. Пределы совершенствования технологических процессов, в частности, обусловлены действием сил земного тяготения, так как гравитация оказывает существенное влияние на протекание процессов диффузии, конвекции, осаждения при получении полупроводниковых кристаллов. Поэтому ученые и технологи возлагают надежды на технологию космического полупроводникового материаловедения, которая использует такие уникальные особенности космического пространства, как невесомость, вакуум, наличие высоких и низких температур и солнечную радиацию.

Существует несколько факторов, определяющих актуальность и перспективность технологии космического полупроводникового материаловедения. Во-первых, это наличие левитации и отсутствие конвекции, определяющие особенности поведения веществ в условиях невесомости. Во-вторых, полупроводниковые материалы обычно используются в высокотехнологичных изделиях, когда стоимость, добавляемая самим процессом производства, достаточно велика. В-третьих, для удовлетворения практически всех потребностей народного хозяйства требуются сравнительно не очень большие количества материалов, поэтому вопрос о доставке грузов на орбиту не возникает. В-четвертых, характеристики некоторых полупроводников, например, германия, антимонида индия и других дают возможность исследовать особенности технологии их получения в космических условиях даже с помощью сравнительно простых установок.

Основными задачами современной космической технологии полупроводникового материаловедения являются:

- изучение возможности использования специфических условий космоса для технологических целей;
- разработка теоретических основ и методик проведения технологических экспериментов по выращиванию полупроводниковых объемных монокристаллов и пленочных структур в космосе;
- разработка и создание специальной технологической аппаратуры для получения полупроводниковых материалов в космосе;
- изучение процессов выращивания полупроводниковых объемных монокристаллов и пленочных структур из газовой и жидкой фаз без контакта растущего кристалла со стенками контейнера в условиях невесомости, а также влияния условий космического полета на структурное совершенство выращенных кристаллов;
- изучение процессов массопереноса и кристаллизации в космических условиях для оптимизации известных процессов земной технологии;
- разработка и создание высококачественных изделий электронной техники на основе материалов, полученных в космосе;
- оценка возможности опытно-промышленного производства полупроводниковых материалов в условиях невесомости, а в дальнейшем и структур сверхбольших интегральных схем с использованием молекулярно-лучевой эпитаксии, ионной имплантации, плазмохимии, электроннолучевой фотолитографии с целью создания сухих процессов формирования структур.

Многоцелевая специализированная аппаратура "Кристалл"

Для решения поставленных задач была разработана технологическая установка "Кристалл", состоящая из трех блоков: электропечи "Кристалл -1", блоков спецвычислителя "Кристалл-2" и комплекта кассет с технологическими контейнерами "Кристалл-3".

При создании аппаратуры ставилась задача обеспечить проведение экспериментов с широким кругом материалов, используемых в производстве изделий микроэлектроники. Кроме того, комплексно решались задачи точного измерения и поддержания температуры, а также учитывались специфические требования к построению бортовой аппаратуры, такие как минимальный вес, габариты и энергопотребление в сочетании с высокой надежностью, удобством обслуживания и безопасными условиями проведения экспериментов. Общий вид аппаратуры представлен на таблице ХУ, а.

Установка "Кристалл" существенно отличается от созданной одновременно отечественной аппаратуры "Сплав" и от аналогичных зарубежных технологических установок, предназначенных для работы на орбитальных станциях. Разработчики установки "Кристалл", обобщив опыт

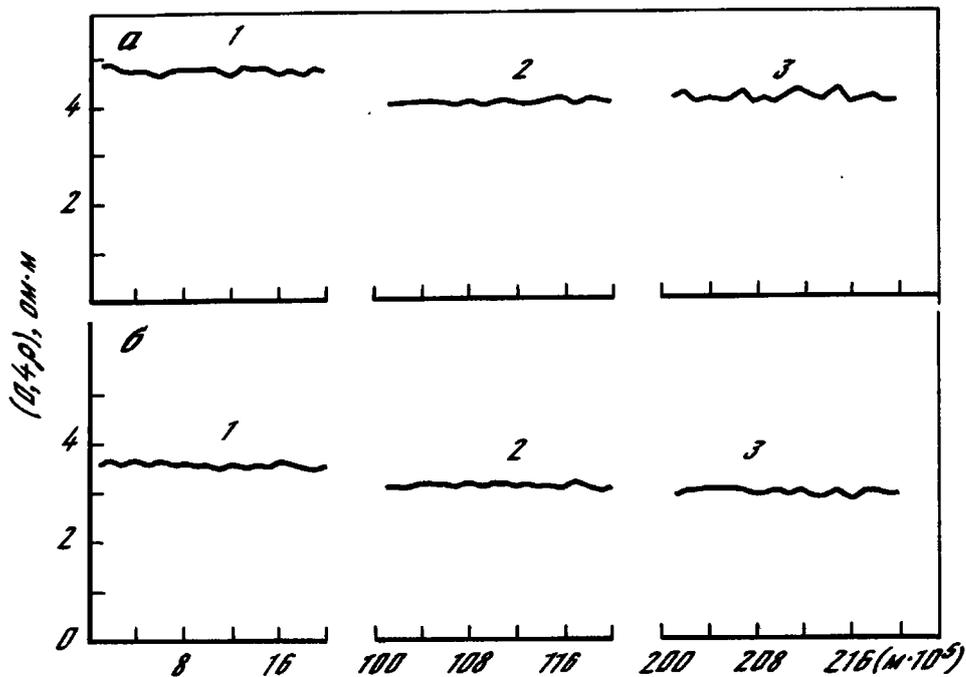


Рис.4

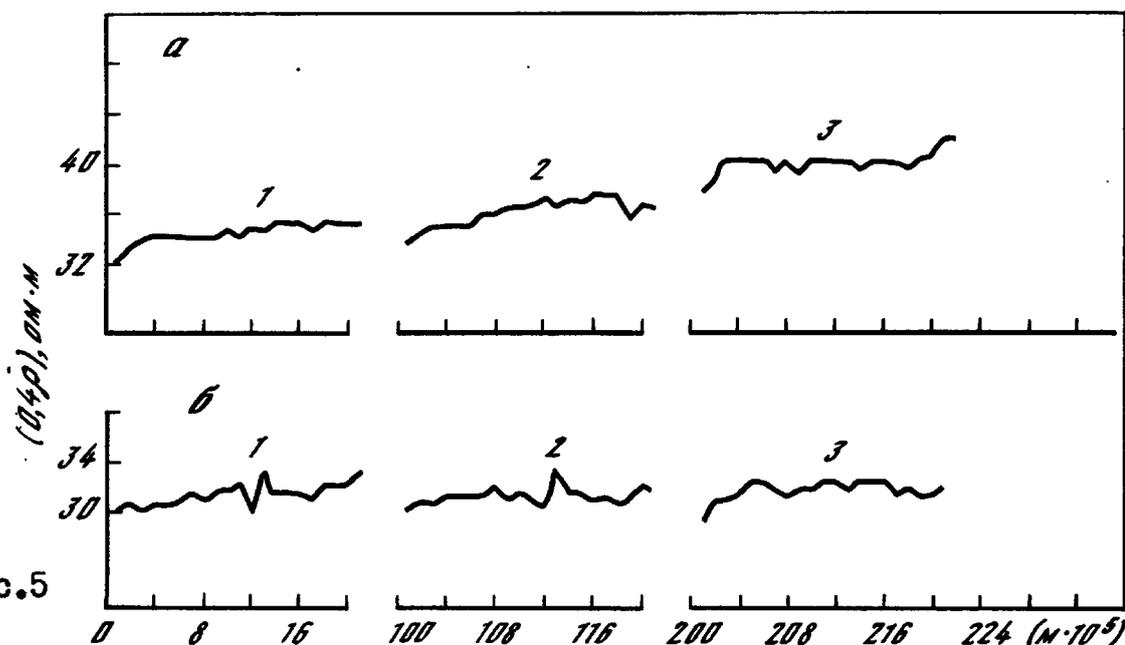


Рис.5

небольшим перегревом расплава, являются монокристаллами, ориентация которых совпадает с ориентацией затравки.

С помощью рентгеновской топографии, выполненной по методу Бормана при различных углах падения рентгеновского излучения на образец, были исследованы шайбы, вырезанные согласно схеме, представленной на рис.2. В результате этих исследований было установлено, что для экспериментальных образцов не наблюдается линейной сетки дислокаций, характерной для исходных кристаллов. Наблюдаемые дифракционные контрасты (в виде пятен) в центральной области шайбы соответствуют, по-видимому, полям деформаций вокруг выделений водорода, в атмосфере которого были получены исходные кристаллы. Недислокационная природа этих дифракционных контрастов подтверждается невыполнением

для них правила погасания контраста. В отличие от центральной части перекристаллизованного олитка в затравке наблюдалось значительное увеличение плотности дислокаций (\sim до 10^6 см^{-2}) по сравнению с исходным кристаллом, в котором плотность дислокаций не превышала 10^3 см^{-2} . Такое увеличение плотности дислокаций связано, по всей видимости, с возникновением пластических деформаций в затравке в результате выделения тепла в ходе экзотермической реакции. Таким образом, на основании полученных результатов представляется возможным сделать вывод о том, что в условиях данного эксперимента не имело места прорастания дислокаций из затравки в растущий кристалл.

Кристаллическое совершенство выращенных в условиях данного эксперимента кристаллов подтверждается высокими значениями подвижностей носителей заряда, которые оказались выше, чем для исходных кристаллов. Так, при комнатной температуре подвижность носителей заряда в исходном кристалле при концентрации 10^{19} см^{-3} составляет 1400 в/см.с^2 , а в экспериментальном образце при концентрации носителей заряда 10^{19} см^{-3} подвижность равна 2300 в/см.с^2 .

На рис. I показано распределение удельного сопротивления по длине образцов, полученных в первом (а) и втором (б) экспериментах, I - затравочная часть, II - перекристаллизованная часть, III - конечный участок экспериментального образца (во втором эксперименте образец перекристаллизовывался при избытке цинка в паровой фазе).

Ход зависимости удельного сопротивления по длине кристаллов, выращенных в условиях данного эксперимента, является характерным для установившегося режима нормальной направленной кристаллизации в случае отсутствия перемешивания в жидкой фазе. Однако, если учитывать высокую скорость кристаллизации (приблизительно в пять раз превышающую максимально возможную скорость кристаллизации германия на Земле) и низкое значение коэффициента диффузии ($10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}$), то объяснить полученное распределение примеси механизмом нормальной направленной кристаллизации не представляется возможным. На наш взгляд, единственно возможным механизмом кристаллизации, обеспечивающим такую высокую скорость роста кристаллов и равномерность распределения примеси, является объемная или так называемая многоцентровая кристаллизация. На Земле этот механизм кристаллизации, как правило, приводит к росту поликристаллов. Возможность такого роста кристаллов в условиях невесомости может быть обусловлена более упорядоченной по сравнению с земными условиями структурой жидкости, т.к. в невесомости в расплаве отсутствует тепловая и концентрационная конвекция.

Плавление некоторых материалов сопровождается изменением структуры ближнего порядка [9]. К таким материалам и относится германий. Однако в некотором интервале температур после плавления (\sim до 1000°C)

в расплаве еще сохраняются микрогруппировки частиц со структурой, идентичной структуре твердой фазы. Это явление получило название – послеплавления. Размеры этих группировок невелики, порядка нескольких межатомных расстояний [9]. В условиях действия поля земного тяготения в нагретой жидкости существуют интенсивные конвективные потоки жидкости, которые приводят к большой подвижности этих группировок и их р зличной пространственной ориентации. В невесомости плавление приводит к тому, что исходное (в момент плавления) расположение этих группировок в расплаве сохраняется, т.к. конвективное движение в жидкости будет существенно подавлено. Поэтому структура жидкости вблизи температуры плавления в течение некоторого времени остается идентичной структуре твердой фазы. Это явление, по всей видимости, и облегчает процесс кристаллизации и обеспечивает столь высокие скорости роста кристаллов. В пользу этого предположения также говорит и то, что на Земле при аналогичных температурных режимах и скоростях охлаждения даже в случае наличия затравки ни разу не был выращен монокристалл. Попытки же вырастить кристалл в невесомости с более высоких температур, при которых расплав характеризуется другой системой химических связей и представляет собой металлическую жидкость, не привели к получению монокристаллов.

Характер распределения примеси по поперечному сечению кристаллов, полученных в данном эксперименте, указывает на отсутствие эффекта увеличения сегрегации примеси в этом направлении (рис.3, первый (а) и второй (б) эксперименты). Одной из причин, приводящих к увеличению сегрегации примеси в поперечном направлении при кристаллизации в условиях микрогравитации [2,5-7], может являться присутствие в расплаве ламинарных потоков жидкости. На Земле турбулентная конвекция в расплаве создает мгновенные локальные флуктуации концентрации и температуры, которые, в свою очередь, вызывают изменения величины эффективного коэффициента распределения и в конечном итоге приводит к возникновению микрон неоднородностей и растущих на Земле кристаллах. В условиях микрогравитации турбулентной конвекции нет, но при обычно действующих на борту орбитальных космических станций микроускорениях ($\sim 10^{-3} - 10^{-5} g_0$) величина критерия Рэлея, характеризующая технологический процесс выращивания кристаллов, указывает на присутствие в расплавах в ряде случаев заметной ламинарной конвекции [5-7]. Ламинарные потоки жидкости в ходе её кристаллизации могут приводить к направленному изменению содержания примеси у разных сторон растущего кристалла, обедняя её расплав у одной стороны кристалла и обогащая у другой. Такое направленное изменение примеси в расплаве должно приводить к аналогичному изменению содержания примеси и в растущем кристалле. Таким образом, конфигурация конвективных потоков (ламинарных) в условиях невесомости будет определять

форму фронта кристаллизации и, следовательно, изоконцентрационный профиль в растущих кристаллах.

С целью оценки интенсивности конвективного перемешивания расплава в условиях данного эксперимента нами были рассчитаны величины критерия Рэлея Ra для случая конвекции у вертикальной изотермической стенки и для горизонтального слоя жидкости. Значения коэффициента объемного расширения β , коэффициента температуропроводности α и кинематической вязкости ν расплавленного германия были взяты из работ [9-11]. Величина характерного размера X для вертикального и горизонтального слоя жидкости составляли соответственно 0,4 см и 2 см. Разность температур ΔT для этих случаев были 20°C и 100°C , соответственно. Расчет величины Ra выполнялся по известному соотношению

$$Ra = \frac{g \beta X^3}{\nu \alpha} \Delta T, \quad (4)$$

где g - величина действующих в полете микроускорений. Ra для вертикального слоя жидкости в данном эксперименте составляет $10,3 \cdot 10^{-2}$, а для горизонтального слоя - 250. Следовательно, на процесс кристаллизации в этих условиях главным образом будет влиять конвекция в горизонтальном слое жидкости. Однако, учитывая малое время выдержки в расплавленном состоянии (не более 1 минуты) и высокие скорости кристаллизации (~ 150 см/час), можно предположить, что стационарный режим ламинарного течения в горизонтальном слое жидкости не успеет установиться. Для оценки времени установления стационарного режима ламинарной конвекции мы воспользовались соотношением, предложенным в работе [12]

$$\tau \cong 10 \frac{X^2}{\alpha Ra^{2/5}}. \quad (5)$$

Как показал расчет, в условиях данного эксперимента стационарный режим ламинарной конвекции установится в течение 110 с, то есть при столь малых выдержках в расплавленном состоянии и таких высоких скоростях кристаллизации в ходе охлаждения в расплаве ламинарная конвекция не успевает развиться и поэтому не оказывает своего отрицательного влияния на сегрегацию примеси по поперечному сечению кристалла.

Величина микросегрегации примеси по поверхности кристалла (рис.4), рассчитанная по уравнению (2), лежит в пределах 0,03-0,07%. Поскольку при исследовании морфологии поверхности экспериментального кристалла при помощи сканирующего микроскопа было установлено, что процесс кристаллизации осуществлялся при отсутствии контакта расплава со стенками ампулы, а градиент температуры в расплаве в условиях данного эксперимента составлял десятки градусов, то на по-

верхности расплава следовало ожидать возникновения значительной термокапиллярной конвекции, обусловленной градиентом поверхностного натяжения. Малая величина микросегрегации примеси вблизи поверхности кристалла, сравнимая с величиной микросегрегации примеси в объеме кристалла (0,03-0,08), указывает на отсутствие влияния и этого вида конвекции на характер распределения примеси. Причиной этому, возможно, также является малое время выдержки в расплавленном состоянии и высокие скорости охлаждения.

Выводы

1. Показана возможность кристаллизации германия в условиях микрогравитации с высокими скоростями при обеспечении структурного совершенства выращиваемых кристаллов.

2. Сделано предположение о возможности существования нового механизма кристаллизации расплава в условиях микрогравитации.

3. Показано отсутствие влияния ламинарной и термокапиллярной конвекции на характер сегрегации примеси в кристаллах, выращенных в условиях данного эксперимента.

В заключение авторы выражают благодарность старшему научному сотруднику Физического института им.П.Н.Лебедева К.В.Киселевой за снятие рентгеновских топограмм.

Л и т е р а т у р а

1. Yue J.T., Voltmer F.V. - *J. Cryst. Growth*, 1975, vol. 29, p.329.
2. Иванов Л.И., Земсков В.С. и др. Плавление, кристаллизация и фазообразование в условиях невесомости. М.: Наука, 1979.
3. Witt A.F., Gatos H.C., Lichtensteiger M. et al.
- *J. Electrochem. Soc.*, 1975, vol. 122, p. 276-283.
4. Yee J.F., Mu-Ching Lin, Sarma K., Wilcox W.R.
- *J. Cryst. Growth*, 1975, vol. 30, p. 185-192.
5. Земсков В.С.-ДАН СССР, 1977, т.233, № 2, с.341-344.
6. Земсков В.С., Шульпина И.Л., Титков А.Н. и др. ФТТ, 1979, т.21, № 4, с. 987-1000.
7. Иванов Л.И., Земсков В.С., Кубасов В.И. и др. Плавление, кристаллизация и фазообразование в невесомости. М.: Наука, 1979, 256 с.
8. Gupta D.C., Chan J.G.
- *Rev. Sci. Instr.*, 1970, vol. 41, p. 176-179.
9. Глазов В.М., Чижевская С.Н., Глаголева Н.Н. Жидкие полупроводники. М.: Наука, 1967, 244 с.
10. Вилсон Д.Р. Структура жидких металлов и сплавов. М.: Металлургия, 1972, 247 с.

11. Могилевский В.М., Чудновский А.Ф. Теплопроводность полупроводников. М.: Наука, 1972, 536 с.
12. Полежаев В.И.-Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, № 4, с.77-88.

УДК 669.2

КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ В ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ КВАЗИНЕВЕСОМОСТИ

О.В.Абрамов, Д.М.Гельфгат, С.И.Семи́н, М.З.Соркин,
Ж.Д.Чашечкина

В последнее время большое внимание уделяется изучению возможности получения материалов из несмешивающихся между собой компонентов на основе таких систем, как, например, $Al-Pb$, $Al-Bi$, $Zn-Pb$, $Zn-Bi$, $Ga-Bi$ и др. в условиях отсутствия гравитации, в частности, на космических кораблях и орбитальных станциях [1-4]. Сложность и высокая стоимость таких исследований делает весьма актуальной разработку методов, позволяющих имитировать элементы космической технологии в земных условиях.

С этой точки зрения заслуживают внимания магнитогидродинамические методы воздействия на расплав в процессе кристаллизации [5]. Основная идея методов базируется на возбуждении в расплаве кондукционным или индукционным путем электромагнитных объемных сил (ЭМОС), действующих на каждый элементарный объем вещества и направленных так, чтобы действие сил тяжести было скомпенсировано. При этом в расплавах, например, двух несмешивающихся между собой компонентов с различной электропроводностью можно реализовать условия, когда суммы всех массовых сил (гравитационных и электромагнитных), действующих на каждый компонент, равны между собой. В этом случае компоненты в расплаве будут находиться в безразличном равновесии по отношению друг к другу в состоянии, которое можно охарактеризовать как квазиневесомость.

Проверка эффективности указанного метода проводилась на бинарных композициях $Zn-Pb$, $Al-Pb$, $Ga-Bi$, характеризующихся широкой областью расслаивания в жидком состоянии. Из-за различия в удельных весах в обычных условиях ($g > 0$) происходит разделение на два слоя: тяжелый компонент внизу, легкий вверху. Предполагалось, что в космосе в условиях отсутствия гравитации подобного разделения не будет. Действительно, полученные во время полета комплекса "Союз-Аполлон" образцы системы $Zn-Pb$ свидетельствуют о всплытии свинца в цинке [6]. Аналогичные результаты были получены в экспериментах на ракетах с системой $Al-In$ [7]. Однако качественного материала с равномерным распределением дисперсного компонента в матрице получено не было. Только в условиях искусственно созданной квазиневесомости показана прин-

ципиальная возможность получения композиций с равномерным распределением по объему слитка мелкодисперсных включений второй фазы в системах, обладающих областью расслаивания в жидком состоянии [8]. Наиболее качественное распределение компонентов в системах $Al-Pb$ и $Zn-Pb$ получалось при "физико-химическом" перемешивании расплава путем нагрева его до температур, превышающих критическую, когда в расплаве образуется однородный раствор. В этом случае еще до начала электромагнитной обработки достигается равномерное распределение дисперсной фазы по всему объему расплава [8]. В условиях квазиневесомости выпадающие из расплава частицы не будут оседать на дно емкости и при кристаллизации образуют достаточно однородную структуру.

В настоящей работе исследовались особенности макро- и микроструктуры слитков псевдосплавов на основе систем $Zn-Pb$ и $Al-Pb$ (типа "замороженных эмульсий"), а также характер распределения второй фазы (свинца) по объему кристаллизующего слитка, полученных в условиях квазиневесомости.

Исследования проводились на композициях следующего состава:

- в системе $Zn-Pb$ с 8, 15, 22 и 30 вес. %;
- в системе $Al-Pb$ с 13, 15 и 20 вес. %.

В экспериментах анализировалась роль следующих факторов в процессе формирования структуры псевдосплавов:

1. Плотности электромагнитных сил в расплаве.

2. Условий нагрева и охлаждения расплава (температуры перегрева расплава выше критической температуры начала расслоения - $T_{кр}$, времени выдержки расплава в перегретом состоянии, скорости охлаждения расплава до полного затвердевания слитка).

Эксперименты проводились на установке, изображенной на рис. I.

Расплавление металлов производилось в тигле (3) со встроенными по его торцам электродами (4). Емкость тигля в случае кристаллизации материалов на основе систем $Zn-Pb$ составляла 150 см^3 , а для систем $Al-Pb \approx 350 \text{ см}^3$. Тигель закреплялся в межполюсном пространстве электромагнита (I) так, чтобы векторы поля и тока были взаимно перпендикулярны. Плотность ЭМОС в отдельных компонентах сплава определялась расчетным путем по результатам замера тока, протекающего по активной зоне установки.

Состояние безразличного равновесия компонентов в бинарной системе (например, $Zn-Pb$) во внешних взаимно перпендикулярных скрещенных электрическом и магнитном полях может быть достигнуто при соблюдении следующего условия

$$\rho_{Zn} g + \sigma_{Zn} [\bar{E} \times \bar{B}] \approx \rho_{Pb} g + \sigma_{Pb} [\bar{E} \times \bar{B}], \quad (I)$$

где ρ_{Zn} , ρ_{Pb} - плотность цинка и свинца; σ_{Zn} , σ_{Pb} - удельная

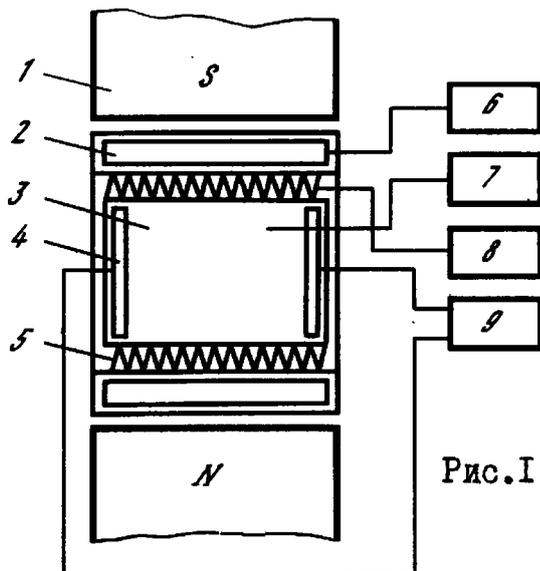


Рис. I

электропроводность цинка и свинца; \vec{E} – вектор напряженности электрического поля; \vec{B} – вектор индукции магнитного поля. Из условия (I) следует, что вследствие различия в значениях удельной электропроводности компонентов плотность ЭМОС в каждом из них будет различна и принципиально всегда можно подобрать такие значения \vec{E} и \vec{B} , чтобы кажущиеся удельные веса компонентов были приблизительно равными или находились в определенном отношении. При этом под коэффициентом электромагнитной обработки K пони-

малось отношение плотности ЭМОС, задаваемой в эксперименте, к той теоретически рассчитанной, при которой дисперсный компонент находился в безразличном равновесии с матричной фазой.

Нагрев металла осуществлялся нагревателями (5). Установки позволяли нагревать расплав композиции $Zn-Pb$ до температур $850^{\circ}C$, $Al-Pb$ до $1270^{\circ}C$. Режим охлаждения расплава варьировался с помощью системы холодильников (2). На рис. I показаны также система водоснабжения (6), блок измерения температуры расплава (7), блок питания нагревателей (8), система создания электрического поля в расплаве (9).

В экспериментах с композициями системы $Zn-Pb$ использовались две скорости охлаждения расплава: 15–20 и 100–120 $^{\circ}C$ /мин, а в экспериментах с $Al-Pb$ расплав охлаждался со скоростью $\sim 40^{\circ}C$ /мин.

В работе [8] было показано, что сравнительно высокая степень равномерности распределения дисперсного компонента в псевдорасплаве достигается при предварительном нагреве расплава до температуры выше критической – $T_{кр}$, превышающей температуру расслоения, характерную для выбранного состава. Поэтому методика проведения экспериментов была следующей: навеска металла нагревалась до температуры, превышающей $T_{кр}$, выдерживалась в течение определенного времени, затем расплав при охлаждении подвергался воздействию электрического и магнитного полей. Это воздействие продолжалось до температуры затвердевания легкоплавкого компонента.

Полученные слитки разрезали в направлении, перпендикулярном оси слитка, и из полученной серии темплетов изготавливались шлифы для анализа макро- и микроструктуры.

После химической полировки и травления поверхности образцов проводился анализ структуры с использованием металлографического микроскопа Neophot-2 и рентгеновского микроанализатора JXA-5. Количественная обработка данных металлографического анализа осуществлялась

Таблица I

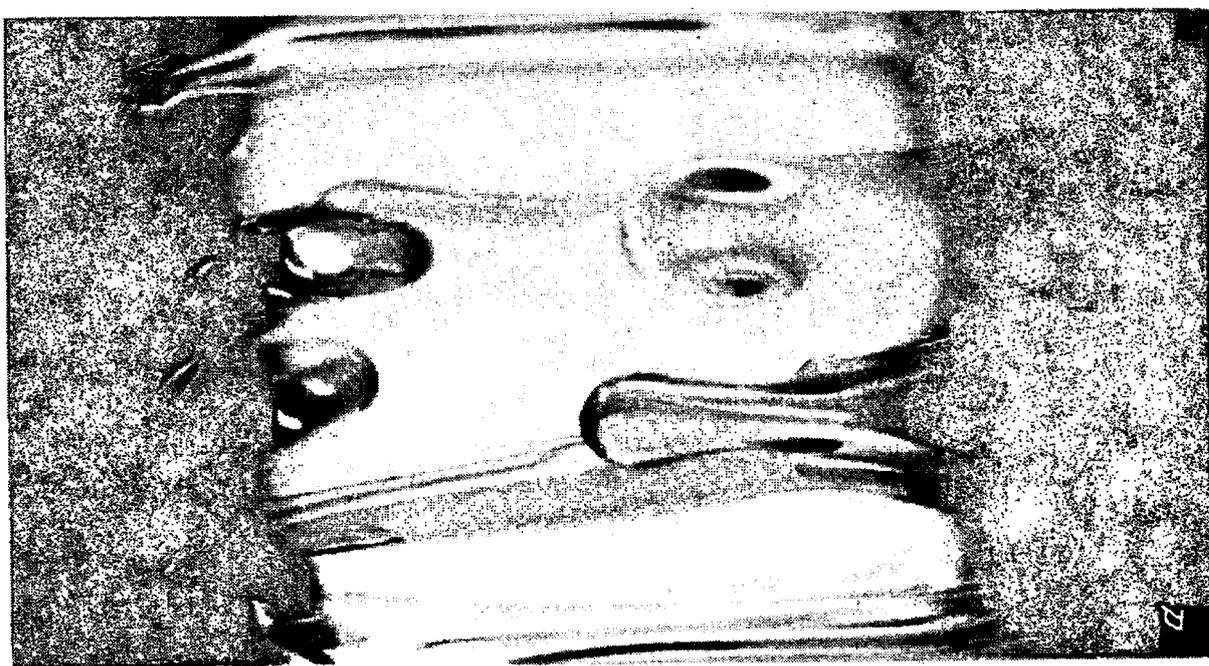
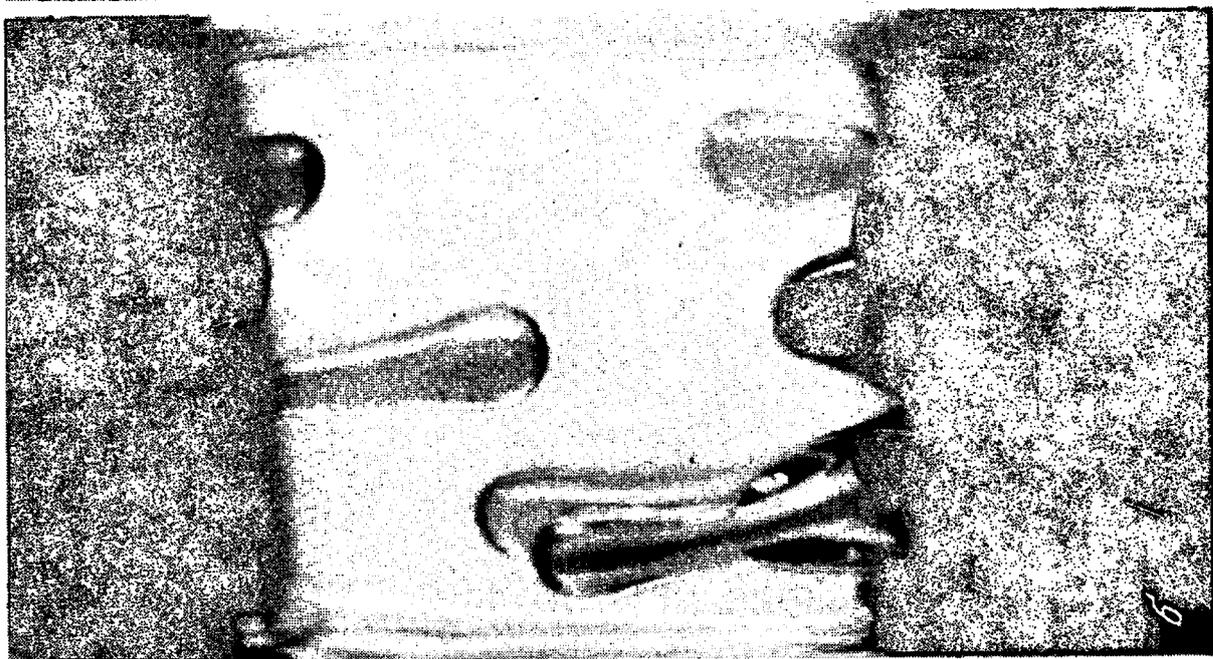
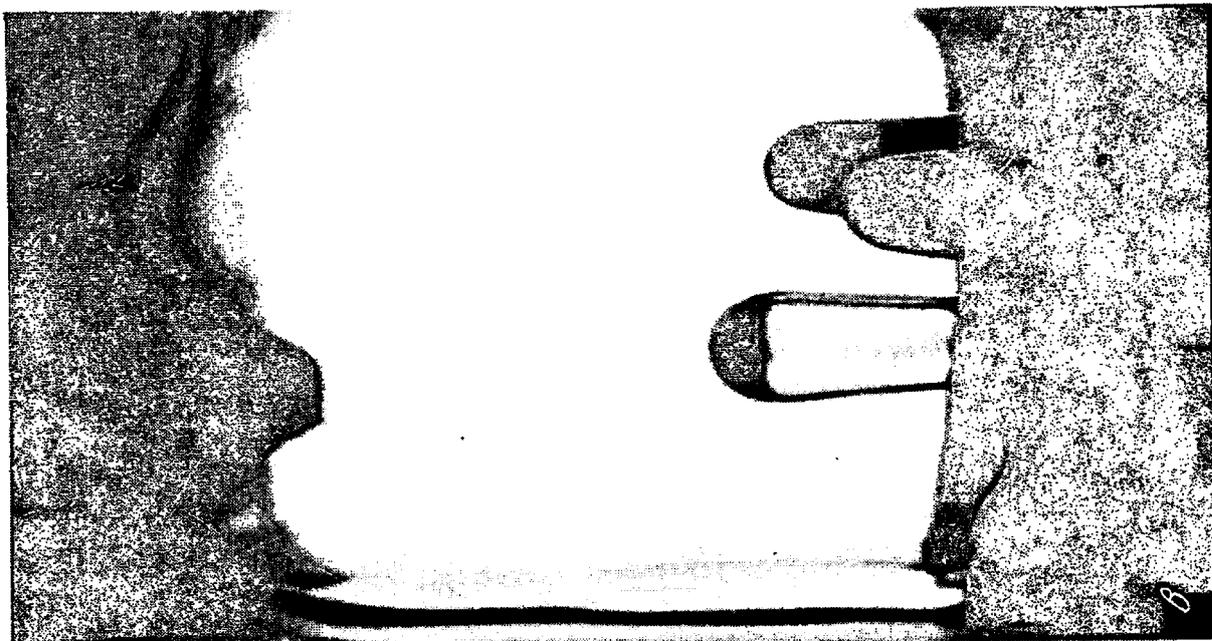


Таблица II

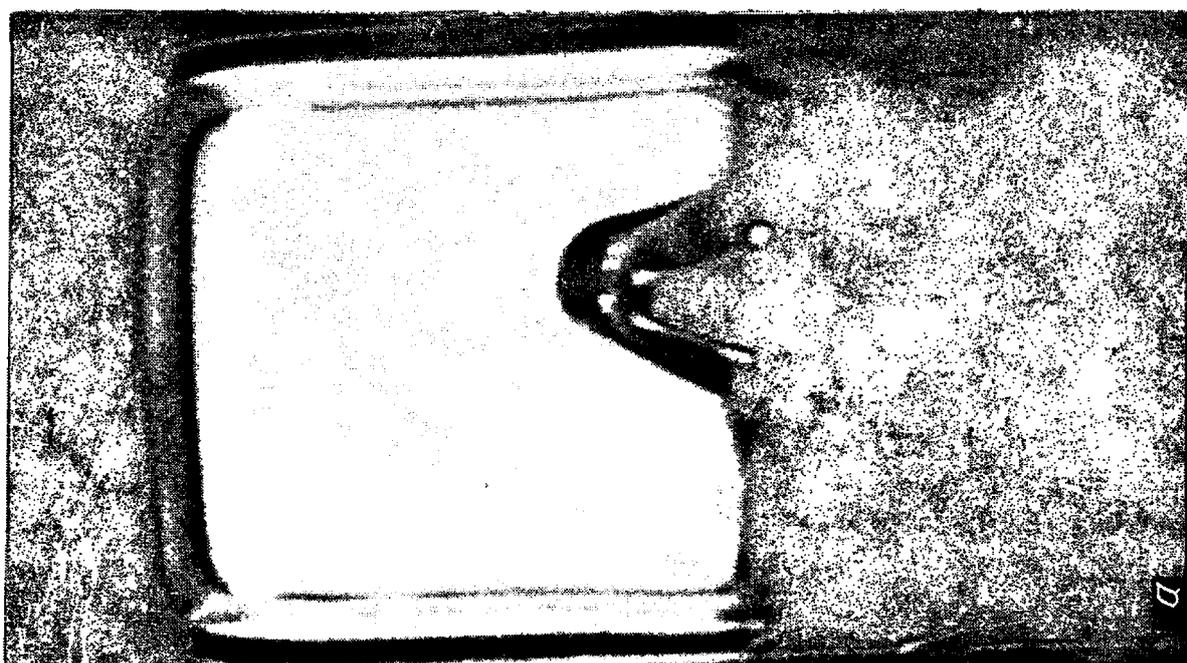
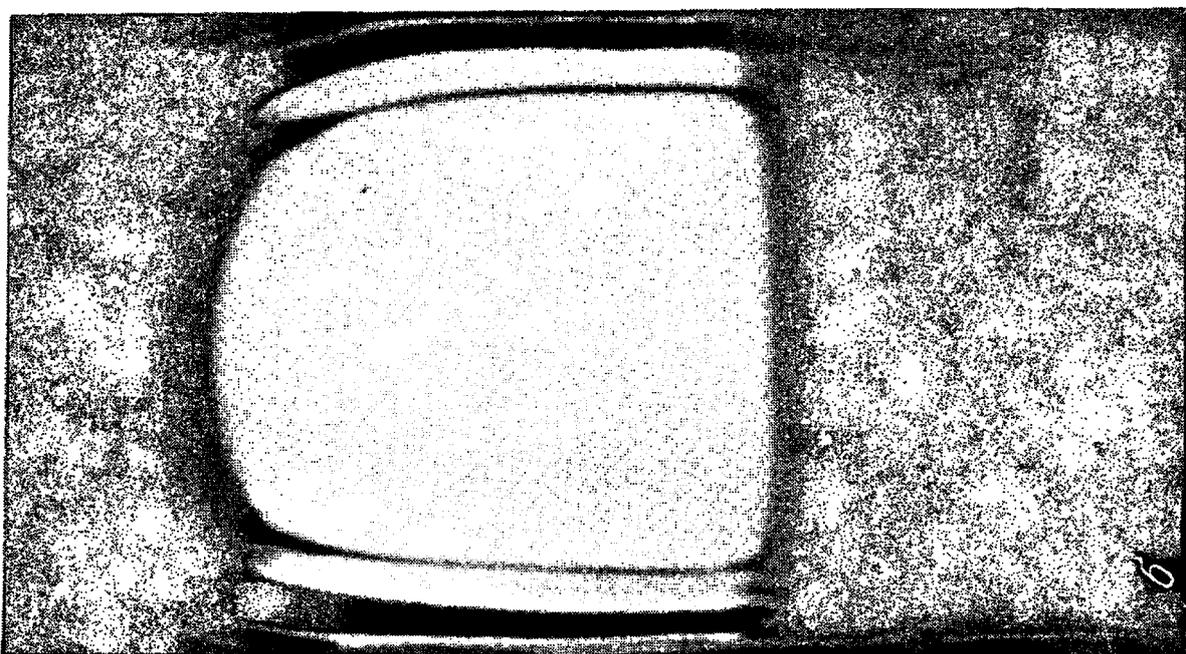
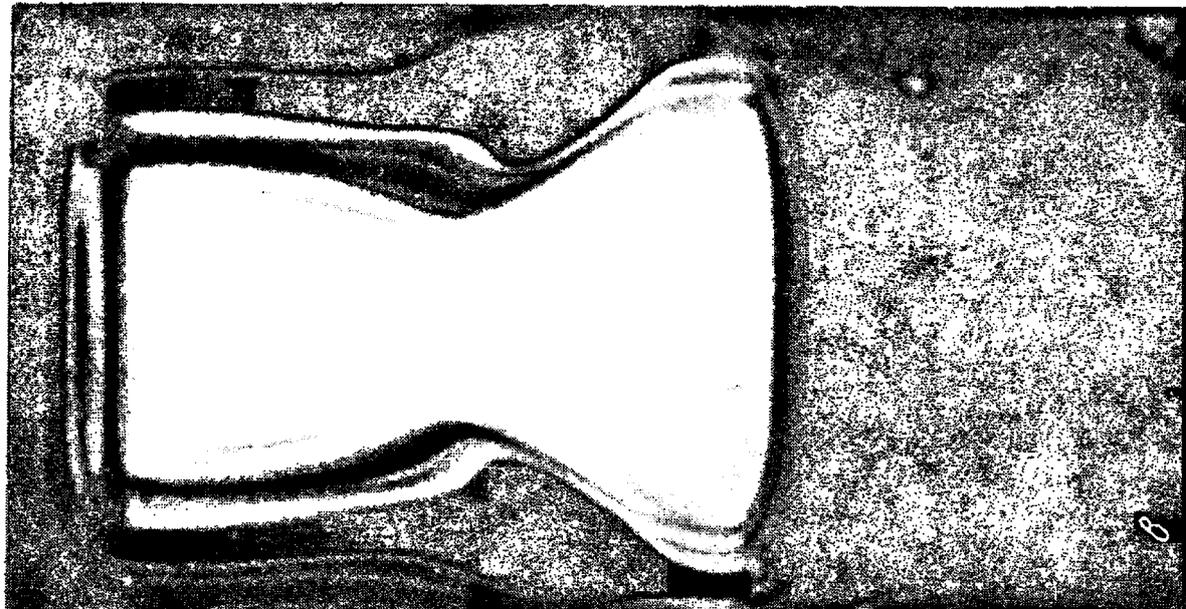
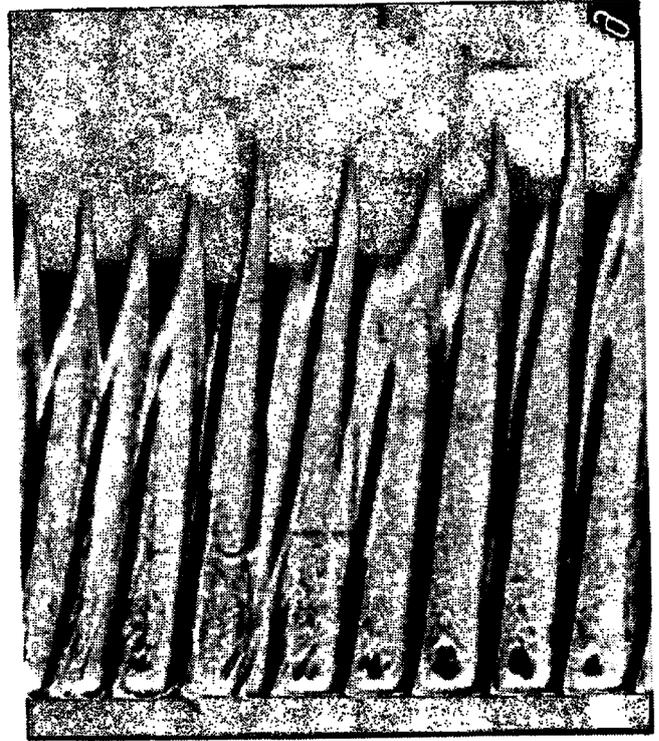
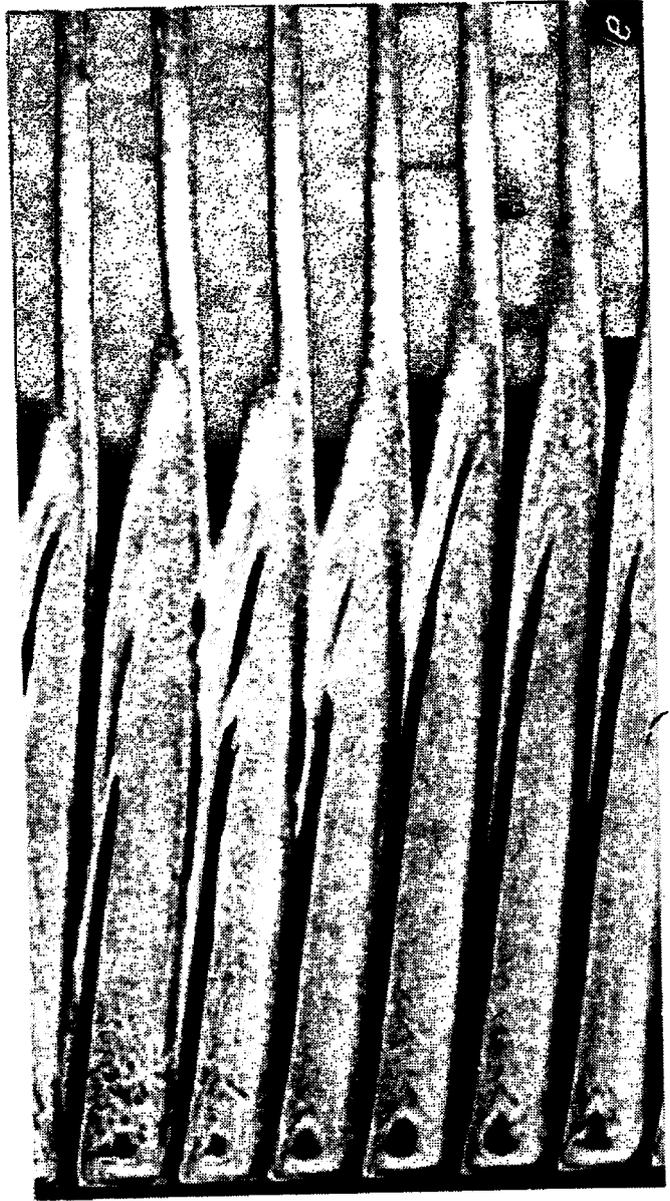
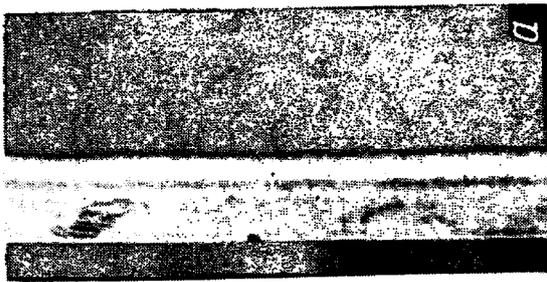
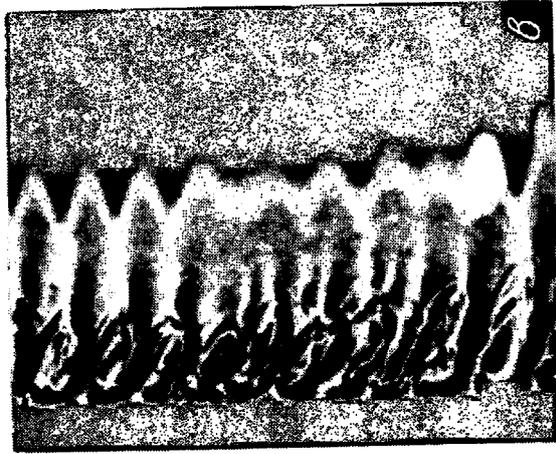
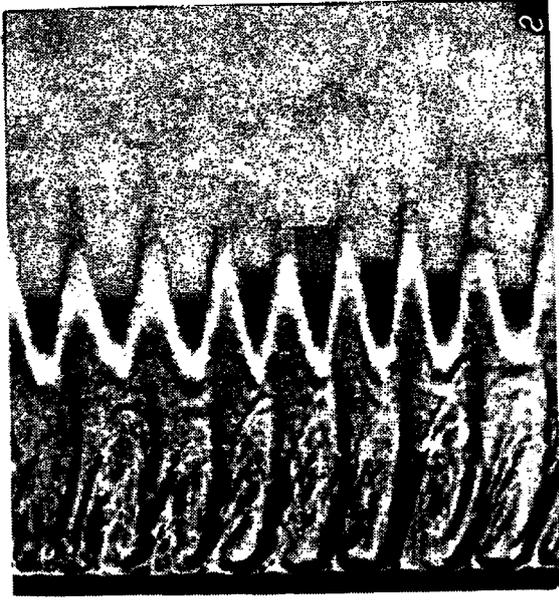
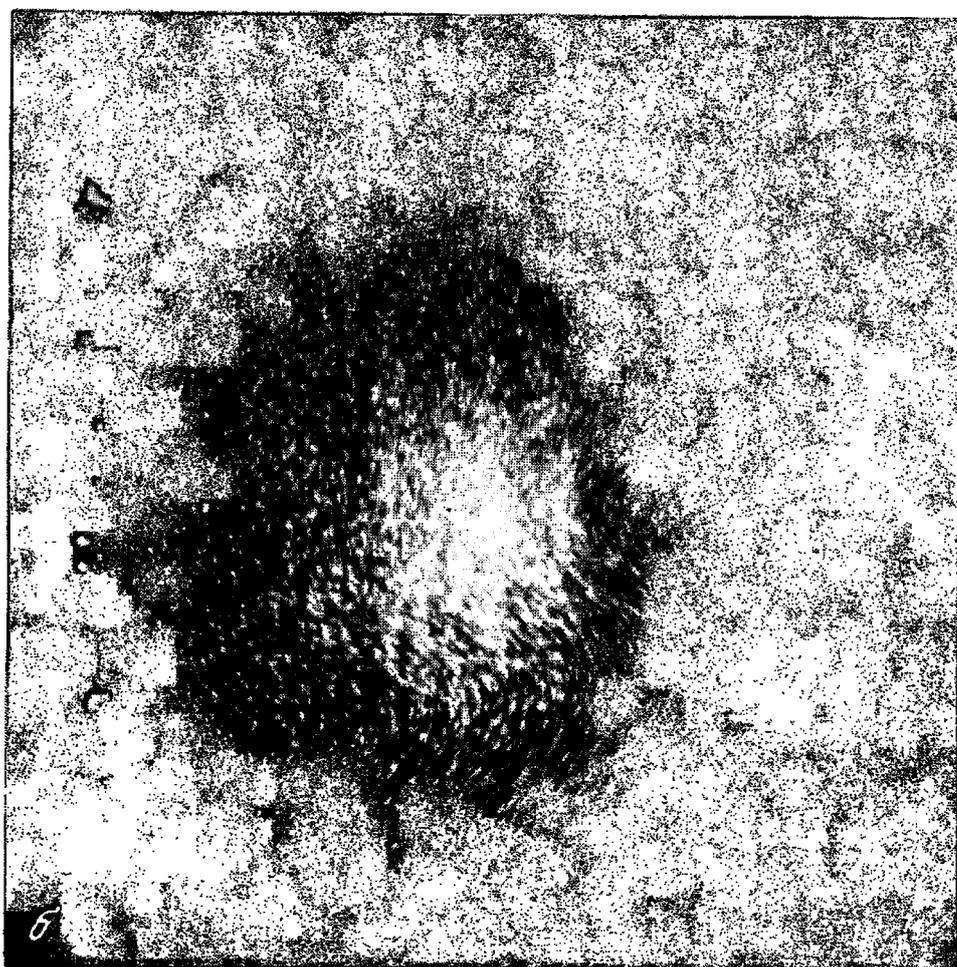
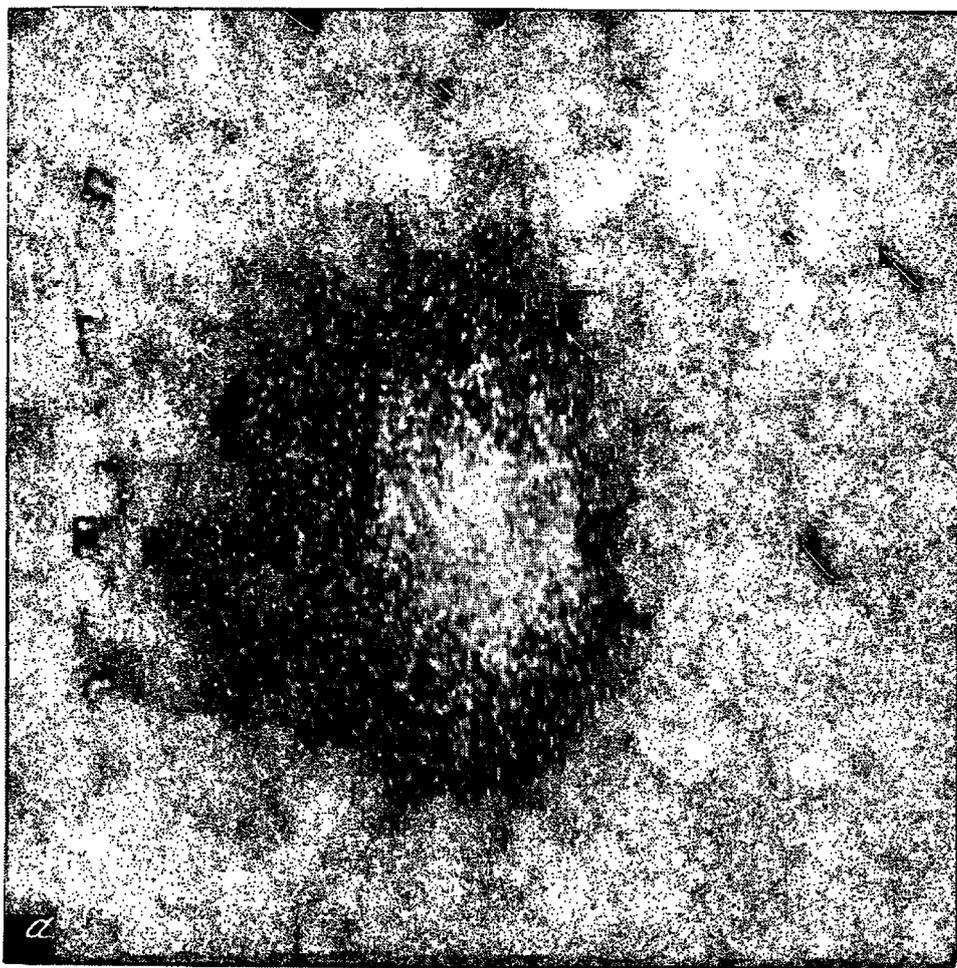
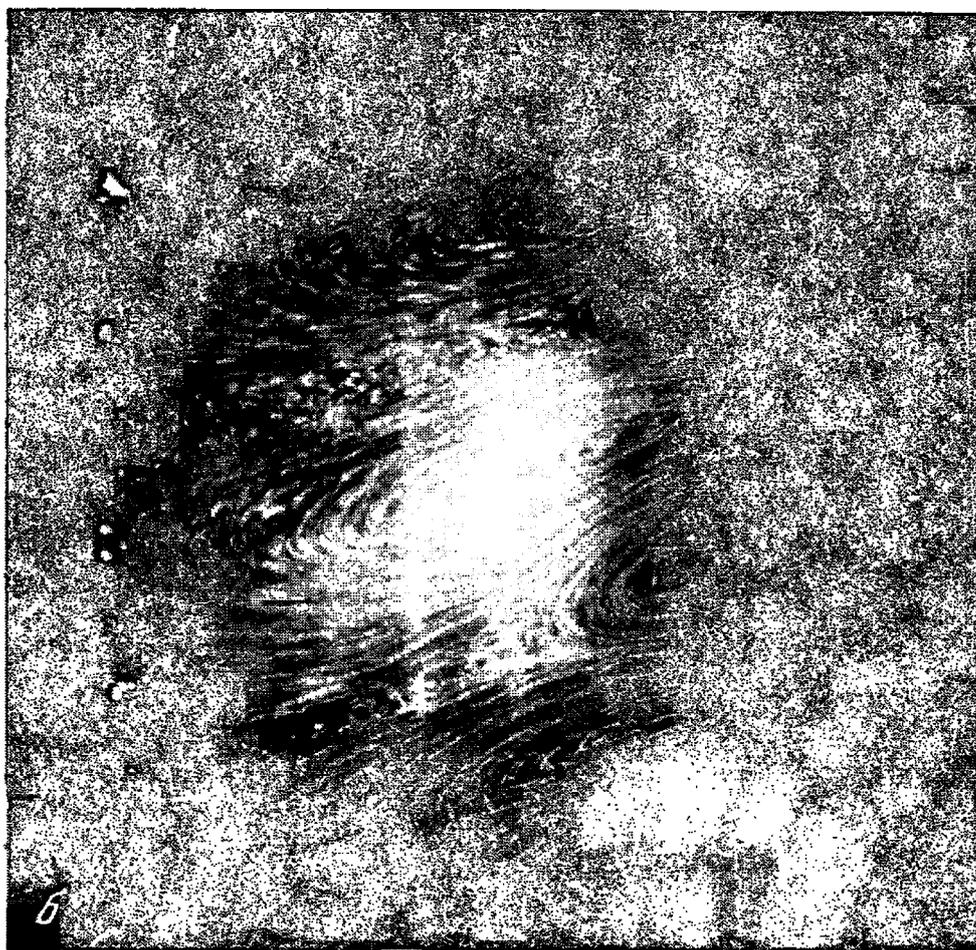
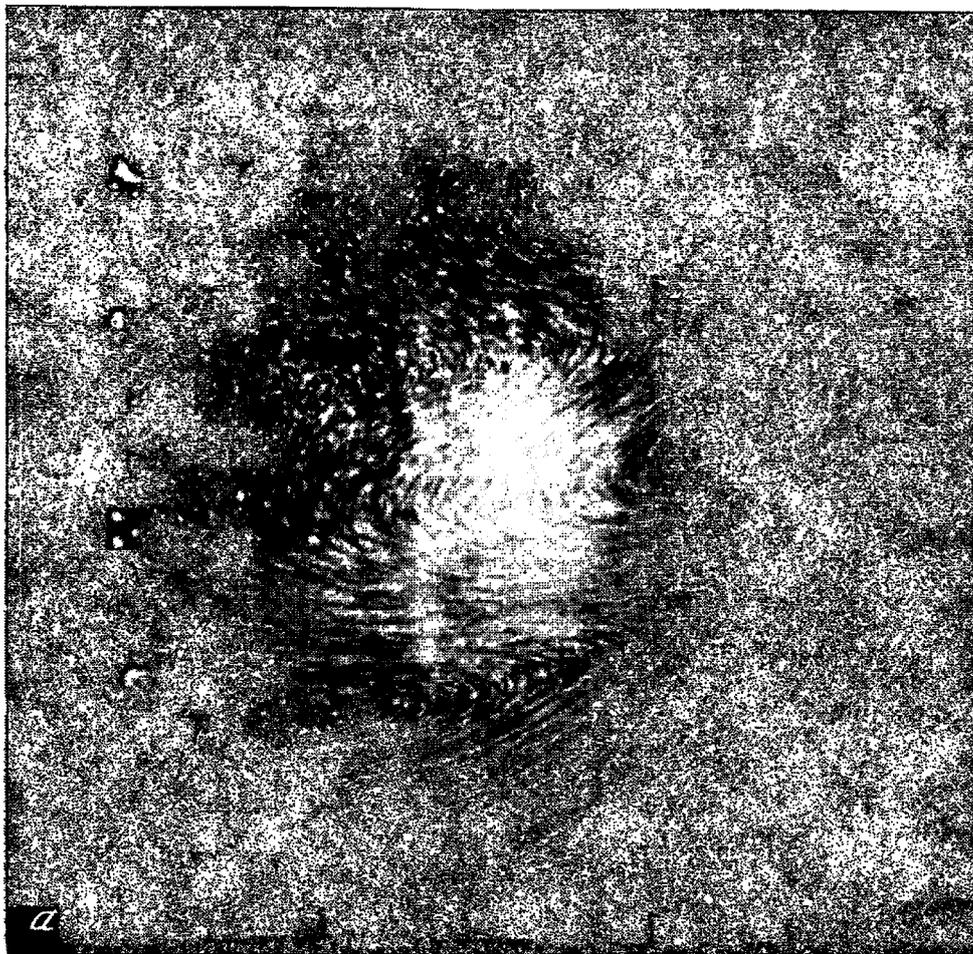
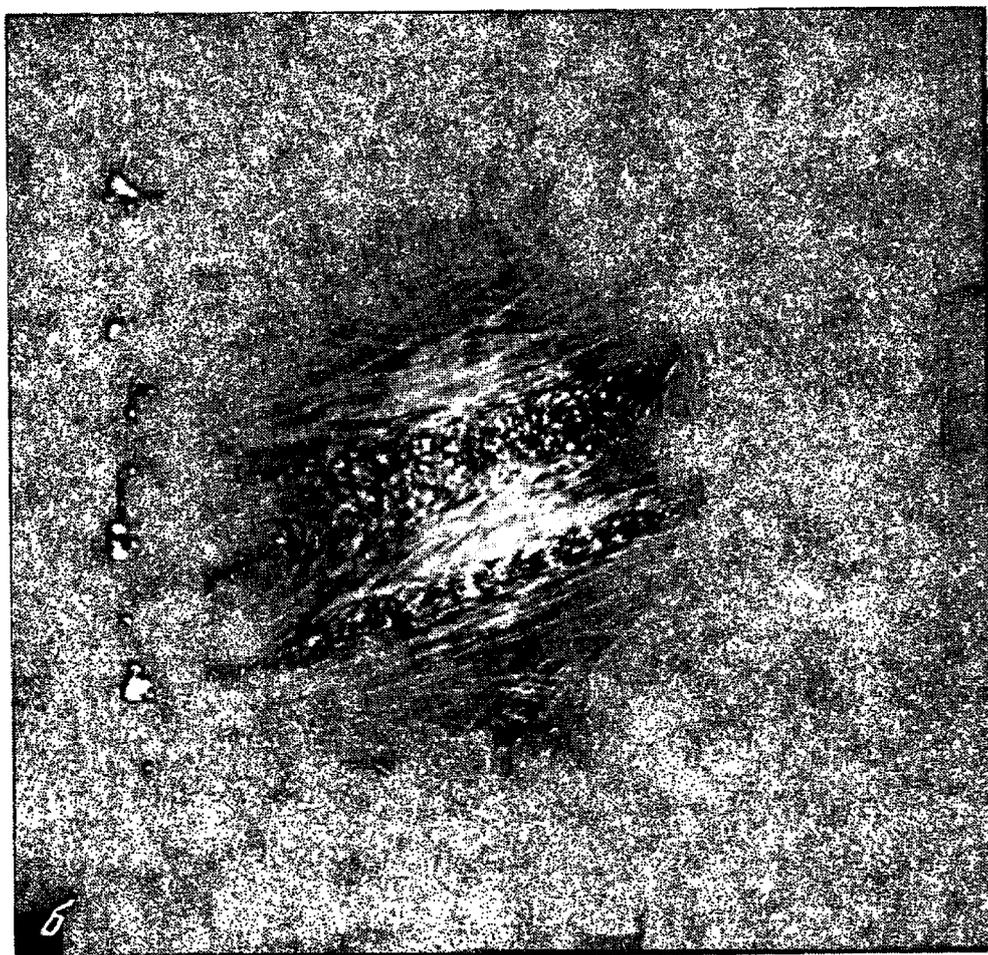
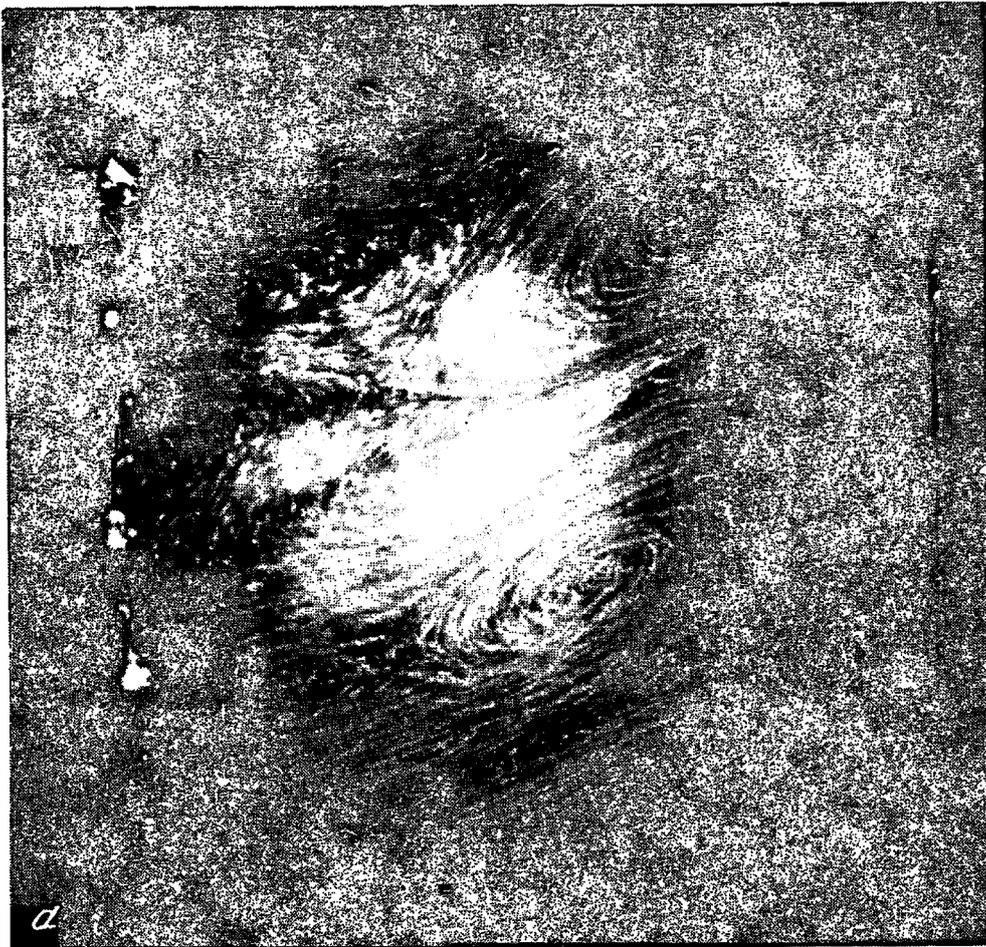


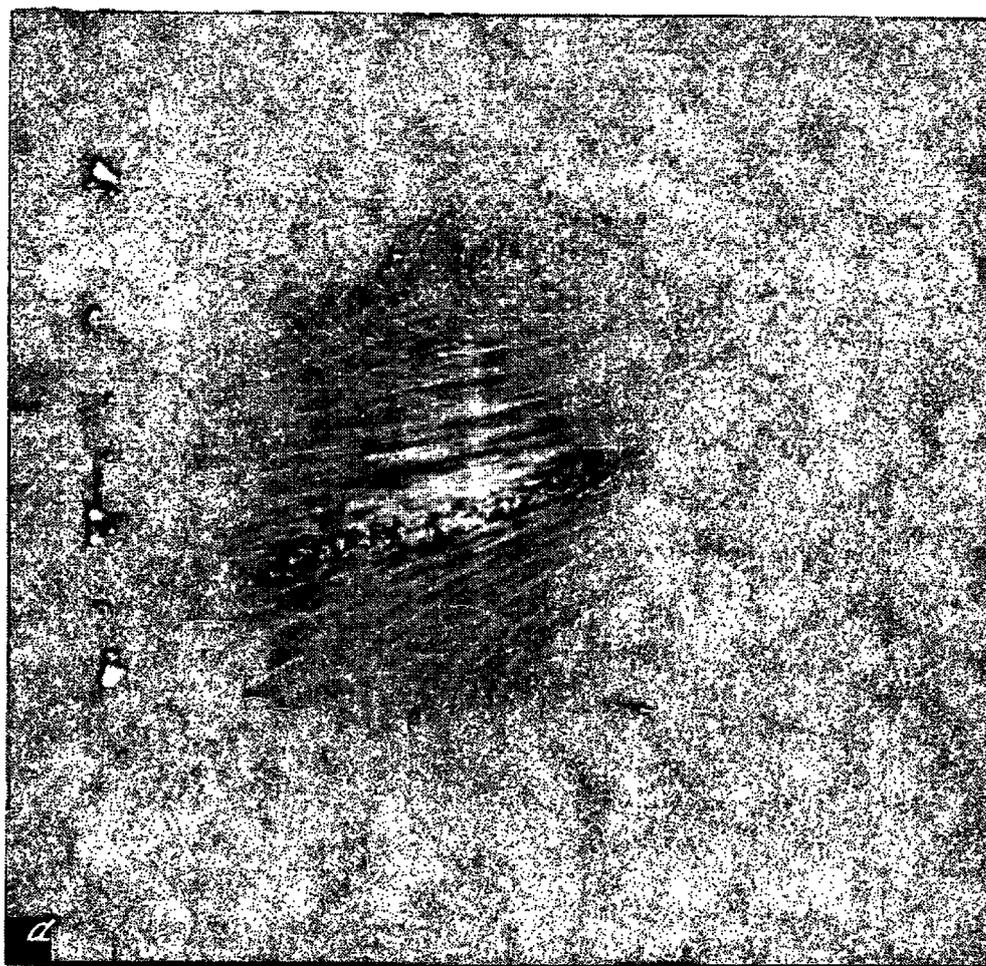
Таблица III

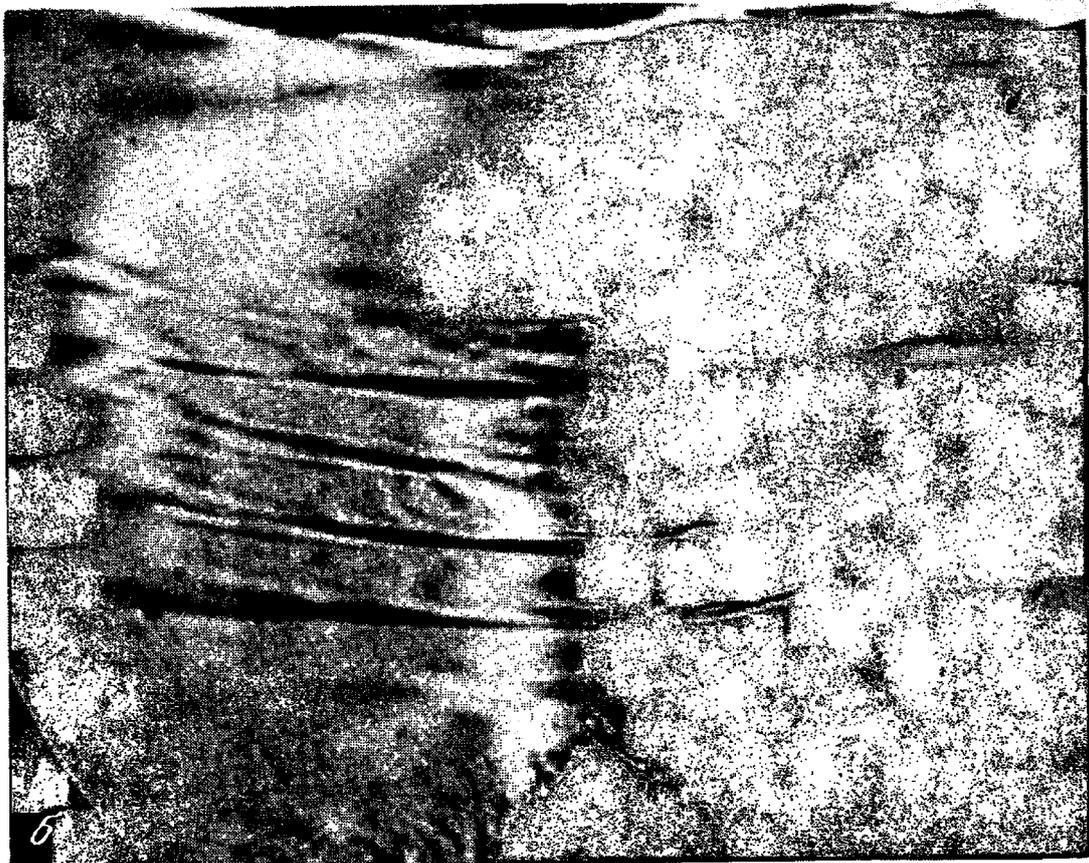
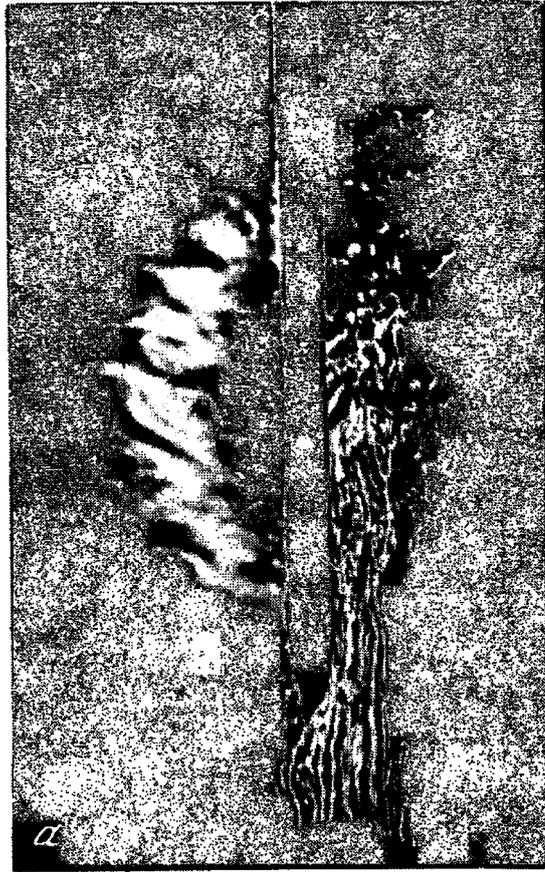


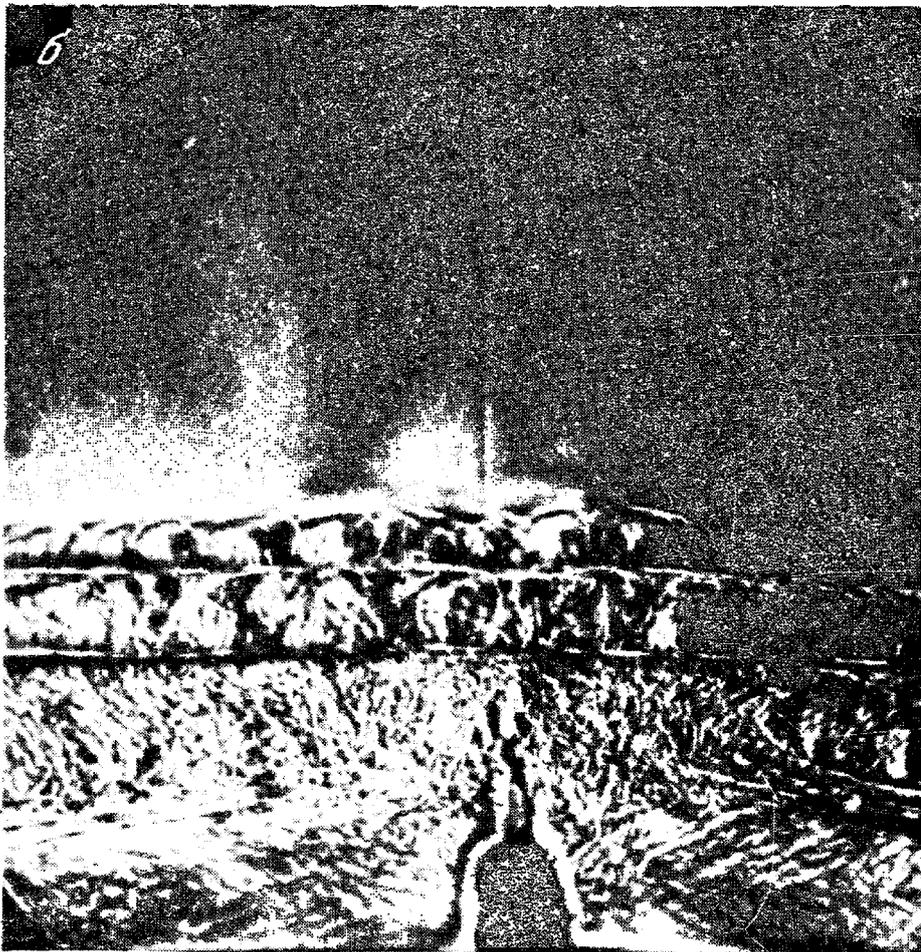


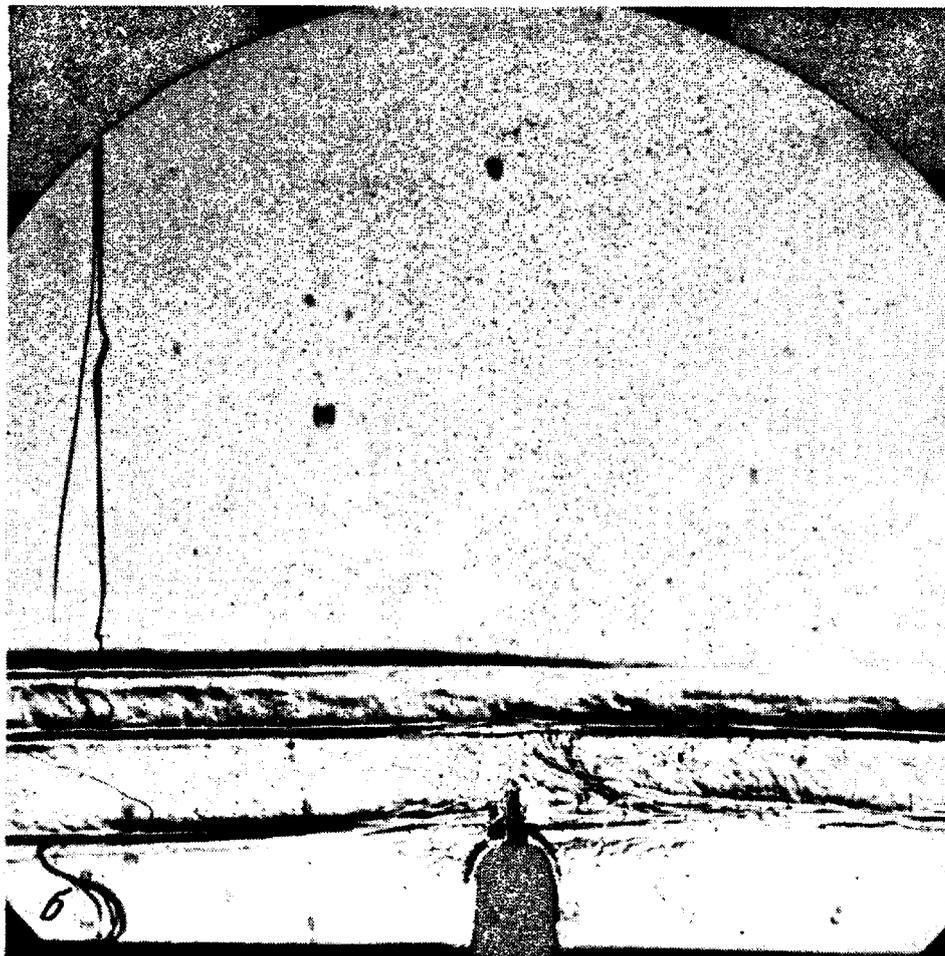
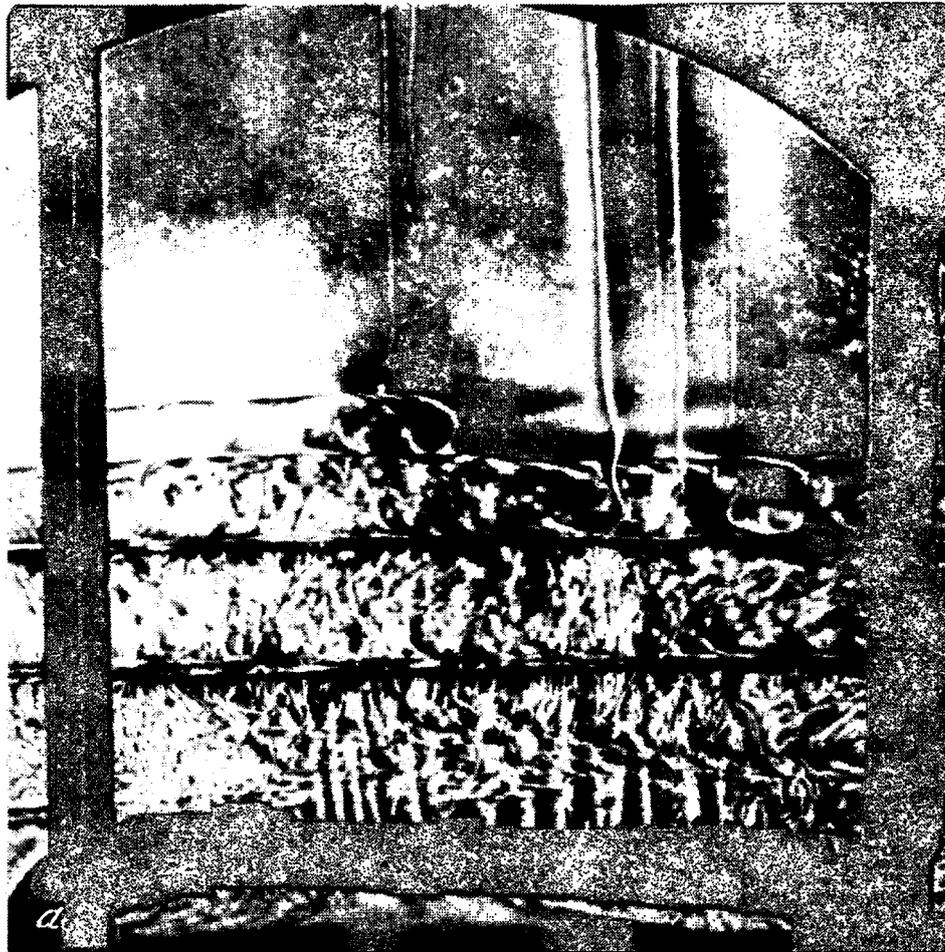


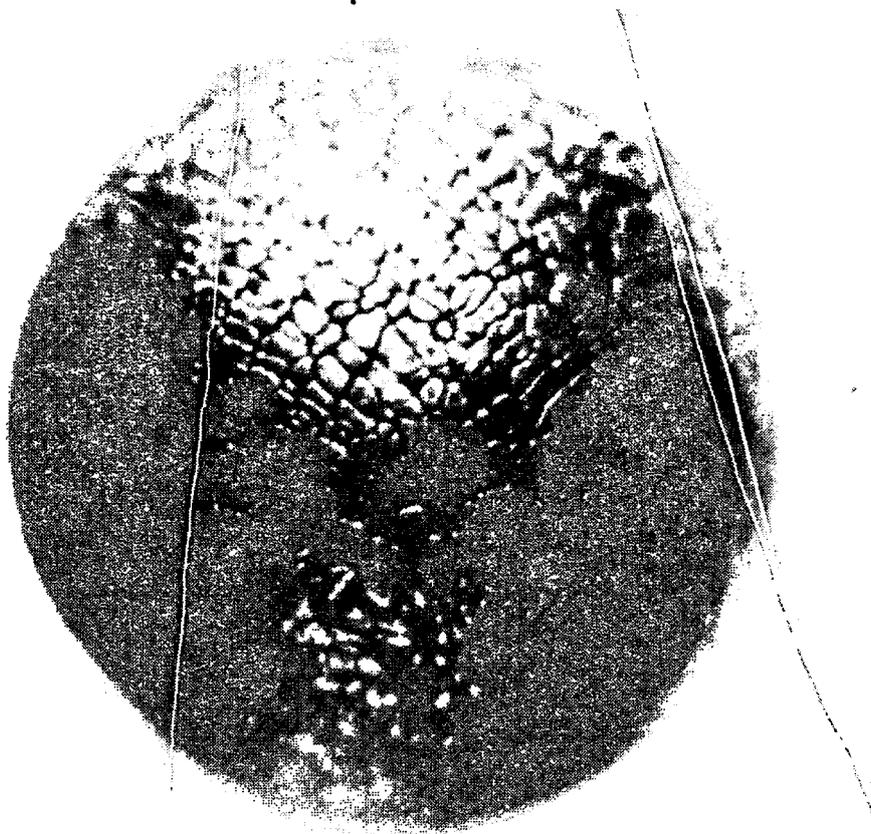




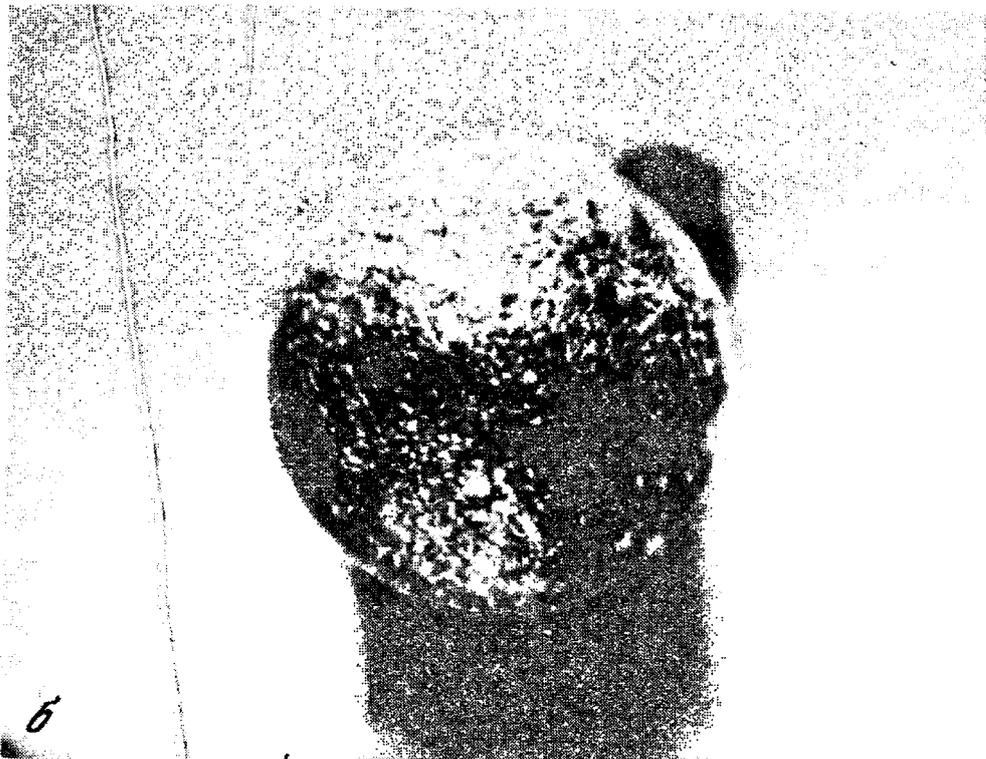




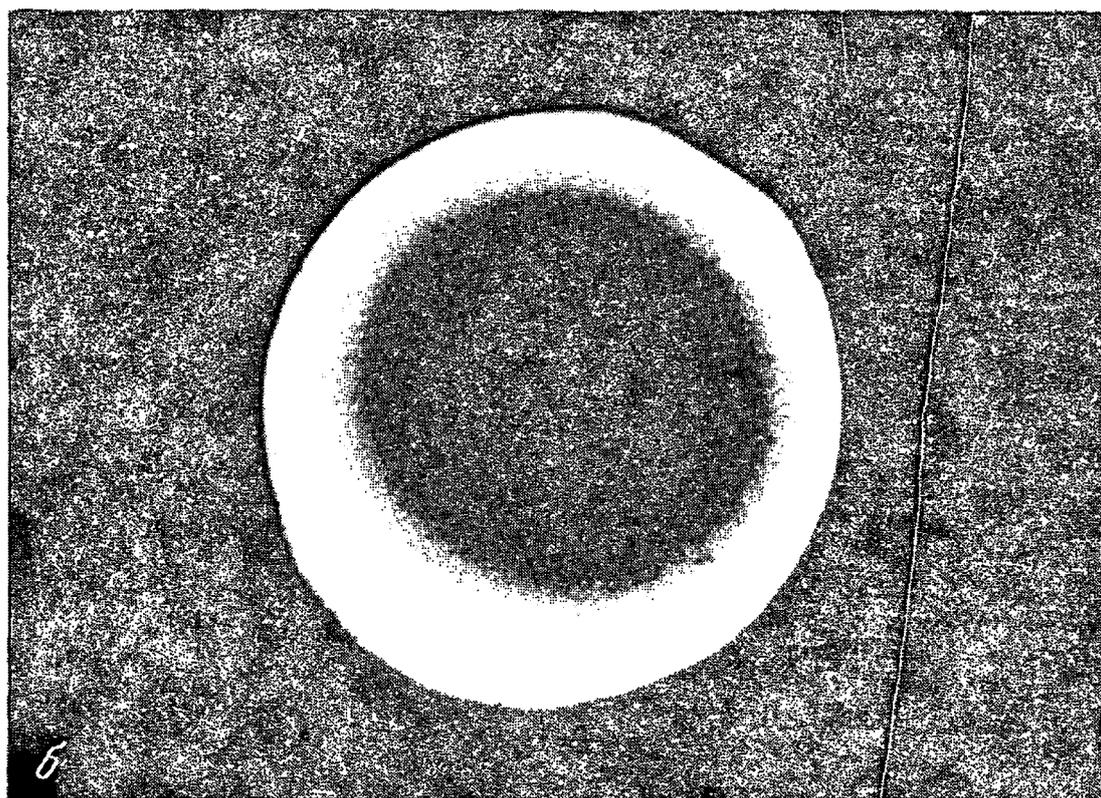
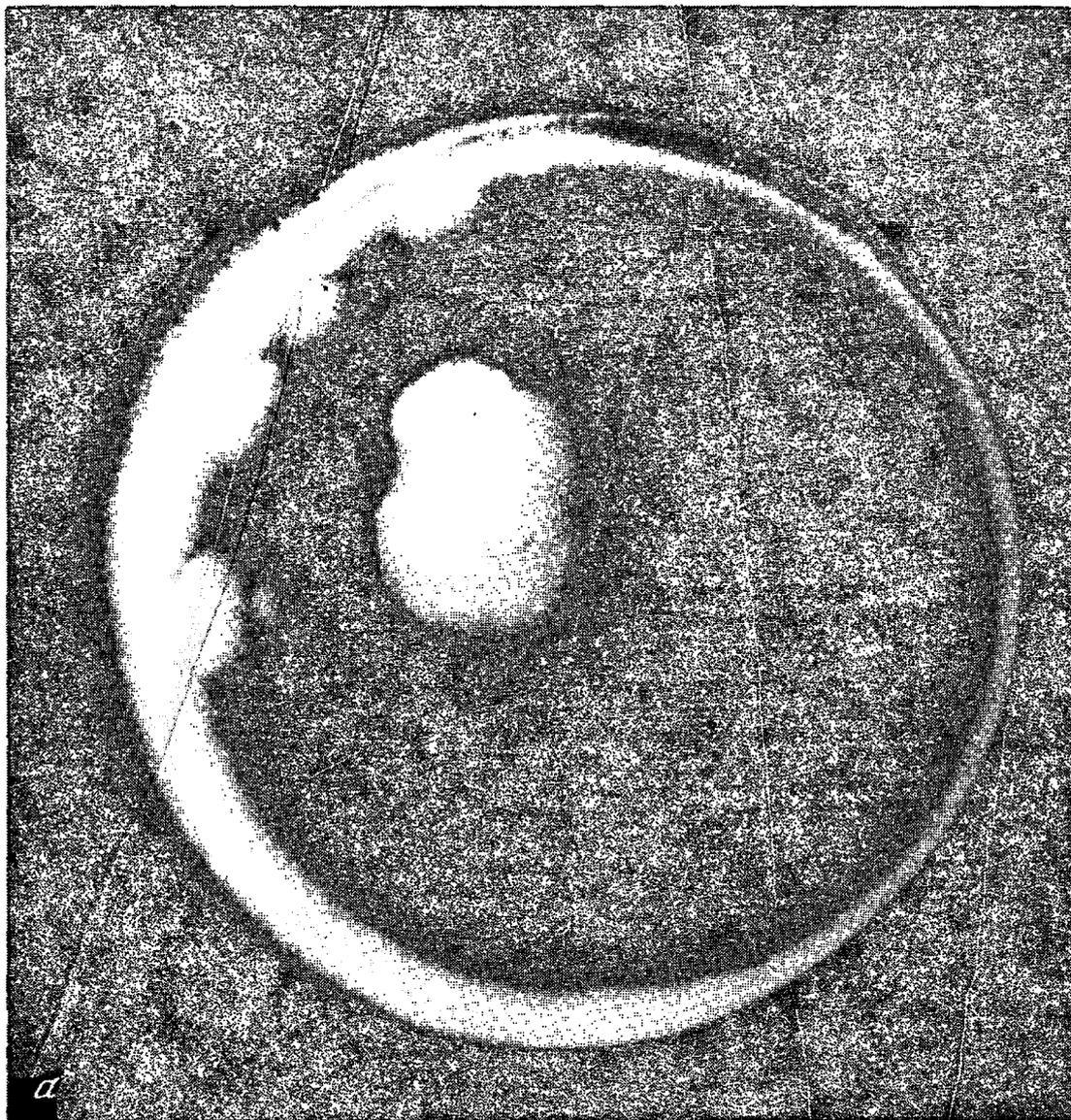


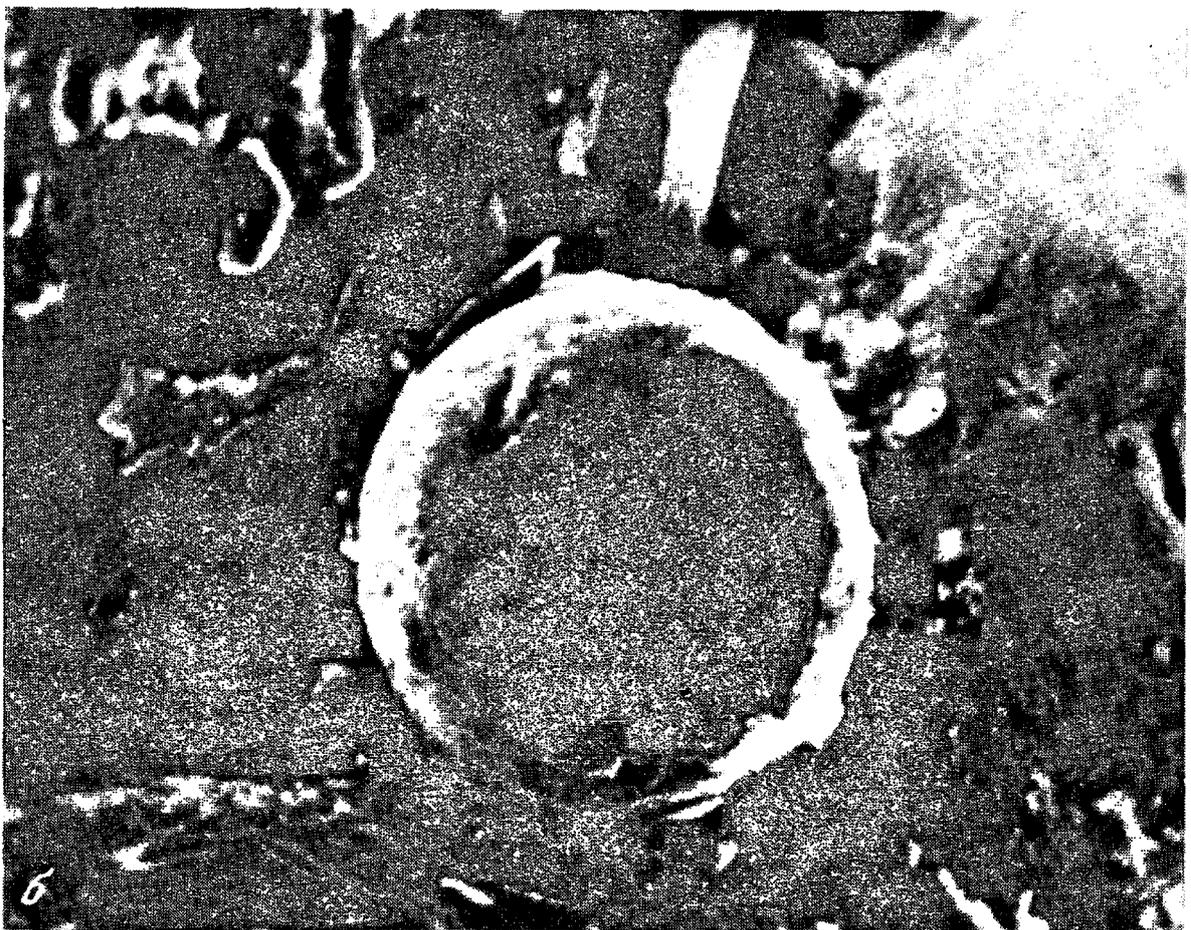
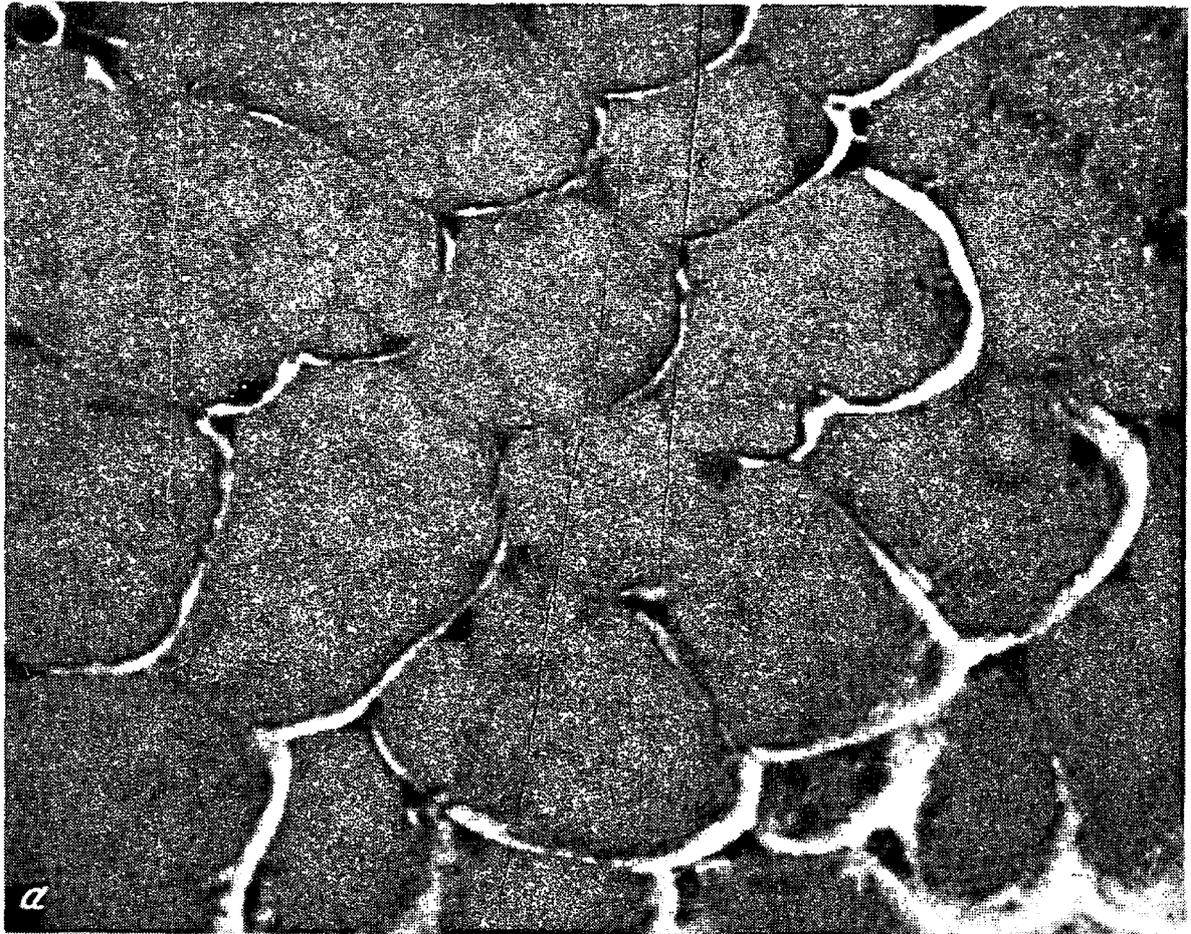


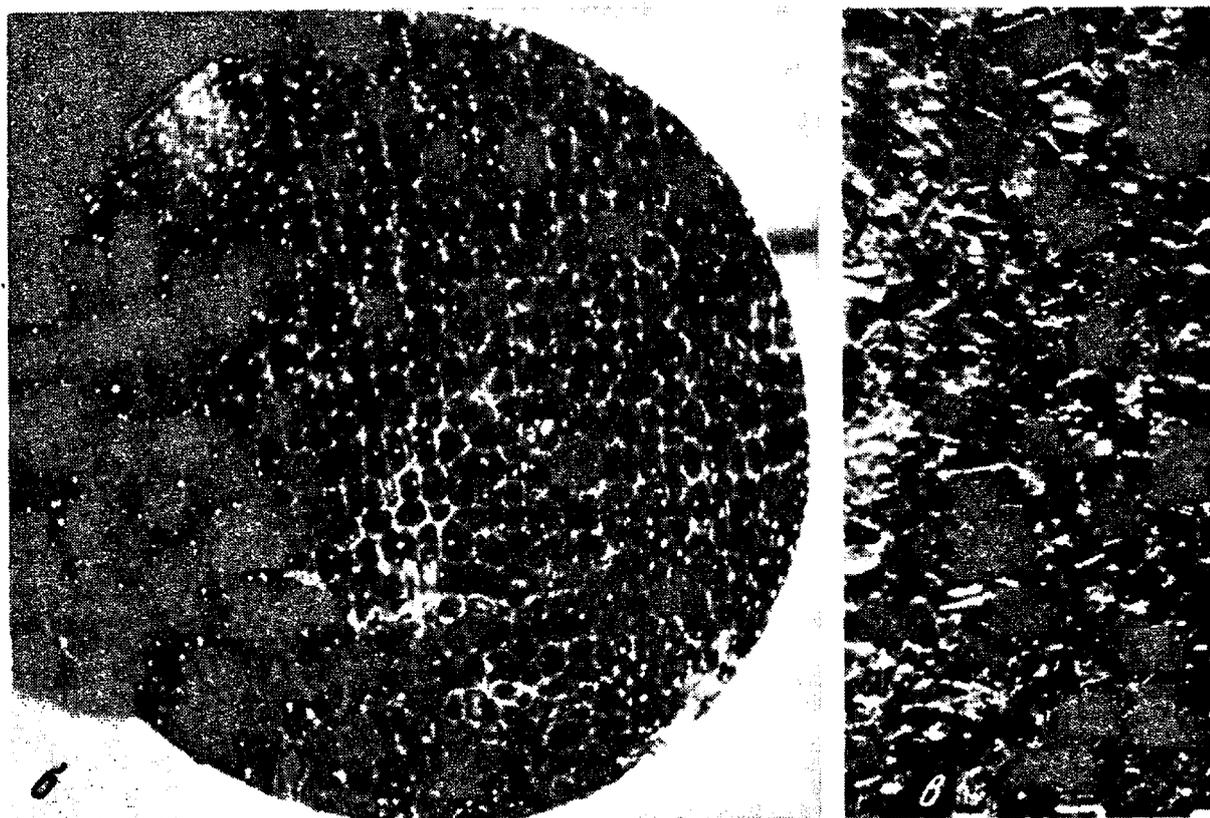
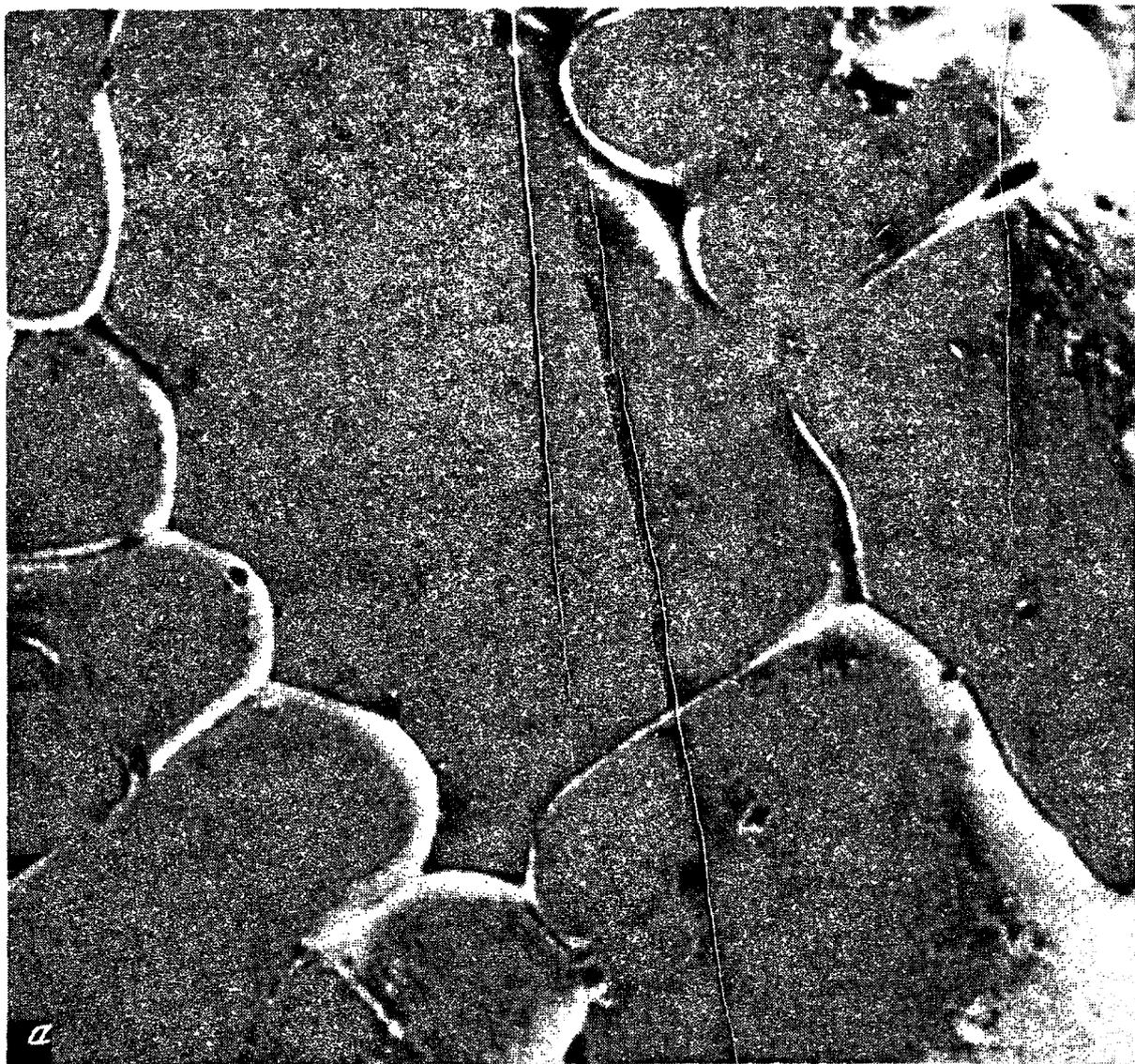
а

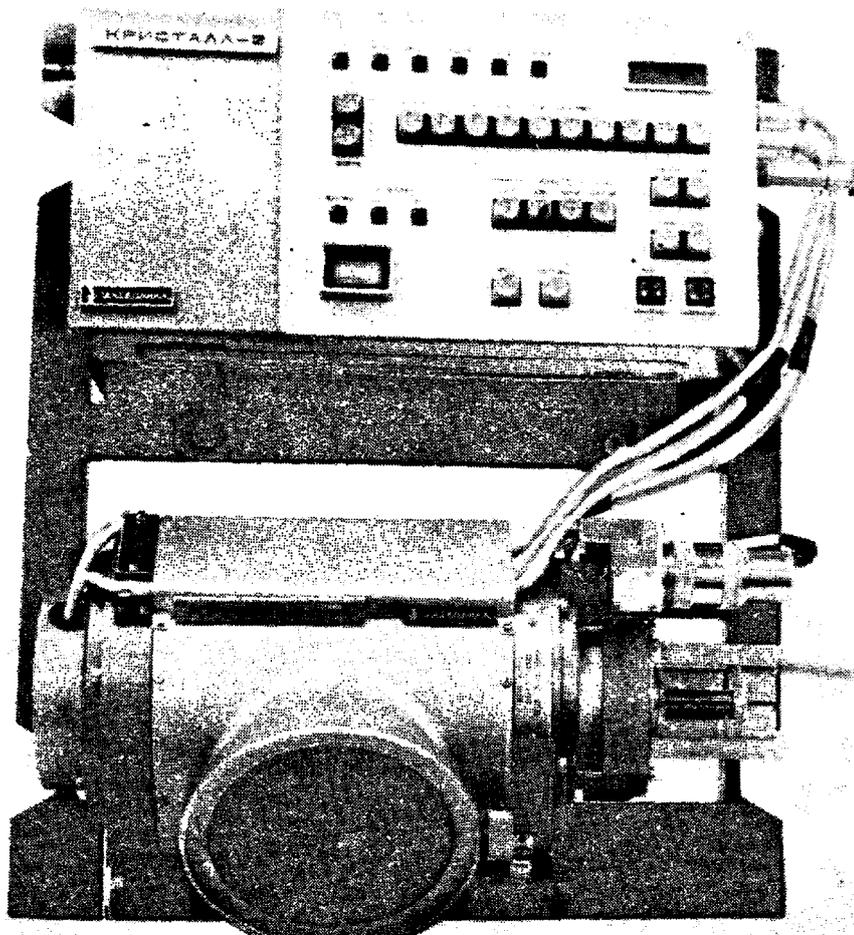


б

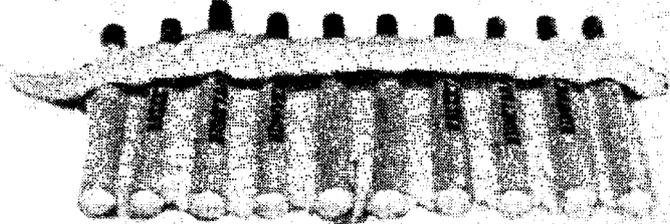








а



б

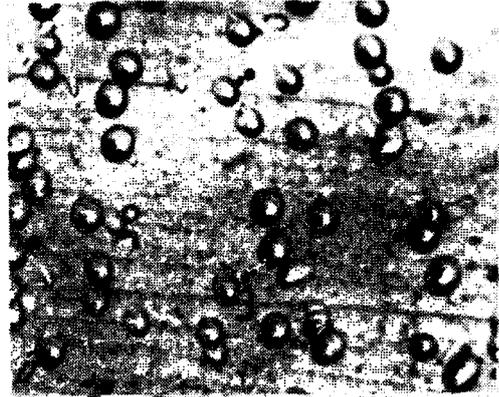
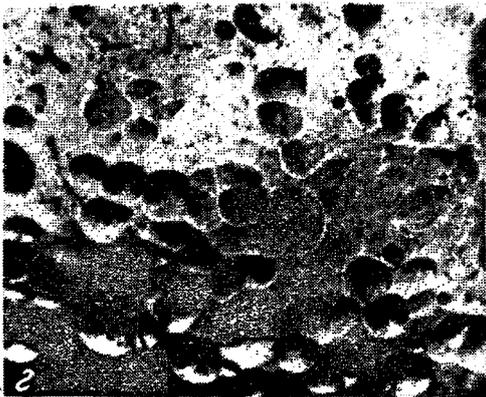
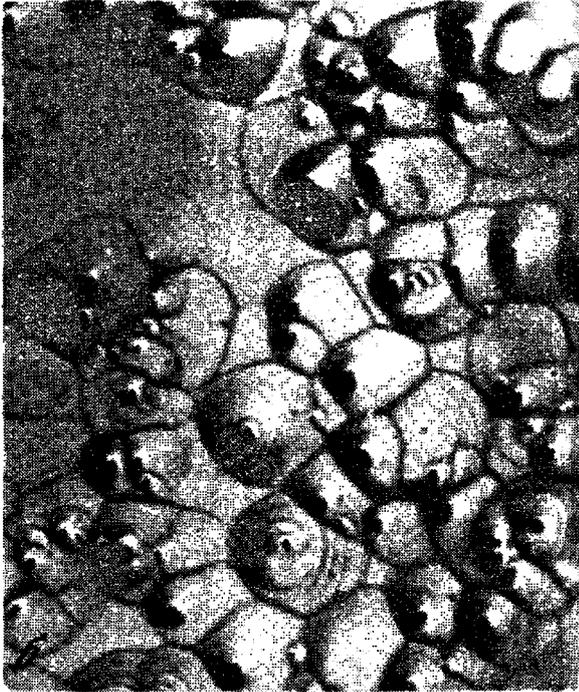
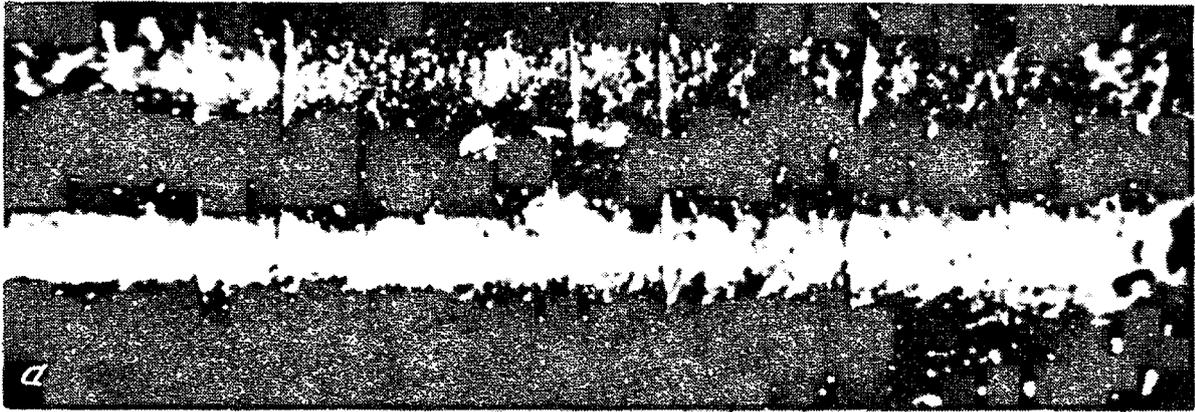


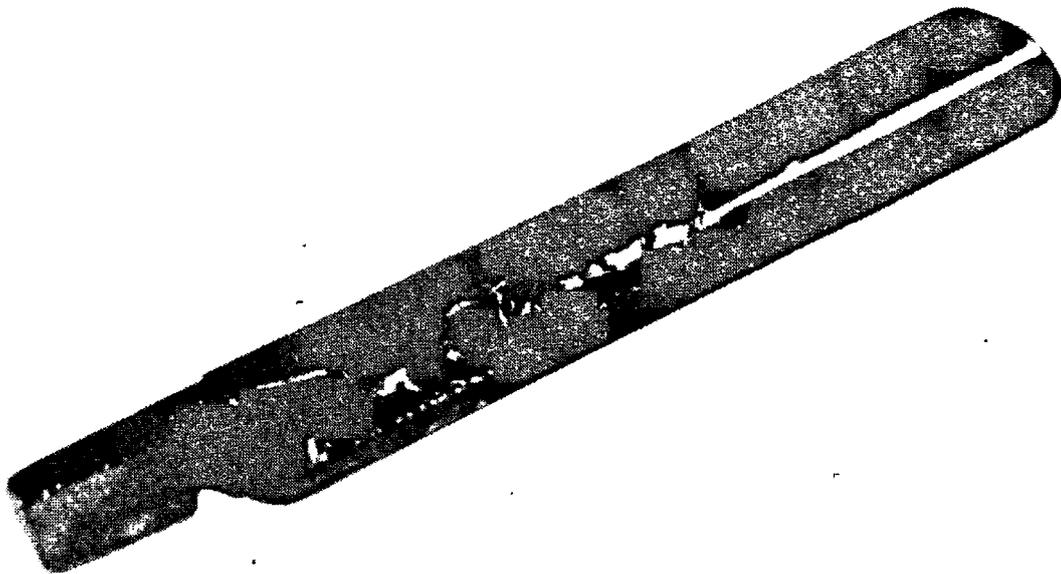
в



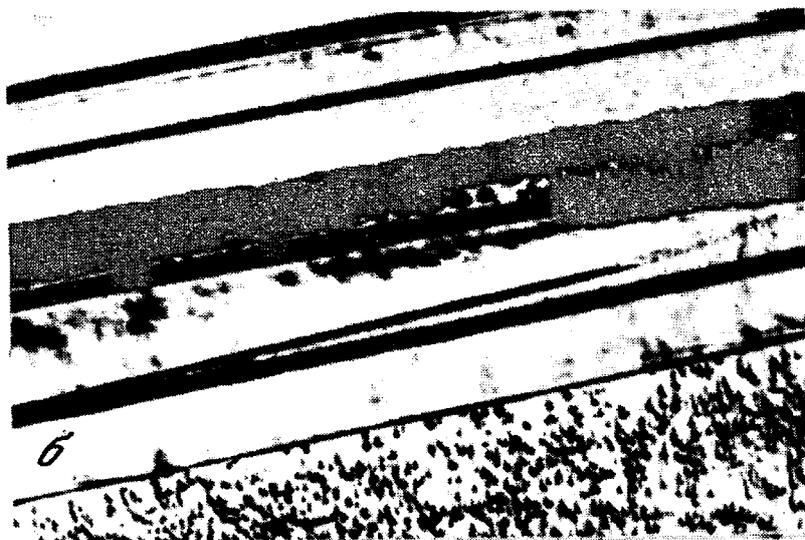
г



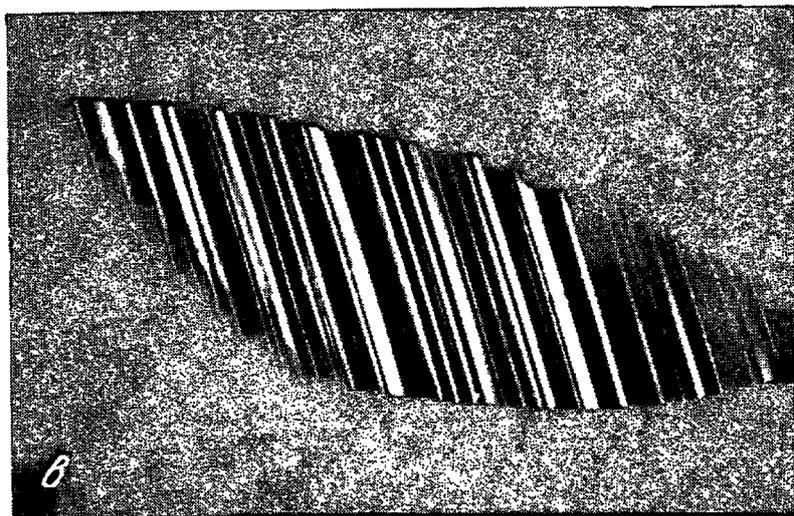




а

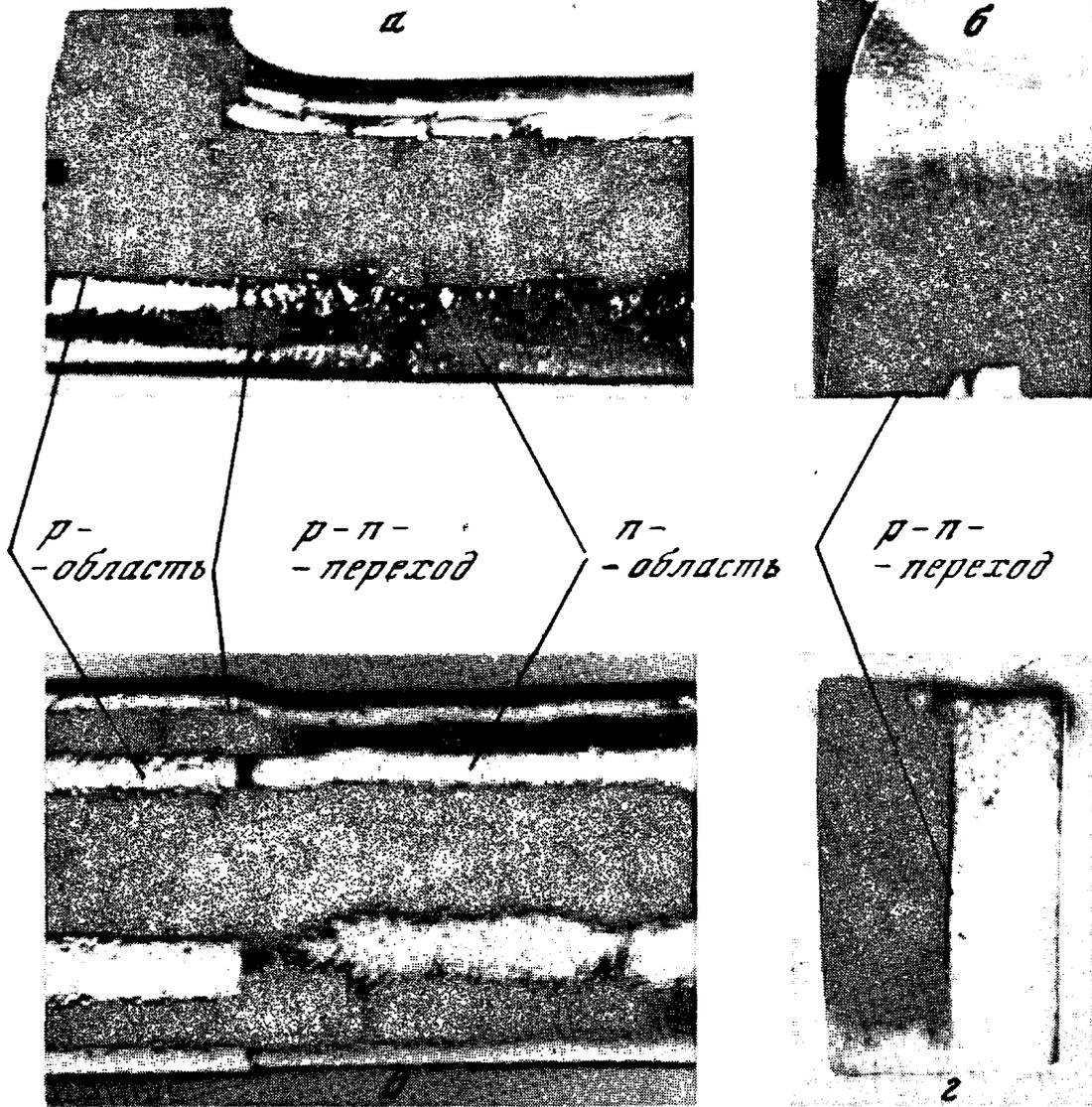


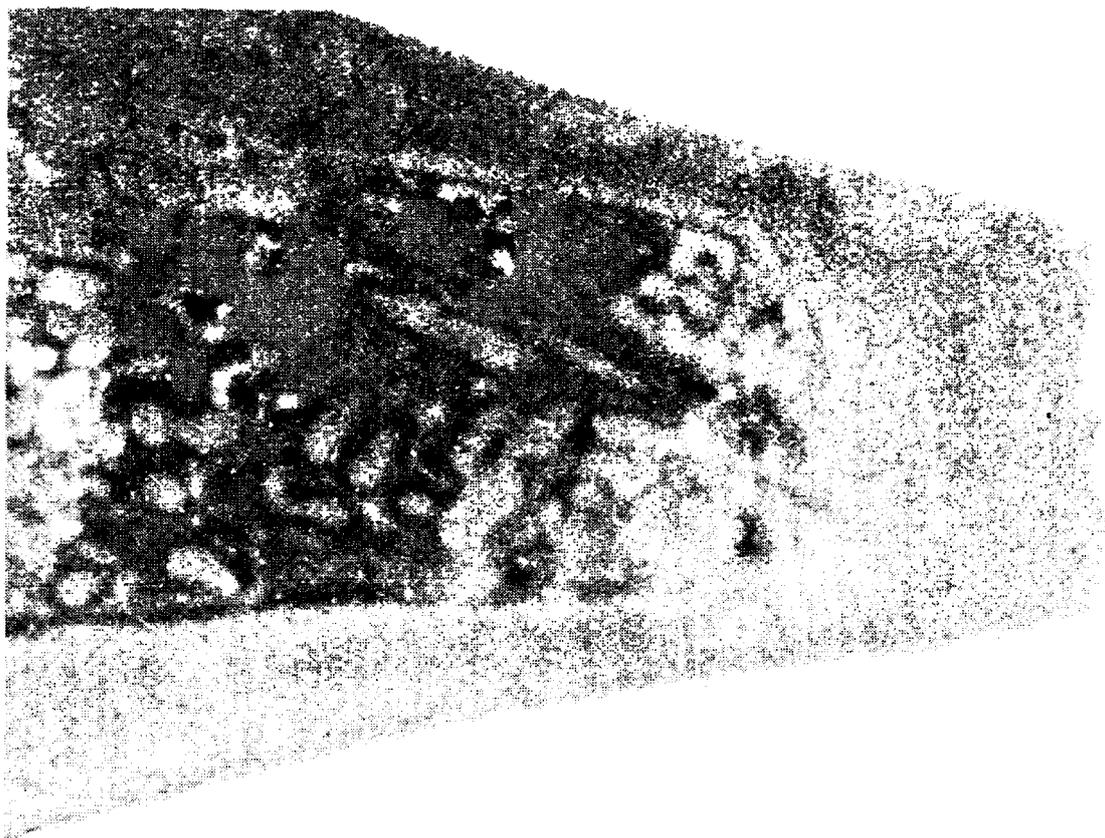
б



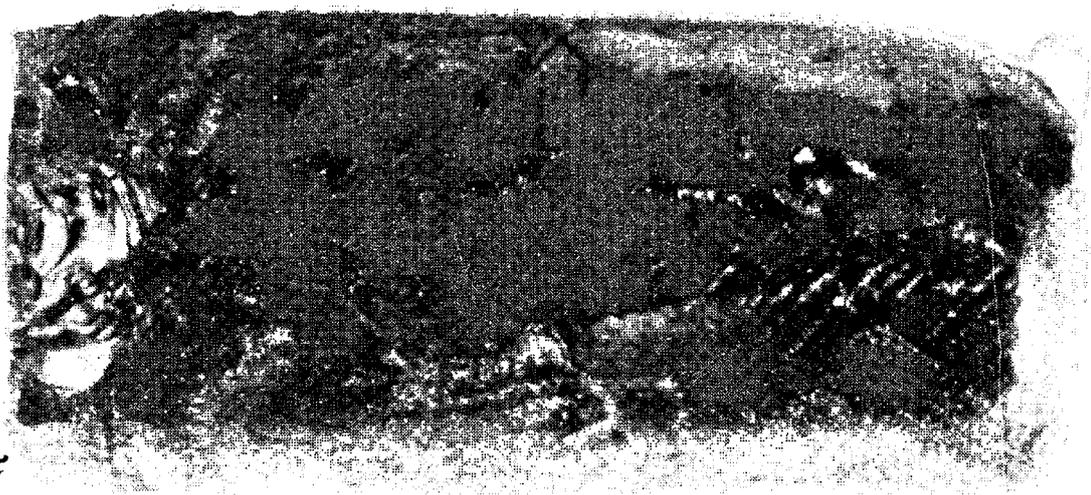
в

Таблица XX

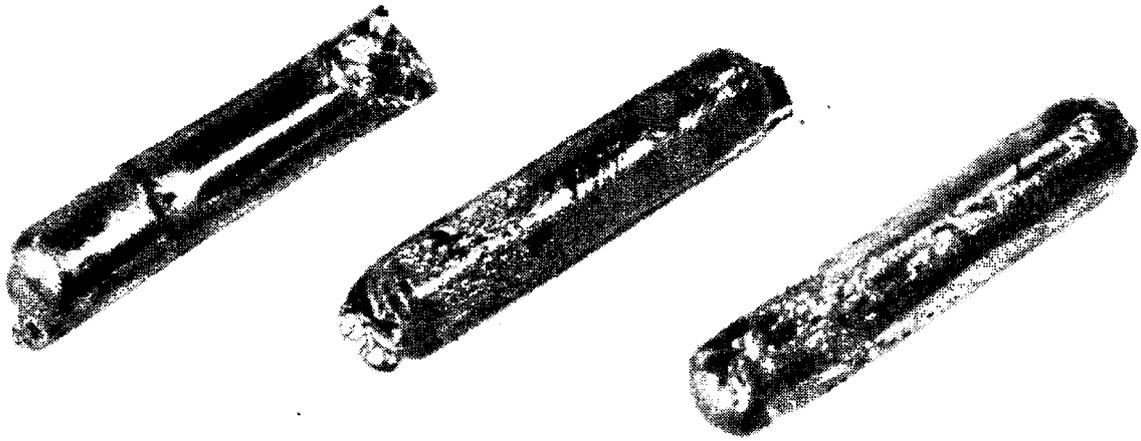




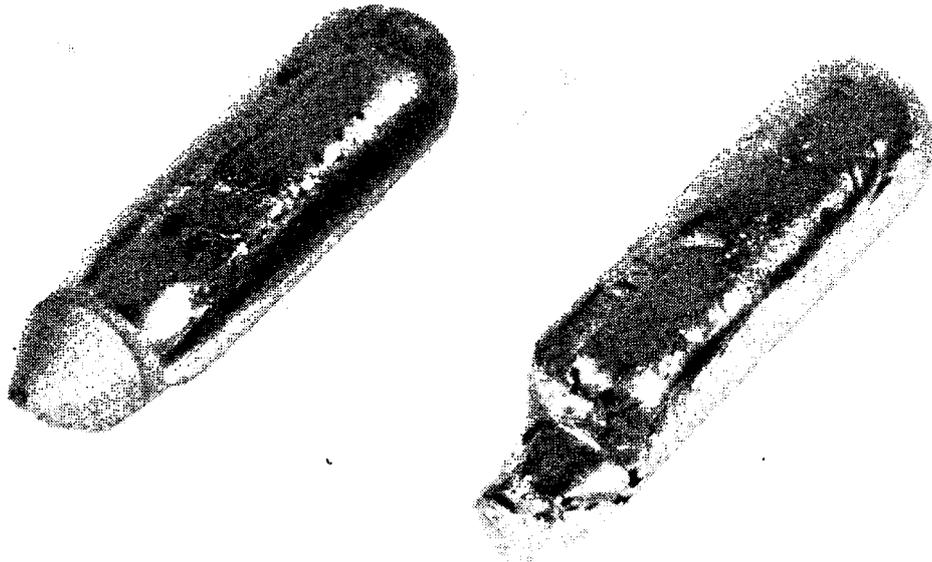
а



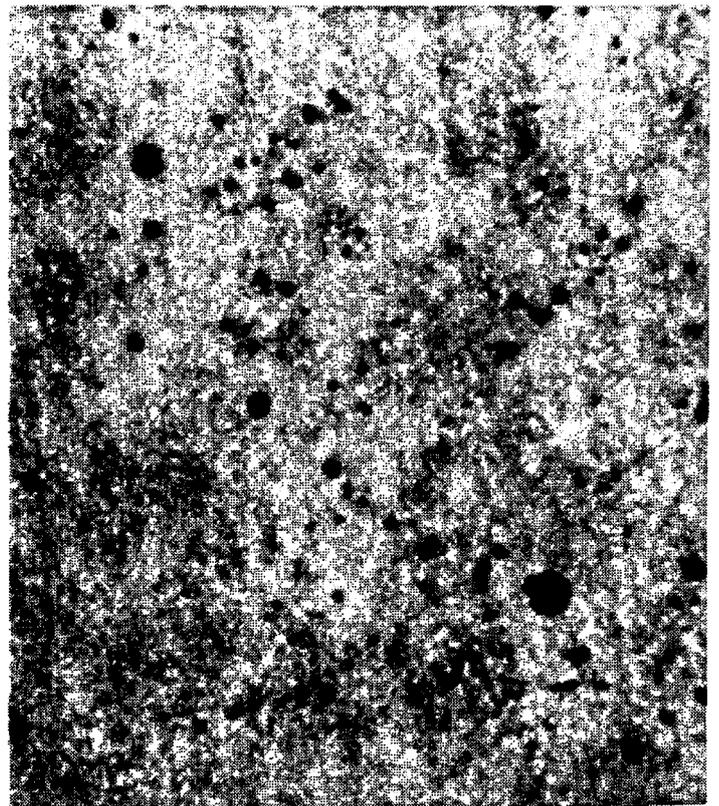
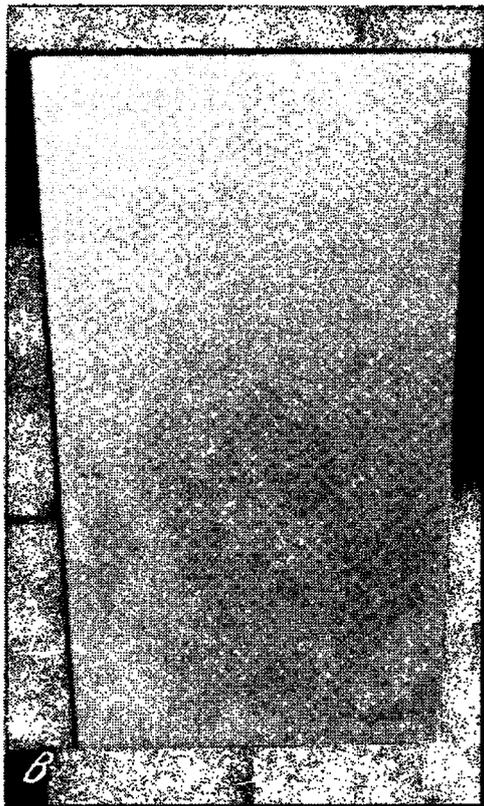
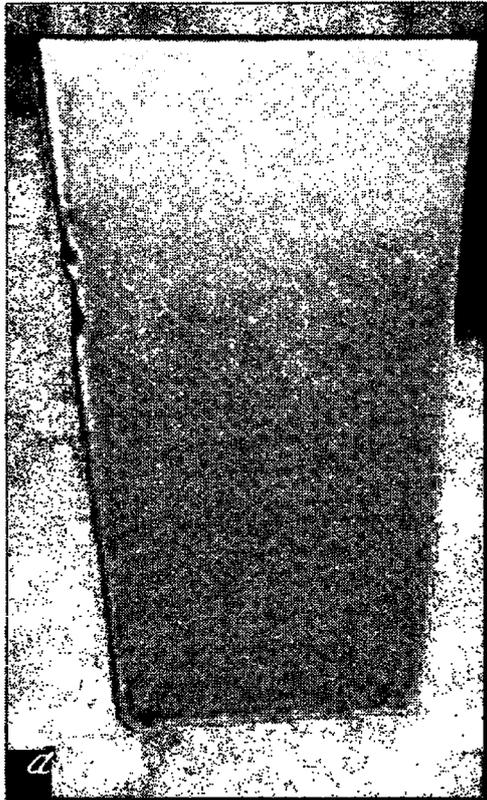
б

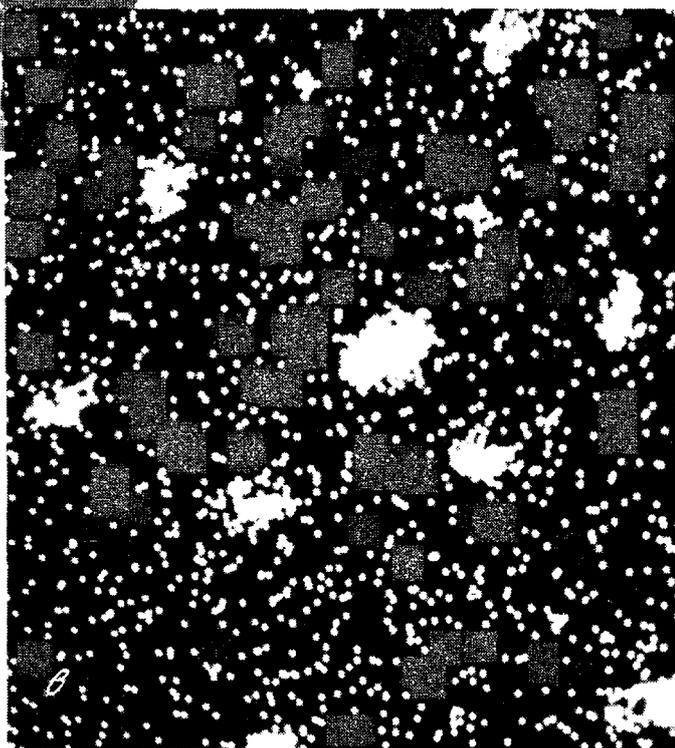


а



б





с помощью автоматического телевизионного анализатора микроизображений "Растр".

Для оценки характера распределения второго компонента по высоте слитка использовался также и метод химического анализа.

В результате проведенных анализов полученных образцов были установлены оптимальные режимы нагрева и охлаждения расплава и подобраны параметры электромагнитного воздействия, приводящие к формированию структуры с равномерным распределением мелкодисперсных включений второй фазы по всему объему слитка.

Как и следовало ожидать, кристаллизация в обычных условиях, то есть в отсутствии действия электромагнитных сил, приводит к неравномерному распределению свинца по сечению контрольного слитка. На таблице XXIII, аб. показана микроструктура контрольного слитка (а) и включения свинца в переходной области контрольного слитка (б, увеличение 75) псевдосплава $Al - 13 \text{ вес.} \% Pb$. Свинец располагается в нижней части слитка, затем наблюдается переходная область шириной от 0,5 до 1,5 мм с крупными включениями свинца неправильной формы и матрица с небольшим количеством мелкодисперсных включений свинца.

Электромагнитная обработка существенно образом видоизменяет распределение свинца в цинковой и алюминиевой матрицах. На фотографии макроструктуры образца $Al - 13 \text{ вес.} \% Pb$; прошедшего электромагнитную обработку в оптимальных условиях, визуально частицы свинца практически не наблюдаются (таблица XXIII, в, $K = 1,3$). В этом случае свинец распределен по всему объему образцов (таблица XXIII, г, увеличение 100) в виде мелких сферических частиц и частично по границам зерен.

Установлено, что в системе $Zn - Pb$ для обеспечения равномерного распределения включений второй фазы в цинковой матрице расплав должен перегреваться до $T \geq 1,05 T_{кр}$ и выдерживаться в этом состоянии не менее 15 мин. Эксперименты показали, что продолжительность выдержки должна выбираться с учетом ряда факторов: температуры нагрева расплава, процентного содержания свинца и в значительной мере интенсивностью перемешивания расплава.

Оценка влияния скорости охлаждения на характер распределения включений второй фазы в матрице показала, что для сплава с 8% Pb оба режима охлаждения (со скоростью 15-20 и 90-145°/мин) приводили к формированию относительно равномерной структуры. Для сплава с 15% Pb только охлаждение со скоростью выше 100°/мин. давало возможность получить относительно равномерное распределение частиц второй фазы по объему слитка. В сплавах с более высоким содержанием Pb - свыше 20% при скоростях охлаждения 120-140°/мин около половины его количества было сосредоточено в нижней части слитка.

Варьирование коэффициента электромагнитной обработки K в пределах от 1 до 2,5 показало, что наиболее высокая степень однородности рас-

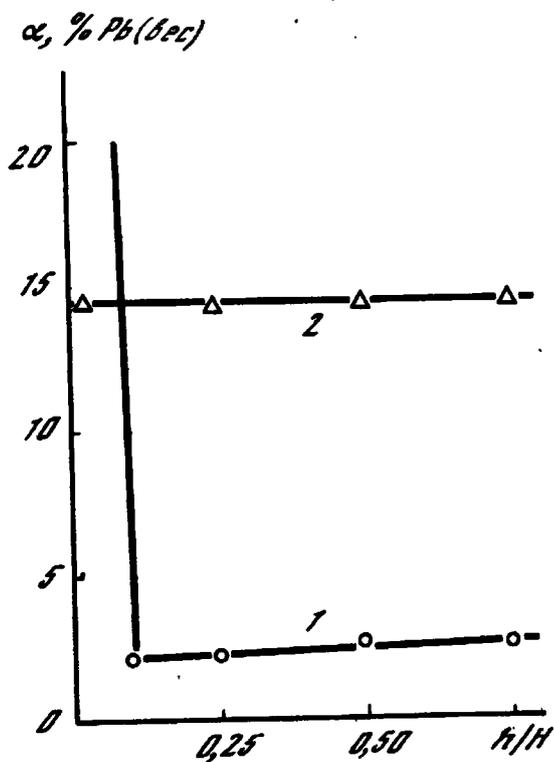


Рис.2а

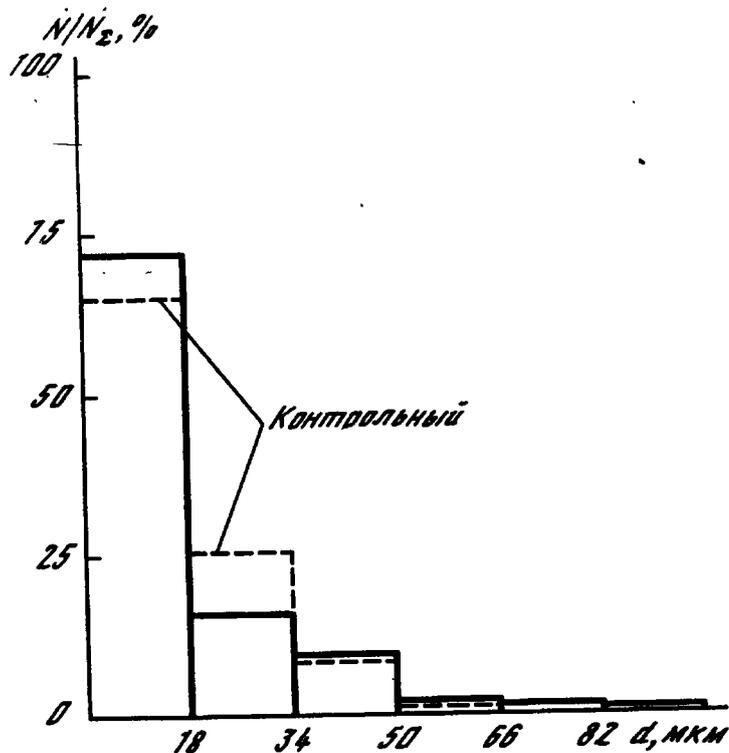


Рис.2б

пределения включений по высоте слитка $Zn - 15$ вес.% Pb достигается при $K=1,2+1,4$ (рис.2а, 1 - контрольный, 2 - подвергнутый электромагнитной обработке с $K=1,3$ слиток). Частицы свинца, имеющие форму, близкую к сферической, сравнительно равномерно распределены в цинковой матрице (таблица XXIV, а, увеличение 100). Размер частиц (рис. 2б) лежит в диапазоне 2-98 мкм, причем более мелких частиц больше (частицы с размером 15-35 мкм составляют $\sim 90\%$ от общего числа частиц. По сравнению с контрольным слитком включений свинца в цинковой или алюминиевой матрице было в 10-15 раз больше.

Качественно аналогичные результаты получены и на композициях системы $Al - Pb$, в частности, на сплаве $Al - 13$ вес.% Pb (таблица XXIV, б, в, увеличение 250, $K=1,3; б$ - изображение во вторичных электронах, в - в рентгеновских лучах).

В экспериментах, в которых плотность ЭМОС задавалась в 2-3 раза выше рассчитанной ($K=2+3$) для $Zn - Pb$, эффективный удельный вес цинка стал больше, чем у свинца и на шлифе образца, прошедшего такую обработку, значительная часть свинца находилась в верхней части слитка.

Варьирование режима нагрева и выдержки расплава оказало незначительное влияние на дисперсность включений второй фазы.

Выводы

Проведенные в настоящем исследовании эксперименты показали возможность получения материалов типа "замороженных эмульсий" с относительно равномерным распределением мелкодисперсных включений второй фазы

в металлической матрице из несмешивающихся в жидком состоянии компонентов при воздействии на кристаллизующийся расплав электромагнитных сил.

Л и т е р а т у р а

1. Беляков И.Т., Борисов Ю.Т. Технология в космосе. М.: Машиностроение, 1974, 292 с.
2. Гришин С.Д., Лесков Л.В., Савичев В.В. Космическая технология и производство. М.: Знание, 1978, 164 с.
3. Jaffee M.L. Skylab space processing results. - Aviat. Week and Space Technology, 1974, vol. 25, p. 40-43.
4. Brendt F.H., Montgomery B.O. New challengers for industry. - Astronaut. and Aeronaut., 1975, vol. 13, N 5, p. 22-40.
5. Гельфгат Ю.М., Микельсон А.Э., Соркин М.З. Исследование возможностей получения материалов в условиях компенсаций действия сил тяжести. - ДАН СССР, 1977, т.234, с.51-64.
6. Ang C.J., Lacy L.L. Monotectic and syntectic alloys experiment. MA-044, Apollo-Soyuz test project. - Prelim. Sci. Rept, NASA, TMX-58173, 1976, art. 25.
7. Gelles S.H., Markworth A.J. Microgravity studies in the liquid-phase immiscible system: Aluminium-Indium. - AIAA J., 1978, vol. 16, N 5, p. 431-438.
8. Абрамов О.В., Гельфгат Ю.М., Семин С.И. и др. О возможности получения материалов из несмешивающихся между собой компонентов в условиях квазиневесомости. - ФХОМ, 1980, № 4, с. 71-76.

УДК 532.65:536.423.1

ФОРМЫ И ОТРЫВНЫЕ РАЗМЕРЫ ПУЗЫРЕЙ В ПОЛЕ МАССОВЫХ СИЛ РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

Ю.А.Кириченко, Л.А.Слобожанин, Н.С.Щербакова

Формы и предельный размер пузырей, образующихся на нагреваемых поверхностях при пузырьковом кипении, зависят от столь многих факторов, что получить строгое решение, определяющее названные характеристики пузырей, в настоящее время невозможно. Эти факторы включают интенсивность сил тяжести, геометрию нагреваемой поверхности, характеристики температурного поля, тепловые и физические свойства фаз, их инерцию и другие. Однако при малых скоростях роста пузырей, что имеет место при высоких давлениях кипения (по крайней мере, больших, чем десятая часть критического давления $/I/$), некоторые из этих факторов можно исключить, считая режим роста квазистатическим. При этом форма пузыря в каждый момент времени определяется из условий

механического равновесия фаз под действием массовых сил и поверхностного натяжения, а начало отрыва отождествляется с моментом, в который соответствующая равновесная форма теряет устойчивость.

Задача о численном определении формы пузыря при его медленном росте вплоть до момента начала отрыва, а также о нахождении отрывных (критических) объемов пузыря разобрана в [2]. При этом наиболее интересным из рассмотренных является случай, когда рост происходит на горизонтальной пластине с круговым отверстием радиуса r_c . В зависимости от соотношения угла смачивания θ и безразмерного радиуса $R_c = \sqrt{b} r_c$ ($b = \Delta \rho n g / \sigma$, $\Delta \rho = \rho' - \rho''$ - разность плотностей жидкости и газа; $g = 9,81$ м/сек²; n - коэффициент перегрузки, σ - коэффициент поверхностного натяжения) развитие пузыря может происходить по-разному; либо линия контакта трех сред все время остается неподвижной - совпадающей с кромкой отверстия; либо она совпадает с кромкой до определенного момента, а затем расползается по гладкой поверхности пластины, где и происходит отрыв; либо линия контакта перейдя с кромки отверстия на поверхность пластины, затем снова возвращается на кромку и отрыв пузыря происходит от отверстия. Были построены номограммы, позволяющие следить за изменением формы пузыря при его росте. Исходным в решении вопроса об устойчивости был принцип минимума потенциальной энергии системы. Наименьшее значение второй вариации потенциальной энергии зависит от формы поверхности пузыря (и, естественно, от физических параметров, определяющих равновесие), а также от условий на линии контакта, которые принимают различный вид в зависимости от того, находится ли она на кромке отверстия или на гладкой поверхности пластины. Поэтому и критические объемы в этих случаях будут различными. Построены зависимости безразмерных отрывных объемов от θ (при отрыве от гладкой отенки) и от R_c (при отрыве от кромки отверстия).

В [1] пластина с отверстием была выбрана в качестве модели плоской поверхности нагревателя, имеющей микровпадины. Следуя методике [2], был просчитан интервал малых углов смачивания и малых радиусов отверстий, представленный в [2] иллюстративно. Это дает возможность теоретически предсказать предельные размеры пузырей, образующихся на нагревателях, для различных жидкоотей (в том числе и криогенных). Кроме того, приведены простые формулы, аппроксимирующие численные результаты [1,2] об отрывных размерах пузырей. Так, при отрыве от гладкой поверхности пластины в диапазоне $\theta < 125^\circ$ действительна формула Фритца (ранее ее справедливость была доказана лишь при $59^\circ < \theta < 125^\circ$) $R_d = 0,0106 \theta$, а при отрыве от кромки микровпадины $R_d = 1,104 \sqrt[3]{R_c}$ ($r_d = R_d b^{1/2}$ - радиус сферы объема, равного критическому объему пузыря).

В [3] проведена дальнейшая детализация работы [2]. В виде, удобном для инженерного использования, приведены подробные таблицы и номограммы, необходимые для определения форм, размеров и эволюции пузыря от начала роста до момента потери устойчивости.

В плоскости (R_c, θ) можно построить [1,2] границу, отделяющую область значений параметров, в которой отрыв происходит от кромки, от области, в которой отрыв происходит от стенки. Рис. I демонстрирует, какой вид имеет эта граница для серии жидкостей (1 - гелий, 2 - кислород и азот, 3 - водород, 4 - вода) в плоскости (z_c, θ) (интервал изменения величины z_c , представленный на рисунке в микрометрах, охватывает типичные размеры микровпадин). В области, лежащей внизу - справа от соответствующей границы, отрыв происходит от кромки. Видно, что для криогенных жидкостей (углы смачивания которых с большинством твердых подложек близки к нулю) наиболее вероятен отрыв от микровпадин и поэтому формула Фритца к ним неприменима.

Обратим внимание на две возможные причины смены механизма отрыва. Во-первых, такая смена может происходить при изменении интенсивности гравитационного поля. Так, на рис. I, помимо границ для указанных жидкостей, построенных при земной ($n = 1$) перегрузке, представлена еще и граница для гелия при $n = 10^{-4}$ (кривая 5). Видно, что с уменьшением перегрузки увеличивается вероятность отрыва от стенки. Так, например, если угол смачивания для гелия равен 1° , то при $n = 1$ на микровпадине радиусом 5 мкм будет происходить отрыв от кромки, а при $n = 10^{-4}$ для этой же микровпадины должен реализоваться отрыв от стенки. Для других из названных жидкостей границы лежат еще ниже кривой для гелия и, следовательно, такая смена механизма отрыва будет происходить еще раньше.

Смена механизмов отрыва может быть связана и с тем фактом, что наблюдаемый угол смачивания со временем может уменьшаться. На рис. 2 показаны результаты наших измерений углов смачивания для воды на различных металлических подложках при длительной выдержке (1 - нержавеющая сталь-прокат, 2 - нержавеющая сталь полированная, 3 - цинк, 4 - медь, 5 - оргстекло, 6 - нейзильбер, 7 - никель, 8 - алюминий). Оказалось, что в конечном счете угол смачивания становится нулевым. Этот факт согласуется с теоретическими рассуждениями работы [4]. Заметим, что эволюция угла смачивания сопровождается движением контура смачивания. Максимальная наблюдаемая скорость такого движения составляла 10^{-2} мм/сек, что также согласуется с оценками [4]. Таким образом, указанное изменение угла смачивания может привести к тому, что со временем осуществится переход от отрыва от стенки к отрыву от кромки отверстия. Именно этой причиной объяснял автор [5] результаты по кипению воды на искусственных впадинах (предполагая также, что этого эффекта можно ожидать и для других мало вязких органических жидкостей).

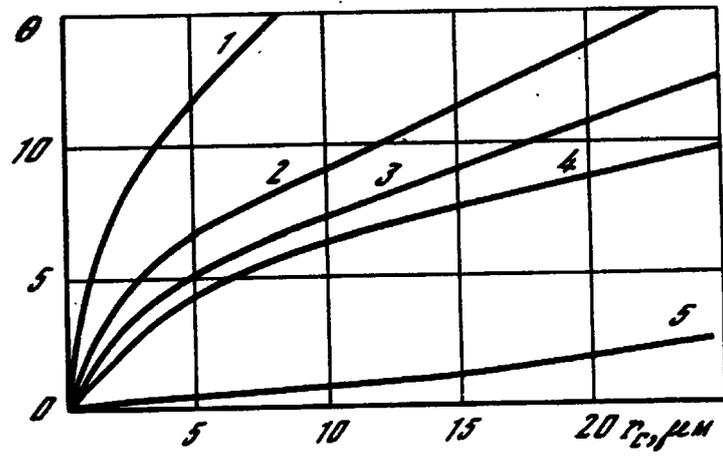


Рис.1

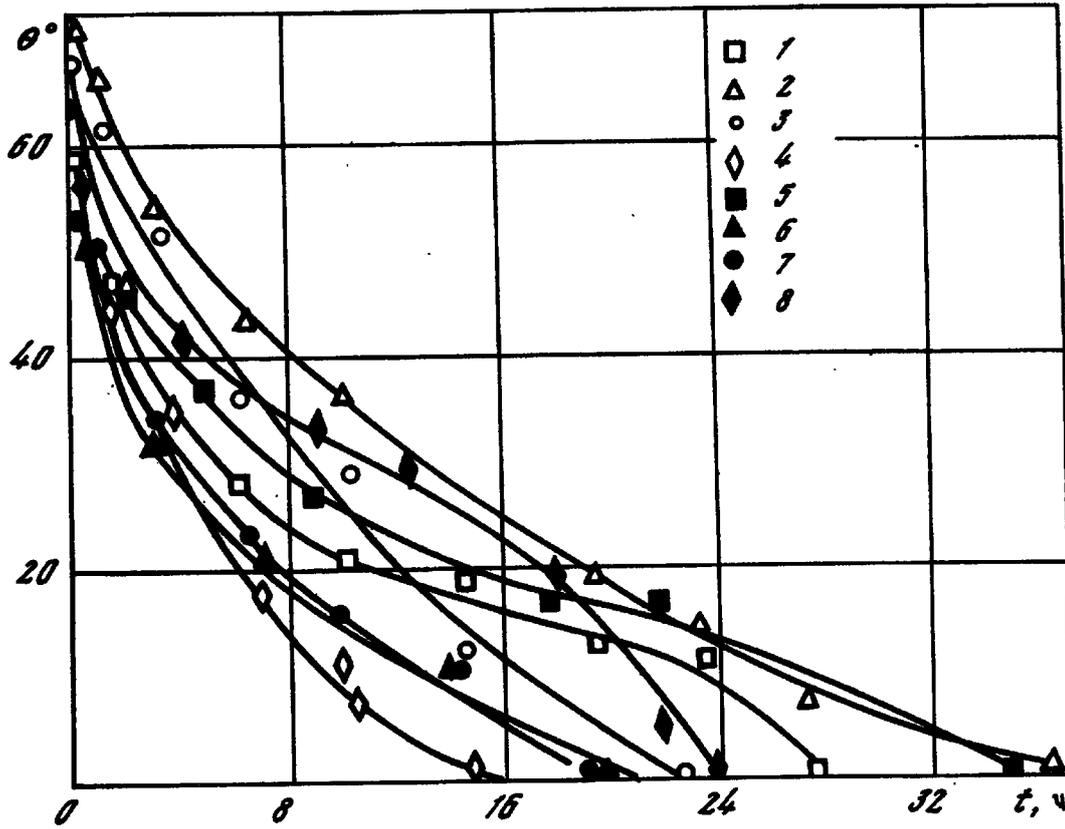


Рис.2

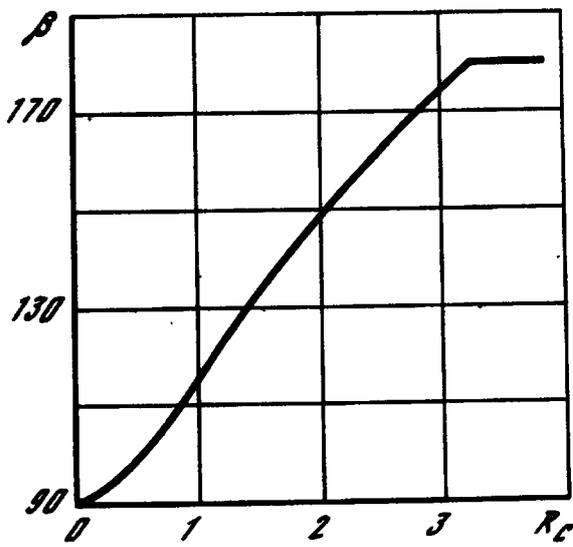


Рис.3

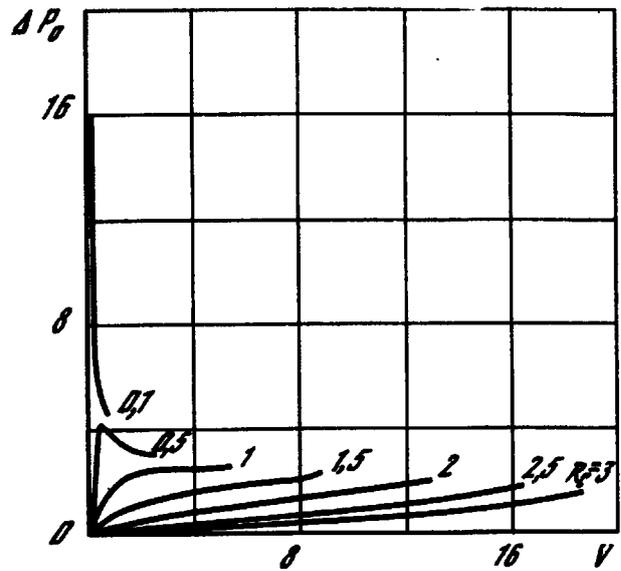


Рис.4

Обработка приведенных в [1-3] численных результатов, характеризующих эволюцию формы пузыря при его медленном росте вплоть до момента отрыва, позволяет определить изменение следующих двух характеристик. Первой характеристикой является контактный угол (двухгранный угол, образуемый жидкостью на линии контакта трех сред). Рост пузыря на гладкой поверхности характеризуется равенством контактного угла углу смачивания. Если же пузырь растет на отверстии, то это не так. Если предположить, что в начальный момент поверхность пузыря плоская, то для нее контактный угол равен π . Далее, по мере роста пузыря контактный угол уменьшается до некоторого (зависящего от R_c) минимального значения, а затем увеличивается. Зависимость значения β контактного угла в момент начала отрыва от R_c показана на рис.3. Видно, что на микровпадинах значения β близки или больше 90° . Этот результат не согласуется с данными работами [6], где утверждается, что наблюдаемый контактный угол перед отрывом составляет несколько градусов. По-видимому, расхождение связано с трудностью точного замера контактного угла из-за малости шейки пузыря, так что приведенные в [6] результаты могут относиться к сферической части пузыря.

Второй характеристикой является давление внутри пузыря. При расчетах определялось поведение безразмерного перепада давления ΔP_0 ($\Delta P_0 = \Delta P_0 / \rho g R_c$, ΔP_0 - размерное значение) в вершине пузыря по мере его роста. Рис.4 иллюстрирует зависимость $\Delta P_0(V)$ при росте пузыря на отверстии. При малых R_c видны две стадии изменения давления в процессе роста: на первой перепад давления возрастает до максимальной величины при соответствующем изменении формы поверхности от плоской до купольной; во второй (более длительной) - увеличение объема сопровождается уменьшением перепада давления. Для $R_c = 0,1$ часть кривой $\Delta P_0(V)$, соответствующая увеличению давления, практически сливается с осью ординат, наблюдается только уменьшение давления до отрыва.

Для случая роста и отрыва пузыря от гладкой поверхности зависимость ΔP_0 от V представлена на рис.5 для нескольких углов смачивания. Как видно из рисунка, все кривые приближаются к оси ординат, что соответствует самым большим перепадам в момент образования малого зародыша пузыря.

Основные положения работ [1,2] были подвергнуты экспериментальной проверке. Экспериментально квазистатический процесс изучался путем барботажки газа через отверстие заданного размера в горизонтальной пластине и путем диспергирования одной жидкости в другую. С помощью системы вентиля и расходомеров обеспечивалось медленное развитие этих процессов. На трехфазной границе жидкость-газ-твердое тело углы смачивания измерялись методом наклонной пластины, а на границе жидкость-жидкость-твердое тело методом наложения касательной. Величина

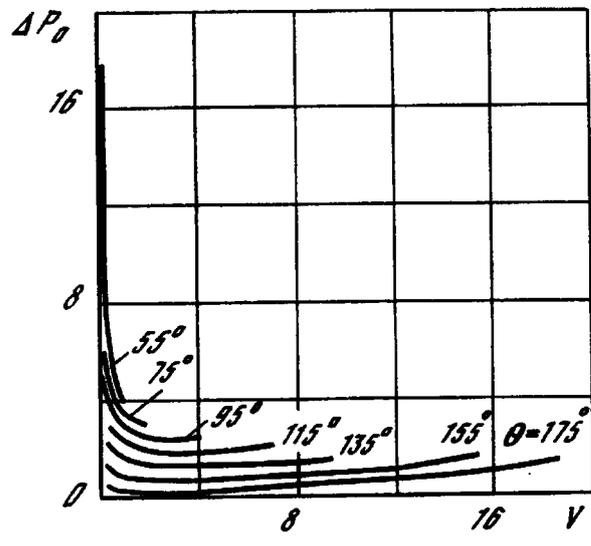


Рис.5

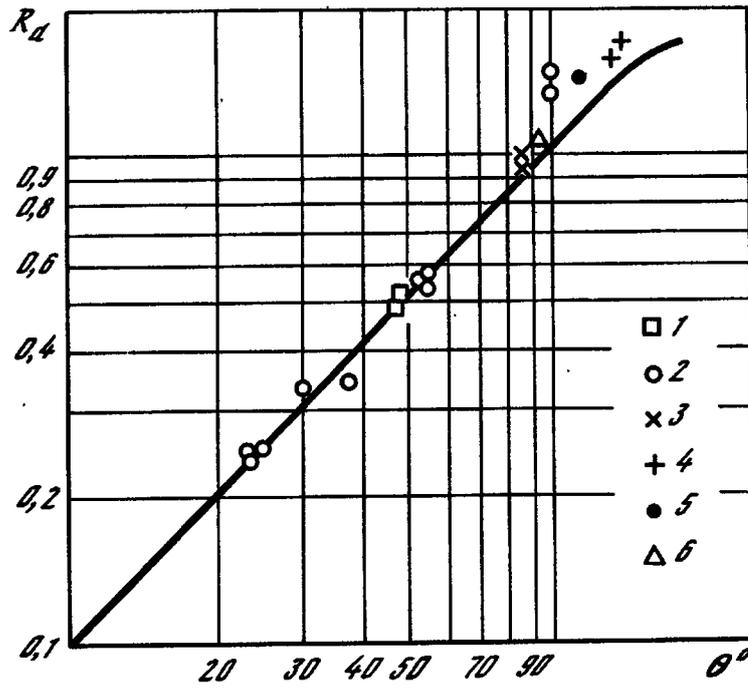


Рис.6

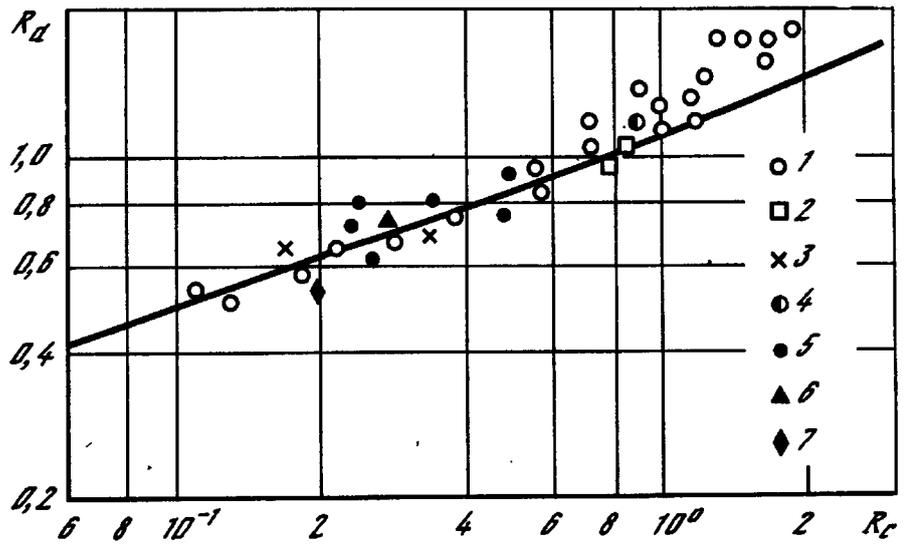


Рис.7

R_c варьировалась как изменением z_c (в эксперименте $z_c = 0,01 + 0,5$ см), так и изменением величины b (исследованный диапазон b находился в пределах от $2,4 \text{ см}^{-2}$ для системы керосин-вода до $84,6 \text{ см}^{-2}$ для системы жидкий азот-гелий). Процесс кинематографировался скоростной камерой СКС-ИМ-16. Полученные при этом размеры пузырей, отрывающихся от гладкой поверхности и от кромки отверстия, представлены соответственно на рис.6 и рис.7 (наряду с теоретическими зависимостями [1]). На рис.6 точки I-6 относятся соответственно к системам оргстекло-вода, нержавеющая сталь-вода, стекло-глицерин, парафин-глицерин, парафин-вода, оргстекло-глицерин (газовой фазой во всех случаях служил воздух); на рис.7 точками I-7 отражены соответственно экспериментальные результаты с системами нержавеющая сталь - вода-воздух, нержавеющая сталь-вода-керосин, стекло-бутиловый спирт-воздух, нержавеющая сталь-глицерин-воздух, нержавеющая сталь-жидкий азот-гелий, а также данные работ [7] и [8]. Из представленных рисунков следует, что как при больших углах смачивания, так и при больших радиусах отверстий отрывной объем несколько больше критического, а при малых значениях θ и R_c они практически совпадают. Это объясняется тем, что после потери устойчивости равновесия происходил чисто динамический процесс, который приводит к разделению пузыря на две изолированные части, одна из которых (оторвавшаяся) уже не контактирует с твердым телом, а другая остается на теле, выполняя роль зародыша для следующего пузыря. С одной стороны, казалось бы, что наличие остатка должно приводить к уменьшению оторвавшегося объема по сравнению с критическим. Этот остаток составляет доли процента от оторвавшегося объема при малых углах и малых отверстиях (например, для воды при $R_c = 1$ это имеет место, если $z_c < 0,35$ мм), а при больших θ и R_c - несколько процентов (для воды при $z_c > 3$ мм). В [5] приведена следующая оценка $\Delta V/V_d = O(\alpha^3)$, где $\alpha = b\ell^2$, ℓ - радиус кривизны в вершине пузыря, ΔV - величина остающейся части, V_d - объем пузыря в момент потери устойчивости. Величина остающейся части зависит также от вязкости жидкости (она больше для более вязких жидкостей). Однако, с другой стороны, в промежутке времени между моментом потери устойчивости и моментом разделения пузыря газ продолжает поступать в пузырь, что приводит к увеличению его объема по сравнению с критическим. Причем, чем больше θ и R_c , тем указанный промежуток времени больше. По-видимому, соотношение между двумя названными противодействующими факторами и определяет, главным образом, отличие экспериментальных результатов от теоретических.

Каковы же реальные размеры микровпадин при кипении жидкости на поверхности нагревателя? Можно считать, что радиусы активно действующих центров парообразования z_c равны своему наиболее вероятному значению [9] $z_c = 4\sigma T_s / L \rho'' \Delta T$, T_s - температура насыщения жидко-

сти, ΔT - температурный напор, L - теплота парообразования. Отсюда видно, что эти радиусы зависят от температурного напора и от давления, поскольку от давления зависит плотность пара.

Как оказалось, эти же величины определяют и границу между динамическим и квазистатическим режимами. Эта граница по углам смачивания и радиуса микровпадин может быть оценена приравниванием отрывных объемов, даваемых теорией быстрого роста $[10]$ с их значениями, даваемыми теорией медленного роста $[1]$. Тогда граничные значения радиуса микровпадин и угла смачивания примут вид $\zeta_* = 41,8 Ja^4 (\Delta p a^2 / \epsilon)$, $\theta_* = 437 Ja^{4/3} a^{2/3} (\Delta p / \epsilon)^{1/2} (n g)^{1/6}$, где $Ja = \lambda \Delta T / L \rho a$ - число Якоба, α - коэффициент температуропроводности, λ - коэффициент теплопроводности. Если $\zeta_c < \zeta_*$ (для случая роста на кромке) или $\theta < \theta_*$ (для случая роста на гладкой поверхности), то имеет место динамический режим. Первое из полученных соотношений показывает, что чем больше размеры микровпадины, тем при большем температурном перепаде и меньшем давлении осуществляется переход к динамическому режиму роста. Это подтверждает упомянутый выше результат, что при высоких давлениях ($p > 0,1 p_{кр}$) рост на всех активных впадинах определяется теорией медленного роста. Относительно граничных значений угла смачивания можно сказать, что, кроме ΔT и p они зависят еще и от коэффициента перегрузки, хотя и не очень сильно.

Л и т е р а т у р а

1. Кириченко Ю.А., Слобожанин Л.А., Щербакова Н.С. Об отрывных размерах пузырей при их квазистатическом росте на нагревателе. - Инж.-физ. журн., 1976, т. XXX, № 5, с. 841-847.
2. Слобожанин Л.А., Тюпцов А.Д. Эволюция и отрыв капель и пузырей при их медленном росте. - ПМТФ, 1975, № 1, с. 106-113.
3. Кириченко Ю.А., Слобожанин Л.А., Щербакова Н.С. Равновесные формы и отрывные размеры пузырей в квазистатическом режиме. Препринт. Физ. - техн. ин - та низких температур АН УССР, № 23-77, 1977, 1-64 с.
4. Class G. Dynamic model of the formation of collective heterogeneous boiling nuclei. - Nucl. Eng. and Design, 1977, vol. 43, p. 311-325.
5. Chesters A.K. Modes of bubble growth in the slow formation regime of nucleate pool boiling. - Intern. J. Multiphase Flow, 1978, vol. 4, № 3, p. 279-302.
6. Винтер Е.Р.Ф., Уонг А.К., Мак-Фадден П. Исследование пузырькового объемного кипения в криогенных жидкостях с помощью высокоскоростной микрофотографической съемки. - В кн.: Тепло - и массоперенос. Минск, 1968, т.9, с.301-323.

7. Nall H.R., Johnson H.F. Drop formation in liquid-liquid systems from single nozzles.
- A.J.Ch.E. J., 1958, vol. 4, N 3, p. 273-281.
8. Howell J.R., Siegel R. Incipience, growth and detachment of boiling bubbles in saturated water from artificial nucleation sites of known geometry and size. - In: Proc. 3rd Intern. Heat Transfer Conf., 1966, vol. 4, N 24, p. 12-24.
9. Han C.J., Griffith P. The mechanism of heat transfer in nucleate pool boiling. - Intern. J. Heat Mass Transfer, 1965, vol. 8, p. 887-917.
10. Кириченко Ю.А. Оценка условий отрыва паровых пузырей при пузырьковом кипении. - Инж.-физ. журн., 1973, т. XXVI, № I, с. 5-13.

УДК 532.538.4

ДИЭЛЕКТРОФОРЕТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ПУЗЫРЕЙ В ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ПОНИЖЕННОЙ ГРАВИТАЦИИ

А.Б.Исерс

1. Для нормального функционирования насосной системы двигательных установок космических аппаратов необходимо, чтобы топливо в баках к моменту включения двигателей не содержало газовых включений. Существует несколько методов удаления газовых включений из жидкого топлива в условиях, близких к невесомости. Поскольку большинство рабочих жидкостей - это жидкие диэлектрики, то существует возможность удаления пузырей при помощи неоднородного электрического поля. Возникающие при этом из-за разности диэлектрических проницаемостей жидкости и газа поляризационные силы приводят к так называемому диэлектрофоретическому движению пузырей в жидкости. Экспериментальные работы по диэлектрофоретической сепарации твердых, жидких и газообразных включений проводились Н.А.Похлом с соавторами [1,2,3], С.Торзой, Р.Коксом и С.Мейсоном [4]. Теоретические результаты, оценивающие действие поляризационных сил на одиночные включения, опубликованы в работах Н.А.Похла [5], Н.М.Кирко и В.Н.Новикова [6,7]. Так как в реальных условиях удалению подлежат скопления пузырей, то представляет интерес рассмотрение взаимодействия между пузырями при наложении электрического поля, в первую очередь - парного взаимодействия, чему и посвящена данная работа.

2. Пусть в безграничной невязкой и несжимаемой идеальной жидкости O с диэлектрической проницаемостью ϵ начинают двигаться из состояния покоя под действием приложенного электрического поля два сферических газовых пузыря O_1 и O_2 радиусов r_1 и r_2 и с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Электрическое поле создается произволь-

ной системой точечных зарядов, находящихся вне пузырей. Предполагается, что отношение поляризационных сил к силам поверхностного натяжения, действующим на границе пузырей, мало, а следовательно, изменением формы поверхности пузырей можно пренебречь.

Рассматривая задачу согласно Дж.Р.Мелчеру [8] в квазиэлектростатическом приближении, т.е., предполагая, что процессы, связанные со временем распространения электромагнитных волн в среде, полностью заканчиваются за время, значительно меньшее характерного времени задачи, а электрическая энергия значительно больше энергии магнитного поля, вводим безразмерные потенциалы электрического поля в жидкости $\Psi(t, P)$ и в пузырях $\Psi_i(t, Q_i), i = 1, 2$, которые удовлетворяют следующей системе уравнений

$$\begin{cases} \Delta \Psi = 0, \text{ при } r_1 > a_1 \wedge r_2 > a_2, \text{ кроме точек местонахождения зарядов;} \\ \Delta \Psi_i = 0, \text{ при } r_i < a_i, i = 1, 2 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} |\Psi - \Psi_e| < \infty, & \text{в точках местонахождения зарядов} \\ \Psi = \Psi_i, & \text{при } r_i = a_i, i = 1, 2; \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial r_i} = \varepsilon \frac{\partial \Psi}{\partial r_i}, \quad \text{при } r_i = a_i, i = 1, 2. \quad (2.3)$$

Здесь Q_i - точка пространства со сферическими безразмерными координатами r_i, θ_i, φ_i в подвижной системе координат с началом в центре i -го пузыря, P - точка пространства, безразмерные координаты которой могут задаваться в одной из двух вышеописанных систем координат, t - безразмерное время, $\Psi_e(t, P)$ - безразмерный потенциал электрического поля в жидкости в отсутствие пузырей.

В качестве характерных величин используются: радиус l_2 второго пузыря, так что $a_1 = l_1/l_2, a_2 = 1$, характерная величина приложенного электрического поля E в жидкости, характерная величина времени $l_2 \sqrt{\rho}/E$, где ρ - плотность жидкости.

Безразмерные координаты центров пузырей x_i, y_i, z_i в неподвижной декартовой системе координат находятся вместе с безразмерными потенциалом движения жидкости $\Phi(t, P)$ из системы уравнений

$$\begin{cases} \Delta \Phi = 0, & \text{при } r_1 > a_1 \wedge r_2 > a_2; \\ \Phi \rightarrow 0, & \text{при } r_i \rightarrow \infty, i = 1, 2; \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r_i} = \cos \varphi_i \sin \theta_i u_{ix} + \sin \varphi_i \sin \theta_i u_{iy} + \cos \theta_i u_{iz}, \quad r_i = a_i, i = 1, 2; \quad (2.5)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_i \cos \varphi_i \sin^2 \theta_i d\theta_i d\varphi_i = 0, \quad r_i = a_i, i = 1, 2; \quad (2.6)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_i \sin \varphi_i \sin^2 \theta_i d\theta_i d\varphi_i = 0, \quad r_i = a_i, i = 1, 2; \quad (2.7)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_i \sin \theta_i \cos \theta_i d\theta_i d\varphi_i = 0, \quad r_i = a_i, i = 1, 2; \quad (2.8)$$

Заметим, что согласно теореме единственности для внешней задачи Неймана для трехмерного уравнения Лапласа, алгоритм (3.3) для решения задачи (2.4)–(2.5) должен совпадать с алгоритмом, построенным из физических соображений О.В. Воиновым [11]. Сходимость рядов (3.1) и (3.2) к гармоническим соответственно в O и O_i функциям, а также возможность их почленного дифференцирования вплоть до границы доказывается при помощи теоремы Харнака [10] при $\varepsilon < 7 + 3\sqrt{5}$, что соответствует случаю неполярных диэлектриков.

4. В качестве примера на применение предложенного алгоритма (3.1)–(3.3), (2.6)–(2.9) рассмотрим движение пузырей в постоянном электрическом поле E , направленном вдоль линии центров пузырей, которую и выберем за ось Oz . В этом случае функции $\Phi_i^{(n)}$ записываются в виде, предложенном О.В. Воиновым, а функции $f_i^{(n)}$ и $g_i^{(n)}$ представляются рядами по полиномам Лежандра. Уравнение (2.6) и (2.7) удовлетворяются тождественно, а уравнения (2.8) представляют собой два квазилинейных уравнения первого порядка по t относительно u_1 и u_2 , которые решаются с учетом начальных условий (2.9) методом Рунге-Кутты.

Как и вытекает из элементарных физических соображений, пузыри движутся под действием поляризационных сил навстречу друг другу. Графики скорости движения пузырей представлены на рис. 1, 2 как для случая пузырей одинакового радиуса $a_1 = 1$ (рис. 1); так и для случая $a_1 = 0,5$ (штриховая линия соответствует скорости меньшего пузыря, а сплошная линия скорости пузырей относительно друг друга) при различных значениях начального расстояния между центрами пузырей Δ при $\varepsilon = 2,7$. Из графиков видно, что, если пузыри имеют разную величину, то меньший пузырь притягивается к большему. На рис. 3 представлена зависимость времени сближения пузырей от начального расстояния между ними. Оценим физическое значение этого времени. Из одновременного удовлетворения требований недеформируемости пузыря $E^2 l_2 / \alpha \ll 1$ и возможности пренебрежения вязкостью жидкости $E l_2 \sqrt{\rho} / \eta \gg 1$ вытекает, что

$$l_2 \gg \eta^2 / \alpha \rho, \quad (4.1)$$

$$\eta / l_2 \sqrt{\rho} \ll E \ll \sqrt{\alpha} / \sqrt{l_2}. \quad (4.2)$$

Например, для керосина $\varepsilon = 2,7$, плотность которого $\rho = 0,82$ г/см³, поверхностное натяжение $\alpha = 26,8$ дин/см, динамическая вязкость $\eta = 0,015$ пуаз получаем из (4.1), что радиусы пузырей должны быть много больше $5 \cdot 10^{-6}$ см. Выберем $l_2 = 10^{-1}$ см, тогда из соотношения (4.2) вытекает 50 в/см $\ll E \ll 5000$ в/см. Пусть $E = 500$ в/см, тогда характерное время задачи $0,05$ сек. Таким образом, пузырьки, находящиеся на небольшом расстоянии друг от друга в жидком диэлектрике, при наложении электрического поля за время $t \sim 1$ сек притянутся друг к

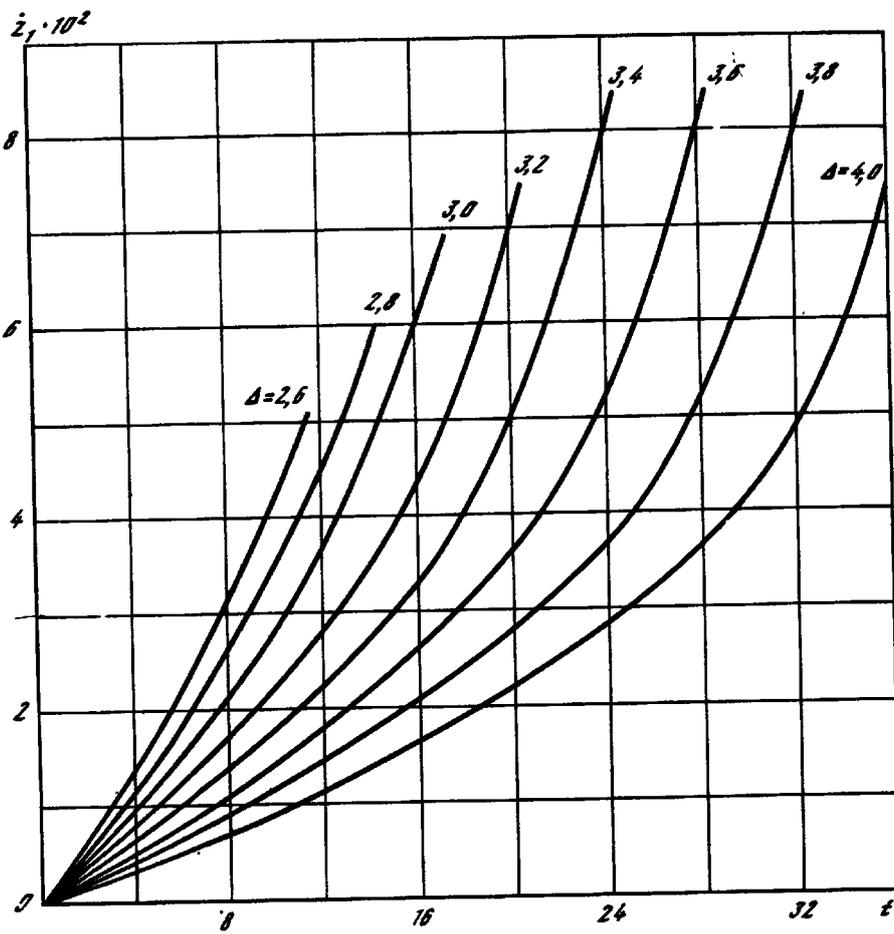


Рис. I

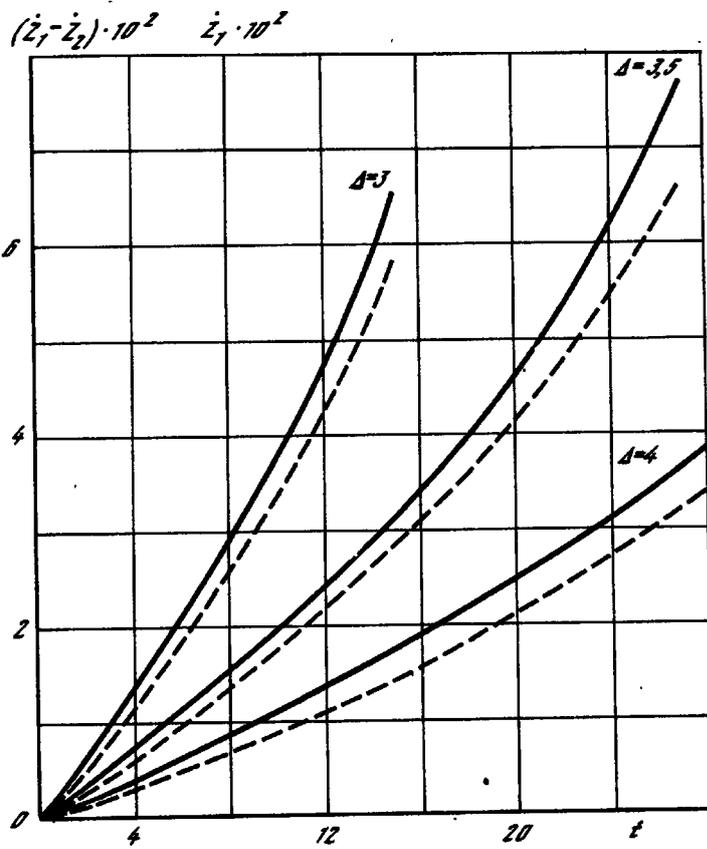


Рис. 2

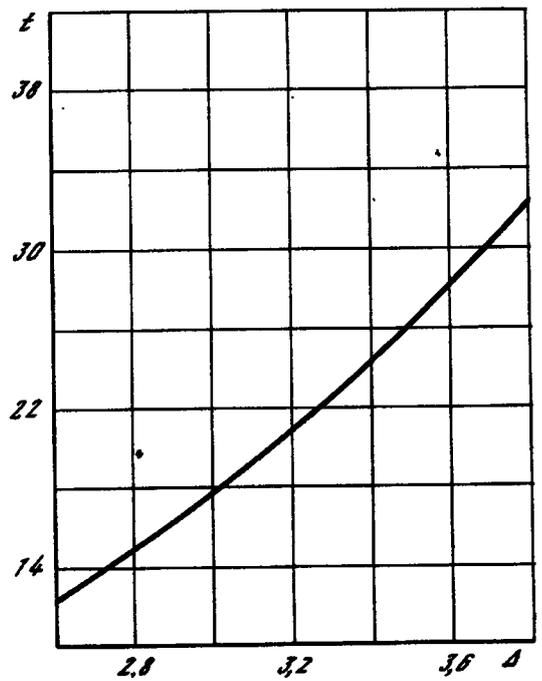


Рис. 3

другу, образуя либо пузыри большого размера, либо скопления пузырей, что должно способствовать увеличению скорости диэлектрофоретической сепарации.

Л и т е р а т у р а

- I. Pohl N.A. Some effect of nonuniform fields in dielectrics. - J. Appl. Phys., 1958, vol. 29, N 8.
2. Pohl N.A., Schwarz J.P. Factors affecting separations of suspensions in nonuniform electric fields. - J. Appl. Phys., 1959, vol. 30, N 1.
3. Pohl N.A., Plymale C.E. Continuous separations of suspensions by nonuniform electric fields in liquid dielectrics. - J. Electrochem. Soc., 1960, vol. 107, N 5.
4. Торза С., Кокс Р., Мейсон С. Электрогидродинамическая деформация и разрыв капель. Реология суспензий. Сборник статей. Перевод с англ. М.: Мир, 1975.
5. Pohl N.A. The motion and precipitation of suspensoids in divergent electric fields. - J. Appl. Phys., 1951, vol. 22, N 7.
6. Кирко Н.М., Новиков В.Н. Границы применимости дипольного приближения для расчета сил диэлектрофореза.- Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ.-техн., 1972, № I.
7. Новиков В.Н. К расчету пондеромоторных сил в двухфазных диэлектрических средах.-Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ.-техн., 1972, № I.
8. Мелчер Дж. Р. Электрогидродинамика, Магнитная гидродинамика, 1974, № 2.
9. Милн-Томпсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. М.: Мир , 1964.
10. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высш. школа, 1977.
- II. Воинов О.В. О движении двух сфер в идеальной жидкости.-Прикладная математика и механика, 1969, т.33, № 4.

УДК 577.088+532

ЭЛЕКТРОФОРЕЗ БИОПОЛИМЕРОВ В УСЛОВИЯХ НЕВЕСОМОСТИ

М.Ю.Жуков, В.И.Юдович, В.Г.Бабский

Рассмотрены теоретические и экспериментальные предпосылки использования эдектрофореза биополимеров в условиях невесомости. В качестве основы для исследования и реализации этого процесса предложены уравнения гидроэлектротермодинамики многокомпонентных реаги-

рующих жидкостей, а также их упрощенный вариант, полученный с помощью гипотезы о локальном химическом равновесии. Эффективность предложенной теории демонстрируется на примере расчета зависимости подвижности и электропроводности аминокислот от pH среды, а также расчета pH-градиента, созданного при помощи амфолитов-носителей.

Электрофорез является одним из наиболее доступных и эффективных способов анализа, очистки и выделения препаратов клеток, субклеточных частиц, белков и нуклеиновых кислот. Существующие модификации этого метода позволяют достигнуть весьма высокой степени очистки, а также получить высокоочищенные вещества в препаративных количествах.

Основная проблема, связанная с применением электрофореза - это потенциальная неустойчивость процесса, выражающаяся прежде всего в возникновении (во всем электрофоретическом пространстве или части его) конвективного или диффузионного (термодиффузионного) перемешивания. Для электрофореза биополимеров используются, как правило, высокие напряжения и при прохождении тока через раствор происходит выделение Джоулева тепла, сопровождающееся повышением температуры раствора и возникновением градиентов температуры, так как вещества, разделенные в электрофоретическом пространстве, обладают различными свойствами (в частности, различной проводимостью). Повышение температуры может привести к денатурации исследуемых веществ, а градиенты температуры могут послужить причиной конвективного или термодиффузионного перемешивания, препятствующего их четкому разделению. Кроме того, причиной возникновения конвекции могут быть неустойчивые градиенты плотности в зонах, где плотность отличается от плотности растворителя, или неустойчивые градиенты объемных электрических зарядов. Результирующая конвекция объясняется совместным действием всех этих факторов, причем тепловая, концентрационная и электроконцентрационная конвекции, по-видимому, сложным образом взаимодействуют между собой, приводя к стабилизации или дестабилизации одного из факторов.

Многие известные типы электрофореза были разработаны как средство борьбы с конвекцией; для этой цели применяются различные нейтральные пористые наполнители, гели (агаровый, агарозный, крахмальный, полиакриламидный), искусственные стабилизирующие градиенты плотности и т.д. [1]. Однако все эти приемы лишь ослабляют ограничения, которые опасность возникновения конвекции накладывает на используемые электрические режимы (напряжение, ток, мощность), т.е. на скорость процесса и его разрешающую способность и на количество фракционируемого материала, т.е. на его производительность. Кроме того, могут возникнуть дополнительные ограничения, например, в связи с адсорбцией материала на наполнителе, его преципитацией или сложной окончательной очисткой.

При электрофорезе частиц достаточно большой массы, например, клеток, субклеточных частиц, крупных ДНК может происходить их седиментация, перемешивание зон и т.д. В электрофоретических колонках большого диаметра конвекция может возникнуть и вследствие радиальных градиентов температуры и плотности, а уменьшение диаметра приводит к усилению вклада электроосмотических явлений.

Все перечисленные причины послужили основанием для того, чтобы электрофорез биополимеров стал одним из наиболее перспективных технологических процессов в невесомости.

В условиях, близких к невесомости, благодаря уменьшению опасности (и интенсивности) гравитационной конвекции можно вести процесс электрофореза в существенно более интенсивном режиме, что влечет за собой следующие преимущества: если наполнитель выполняет только антиконвекционное назначение, то можно отказаться от него и перейти к свободному жидкостному электрофорезу; ускорение процесса ведет к повышению его разрешающей способности, так как зоны веществ с близкими свойствами, которые при длительном процессе слились бы за счет диффузии или термодиффузии, при кратковременном процессе остаются идентифицируемыми - например, белки, у которых мало отличаются подвижности или изоэлектрические точки; увеличение количества обрабатываемого материала позволяет выделять с помощью электрофореза и такие индивидуальные компоненты, содержание которых в исходном препарате весьма мало, но ради которых производится весь процесс очистки, например, различные узкоспецифические ферменты, информационные РНК, рестрикты, плазмиды и т.д.

Получение гомогенных индивидуальных биологических соединений является непременным условием осуществления большинства работ в современной биохимии и молекулярной биологии, в том числе и тех работ, которые сулят произвести переворот в медицине и сельском хозяйстве средствами геной инженерии. В то же время наработка сверхчистых и биологически активных ферментов и нуклеиновых кислот представляет собой сложную научно-техническую проблему, которая отечественной промышленностью пока не решена.

Достоинства свободного жидкостного электрофореза, как технологического процесса в условиях невесомости, не являются чисто гипотетическими - специалистами из США и ФРГ проведено уже 5 серий экспериментов.

Впервые электрофорез в космосе был проведен 31 января 1971 г. американцами на "Аполлон-14" во время его возвращения с Луны на Землю [2]. Свободный жидкостный зональный электрофорез осуществлялся в трех колонках. Колонки фотографировались, качество фотографий оказалось невысоким из-за недостаточной освещенности. Хорошо разделилась смесь красного и голубого красителей, качество разделения

соответствует лучшим наземным установкам. В двух других колонках, где находились гемоглобин и ДНК из молок лососевых рыб, меченая флуоресцирующим агентом, эксперименты закончились неудачно - как полагают, из-за бактериального загрязнения. Поэтому следующая серия экспериментов (на "Аполлон-16") [2,3] проводилась с модельным объектом - монодисперсными частицами полистирола диаметром 0,2 и 0,8 мкм в трех колонках: с каждым из сортов частиц и их смесью. Регистрация производилась кинокамерой. Результаты разделения соответствовали теоретически предсказанным и в то же время показали оильное влияние электроосмоса; судя по фотографиям, конвекции в колонках не наблюдалось.

Две серии экспериментов по электрофорезу были включены в программу ЭПАС "Аполлон-Союз". Первая серия (МА-011, США) осуществлялась на электрофорезной установке с фотокамерой, блоком обработки информации, криогенным холодильником и проводилась на 8 колонках [2,4]. Образцы (живые и фиксированные клетки различного происхождения) подвергались зональному электрофорезу в 6 колонках; по окончании колонки вместе с содержимым хранились в криогенном холодильнике до возвращения на Землю для последующей обработки. Внутренняя поверхность колонок была обработана специально разработанным противозлектроосмотическим покрытием, в результате чего, как свидетельствуют фотографии процесса разделения, признаков электроосмоса не было. Здесь почти все эксперименты были удачными (не разделились лишь лимфоциты), и качество разделения соответствовало лучшим наземным установкам. В двух колонках, где проводился электрофорез нативных и фиксированных эритроцитов, регистрация ограничивалась фотографированием, и эксперименты оказались лишь частично успешными в силу различных технических недоработок.

Вторая серия экспериментов в программе ЭПАС (МА-014, ФРГ) была посвящена жидкостному электрофорезу в свободном потоке [5] в целевой разделительной камере. Объектами служили 4 образца с клетками различного происхождения. Сложная оптико-электронная система регистрации функционировала плохо из-за ошибки в расчете системы охлаждения осветительной лампы (не было учтено отсутствие конвекции в охлаждающей жидкости!), поэтому в интерпретации результатов экспериментов возникли трудности. Положение усугубилось также проявившейся в различной степени склонностью клеток к агрегации. Тем не менее, в тех случаях, когда результаты были четкими, например, с клетками селезенки крыс, количественные и качественные характеристики разделения полностью соответствовали величинам, зарегистрированным в предварительных наземных экспериментах.

Наконец, на орбитальной станции "Скайлэб" на установке сложной конструкции были проведены эксперименты по изотахофорезу белков и клеток крови [6].

Кроме состоявшихся экспериментов, есть и планируемые: в разрабатываемой американцами программе предусмотрена лаборатория Спейслэб; в составе первого "Спейслэба", который в основном комплектуется Европейским агентством космических исследований, два эксперимента по электрофорезу: электрофорез в свободном потоке (SPE-01) и зональный электрофорез (SPE-02) [7].

В целом проведенные эксперименты следует признать успешными, хотя обращает на себя внимание отсутствие фундаментальных теоретических и экспериментальных исследований в предварительной стадии, "пробный" характер опытов и не всегда достаточно тщательно продуманная схема экспериментов.

Одна из главных задач теории электрофореза заключается в том, чтобы подвести научную основу под указанные выше интуитивно очевидные преимущества реализации электрофореза в условиях невесомости. Для этого необходимо найти условия возникновения конвекции или условия нарушения механического равновесия, в зависимости от различных параметров, в частности, от уровня массовых сил, действующих на систему. Подобное исследование устойчивости механического равновесия в механике сплошных сред предполагает, что мы можем описать само состояние механического равновесия, а затем исследовать эволюцию этого состояния при наличии возмущений в рамках полных уравнений, описывающих данную систему. Оказалось, что в случае электрофореза биополимеров эти условия не выполнены: фактически нет теории, которая бы служила количественным выражением явлений, наблюдаемых при свободном жидкостном электрофорезе при отсутствии конвективных течений жидкости; кроме того, нет общих уравнений, в которых были бы учтены все факторы, существенные при электрофорезе: многокомпонентность, электромагнитные поля, тепловые и диффузионные процессы, а также химические реакции.

Далее приводятся некоторые результаты, полученные нами в этом направлении, в том числе общая система уравнений гидроэлектротермодинамики (для ньютоновских жидкостей). Соответственно упрощенная, она позволяет найти целый ряд характеристик электрофореза при условиях механического равновесия. По каждому разделу указаны работы, содержащие более подробное изложение этих результатов.

Следует подчеркнуть, что, говоря о создании теории электрофореза, мы имеем в виду слабо разработанную макроскопическую теорию, в отличие от микроскопической теории, посвященной явлениям в окрестности частиц, подвергаемых электрофорезу [8].

I. Основные уравнения гидроэлектротермодинамики многокомпонентных жидкостей. Согласно введенному Фиком (1855) представлению, многокомпонентная смесь описывается как совокупность жидкостей, движу-

щихся в заданной области пространства и взаимодействующих между собой и с электромагнитным, гравитационным и другими силовыми полями. Уравнения баланса массы, энергии, импульса и энтропии записываются вначале для отдельных компонент. Уравнения для средних величин, описывающих смесь в целом, получаются суммированием парциальных уравнений. При этом для ряда материальных констант смеси получаются выражения через соответствующие парциальные константы. При выводе полученной таким образом системы уравнений использованы методы неравновесной термодинамики (см., например, [9, 10]). Подробнее вывод уравнений изложен в [11].

Закон сохранения массы дает уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \vec{v} = 0, \quad (I.1)$$

где ρ - плотность, \vec{v} - поле скорости, d/dt - материальная производная. Уравнение баланса массы для k -ой компоненты $N+1$ -компонентной смеси дает соотношение

$$\rho \frac{dc_k}{dt} + \nabla \vec{i}_k = \epsilon_k, \quad k=1, \dots, N; \quad \sum_{k=0}^N c_k = 1. \quad (I.2)$$

Здесь c_0, c_1, \dots, c_N - концентрации компонент,

$$\vec{i}_k = -\rho \left\{ \sum_{m=1}^N D_{km} \nabla c_m + c_k \lambda_k D_{kk} \nabla T + c_k D_k^p \nabla p - c_k \gamma_k \vec{E}^* \right\} \quad (I.3)$$

- плотность потока массы k -ой компоненты, (D_{km}) - матрица коэффициентов диффузии, λ_k - термодиффузионное отношение, D_k^p - коэффициент бародиффузии, γ_k - электрическая подвижность k -ой компоненты, T - температура, p - давление, $\vec{E}^* = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$, \vec{E} - напряженность электрического поля, \vec{B} - магнитная индукция. Источники массы с плотностью $\epsilon_k = \epsilon_k(c_1, \dots, c_N, T, p)$ присутствуют в (I.2), например, когда k -ая компонента участвует в химических реакциях (см. ниже пп. 2,3).

Уравнение баланса импульса для смеси имеет вид

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \nabla T + \rho \vec{F} + \rho e \vec{E}^* + \vec{j} \times \vec{B} - \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 \nabla \epsilon - \frac{1}{2\mu_*} \vec{B}^2 \nabla \left(\frac{1}{\mu} \right) - \nabla p. \quad (I.4)$$

В этом уравнении T - тензор вязких напряжений с компонентами

$$T^{\alpha\beta} = \eta_v \delta_{\alpha\beta} \nabla \vec{v} + \eta \left(\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} \right), \quad (I.5)$$

η - вязкость, η_v - объемная вязкость, \vec{F} - удельная массовая сила, $\vec{j} = \sum_{k=1}^N (e_k - e_0) \vec{i}_k$ - плотность электрического тока, $e = \sum_{k=1}^N (e_k - e_0) c_k$ - удельный заряд смеси, e_k - удельный заряд k -ой компоненты; далее величины e_k предполагаются постоянными, поэтому мы не копируем уравнение баланса заряда; ϵ_0 и μ_* -

диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, ϵ , μ - относительные проницаемости смеси.

Электромагнитное поле описывается уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E}) + \vec{j} + \rho e \vec{v} &= \text{rot} \frac{\vec{B}}{\mu_* \mu}; \quad \epsilon_0 \nabla (\epsilon \vec{E}) = \rho e; \\ \nabla \vec{B} &= 0; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\text{rot} \vec{E}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

При этом используются обычные соотношения

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_* \vec{H}, \quad (1.7)$$

где \vec{D} - электрическая индукция, \vec{H} - напряженность магнитного поля. Отметим также выражения для ϵ , μ через соответствующие парциальные величины

$$\epsilon = \sum_{k=1}^N c_k (\epsilon_k^* - \epsilon_0^*), \quad \frac{1}{\mu} = \sum_{k=1}^N c_k \left(\frac{1}{\mu_k^*} - \frac{1}{\mu_0^*} \right). \quad (1.8)$$

Уравнение энергии записывается в форме

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{dT}{dt} - \nabla (\kappa \nabla T) &= \alpha_T \frac{d\rho}{dt} + T : \nabla \vec{v} + \vec{E}^* \vec{j} + \\ &+ \sum_{k=1}^N T \rho^2 \frac{\partial}{\partial T} \frac{\mu_k}{T} \frac{dc_k}{dt}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Здесь C_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении, κ - коэффициент теплопроводности, α_T - коэффициент теплового расширения, $\mu_k = \mu_k(c_1, \dots, c_N, T, \rho)$ - удельный химический потенциал k -ой компоненты ($k=1, \dots, N$) относительно нулевой компоненты, например, растворителя. В уравнении (1.9) отброшен вклад от кинетической энергии диффузионных движений. Как правило, можно также не учитывать вкладов от теплового расширения $\alpha_T d\rho/dt$ и от вязкой диссипации $T : \nabla \vec{v}$. Последнее слагаемое в (1.9) существенно, если химические реакции происходят с заметным тепловыделением. В задачах электрофореза обычно наиболее значительным оказывается джоулев источник тепла $\vec{E}^* \vec{j}$.

При решении конкретных задач необходимо задать краевые условия на границе области. В частности, специфические условия возникают на границе электрод-жидкость (см. [12]), а также на биологических мембранах ([12, 13]).

Таким образом, система уравнений (1.2), (1.4), (1.6), (1.9) служит для определения неизвестных $c_k (k=1, \dots, N)$, \vec{v} , ρ , T , \vec{E} , и \vec{B} . О сложности ее свидетельствует тот факт, что уравнения конвекции входят в нее как частный случай. В следующем пункте указан один из способов ее упрощения для систем, находящихся в механическом равновесии.

2. Смеси в локальном химическом равновесии. Совокупность компонент смеси, характеризуемую набором индексов $\bar{I} = (k_1, \dots, k_2)$, $1 \leq k_1, \dots, k_2 \leq N$,

назовем химической подсистемой данной смеси, если суммарное число частиц K_1, \dots, K_2 - компонент сохраняется. Это означает, что выполнено равенство

$$\sum_{k \in I} C_k / M_k = 0, \quad (2.1)$$

где M_k - молекулярная масса k -ой компоненты. Аналитической концентрацией данной химической подсистемы называется величина

$$\xi = \frac{\rho}{N_A} \sum_{k \in I} C_k / M_k \quad (2.2)$$

где N_A - число Авогадро.

Задача исследования многокомпонентной смеси существенно упрощается, если ее удастся разбить на химические подсистемы и вместо концентраций C_1, \dots, C_M ввести аналитические концентрации. Это действительно оказывается возможным, если скорости химических реакций столь велики, что соответствующие им характерные времена значительно меньше характерных времен процессов переноса. В этом случае обозначим через $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_b$ аналитические концентрации подсистем, через ξ_k^j ($k=0, \dots, b; j=0, \dots, n_k$) - молярные концентрации компонент k -ой подсистемы. Введем плотность потока частиц k -ой компоненты $\vec{l}_{\xi_k} = \sum_{j=0}^{n_k} (\dot{\xi}_k^j / M_k^j N_A)$; M_k^j - молекулярная масса ξ_k^j -компоненты.

Считая раствор слабым, примем для химического потенциала ξ_k^j -компоненты относительно растворителя выражение [14]

$$\mu_k^j = \frac{k_B T}{M_k^j} \ln C_k^j + T \psi_k^j(T) \quad (2.3)$$

где k_B - постоянная Больцмана, $\psi_k^j(T)$ - некоторая функция температуры.

Предположим для простоты, что смесь находится в механическом равновесии, магнитное поле отсутствует, источники тепла - только Джоулевы, растворитель (ξ_0) электронейтрален. Кроме того, примем, что коэффициенты диффузии D_k^0 , подвижности χ_k^0 и термодиффузионные отношения λ_k^0 одинаковы для компонент каждой подсистемы. При этих допущениях получаем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi_k}{\partial t} + \nabla \vec{l}_{\xi_k} &= 0, \quad k=1, \dots, b, \\ \vec{l}_{\xi_k} &= -D_k^0 \nabla \xi_k + \chi_k^0 f_k \xi_k \vec{E} - \lambda_k^0 D_k^0 \xi_k \nabla T, \quad k=1, \dots, b, \\ \varepsilon_0 \nabla (\varepsilon \vec{E}) &= \mathcal{F} \sum_{k=0}^b f_k \xi_k, \quad \text{rot } \vec{E} = 0, \quad \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \vec{E}) + \vec{j} = \vec{J}(t), \\ \vec{j} &= F \sum_{k=0}^b \left\{ -D_k^0 \nabla (f_k \xi_k) - \lambda_k^0 D_k^0 f_k \xi_k \nabla T + \chi_k^0 g_k \xi_k \vec{E} \right\}, \\ \varepsilon &= \sum_{k=0}^b (\varepsilon_k^0 - \varepsilon_0^0) \frac{M_k^0 N_A}{\rho} \xi_k, \\ f_k &= \sum_{j=0}^{n_k} z_k^j \beta_k^j, \quad g_k = \sum_{j=0}^{n_k} (z_k^j)^2 \beta_k^j; \quad k=0, \dots, b. \end{aligned} \quad (2.4)$$

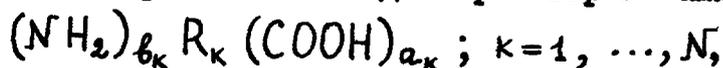
Здесь F - число Фарадея, $\vec{J}(t)$ - плотность внешнего электрического тока, ε_k^j - относительные диэлектрические проницаемости компонент, γ_k^0, f_k - подвижность подсистемы; $f_k \xi_k$ - заряд подсистемы; $\lambda_k^0 f_k$ - термодиффузионное отношение подсистемы, $\gamma_k^0 g_k \xi_k$ - проводимость подсистемы; z_k^j - число элементарных зарядов компонент с учетом знака. Функции $\beta_k^j = \beta_k^j(\xi_m)$ определяются соотношениями

$$\xi_k^j = \beta_k^j \xi_k, \quad \xi_k = 0. \quad (2.5)$$

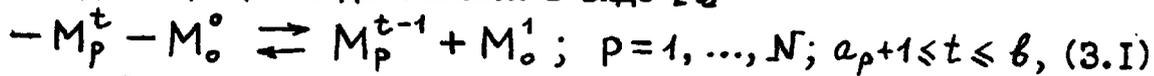
Заметим, что условия $\xi_1 = \dots = \xi_N = 0$ линейно зависимы, а потому не позволяют определить концентрации. Для того, чтобы величины β_k^j были функциями от аналитических концентраций, достаточно, чтобы существовало ровно n_k ($k=0, \dots, \nu$) линейно независимых равенств. Подробнее вывод уравнений (2.4) см. [15].

3. Зависимость подвижности и электропроводности аминокислот от pH среды. Подвижность биополимеров в водном растворе существенно зависит от pH среды. С этим явлением непосредственно связано и такое понятие, как изоэлектрическая точка - значение pH, при котором подвижность соответствующих молекул в электрическом поле равна нулю, и такая разновидность электрофореза как изоэлектрофокусировка [16]. Теоретический расчет подвижности биополимеров встречается со значительными трудностями; даже для таких простых объектов, как аминокислоты, кривые зависимости подвижности и электропроводности от pH среды определялись лишь экспериментально, путем титрования. Изложенная выше теория позволяет произвести подобный расчет (подробнее см. [17]).

Рассмотрим слабый водный раствор N аминокислот



где R_k - аминокислотный остаток; α_k, ν_k - число карбоксильных и аммонийных групп, способных к ионизации. Предположим, что аминокислоты являются кислотами Бренстеда. Через ξ_k^j обозначим концентрацию иона k -ой аминокислоты, несущего заряд j ($-\alpha_k \leq j \leq \nu_k, k=1, \dots, \nu$); через ξ_0^0 обозначим концентрацию воды (растворителя), а через ξ_0^{+1} и ξ_0^{-1} - концентрации ионов гидроксония (H_3O^+) и гидроксила (OH^-). Стехиометрические реакции протолитического равновесия и реакции диссоциации воды запишем в виде [9]



Реакцию вида (3.1) в дальнейшем будем называть (p, t) - реакцией. Для источников числа частиц $\xi_k^j / (M_k^j N_A)$, используя соотношения химической кинетики, запишем выражения

$$\frac{\xi_k^{\nu_k}}{M_k^{\nu_k} N_A} = -R_k^{\nu_k-1}, \quad \frac{\xi_k^{-\alpha_k}}{M_k^{-\alpha_k} N_A} = R_k^{-\alpha_k}, \quad \frac{\xi_0^{-1}}{M_0^{-1} N_A} = Q,$$

$$\frac{G_k^j}{M_k^j N_A} = R_k^j - R_k^{j-1}, \quad \frac{G_0^0}{M_0^0 N_A} = -\sum_{(p,t)} R_p^{t-1} - 2Q, \quad (3.3)$$

$$\frac{-G_0^1}{M_0^1 N_A} = \sum_{(p,t)} R_p^{t-1} + Q; \quad k=1, \dots, b; \quad -a_k-1 \leq j \leq b_k-1, \\ R_k^j = \alpha_k^{j+1,0} \xi_k^{j+1} \xi_0^0 - \alpha_k^{j,1} \xi_k^j \xi_0^1, \\ Q = \alpha_0^{0,0} \xi_0^0 \xi_0^0 - \alpha_0^{-1,1} \xi_0^{-1} \xi_0^1. \quad (3.4)$$

Здесь α_{kp}^{jt} - скорости химических реакций. Легко показать, что k -ая аминокислота в совокупности с ее ионами образует химическую подсистему. Полагая $G_p^t=0$ ($p=1, \dots, b; -a_k \leq t \leq b_k$), получим линейно независимую систему уравнений $R_p^t = 0$ ($p=1, \dots, b, -a_p+1 \leq t \leq b_p$) откуда выводим

$$\frac{\beta_p^{t-1} \xi_0^1}{\beta_p^t} = \mathcal{K}_p^t \equiv \xi_0^0 \frac{\alpha_p^{t,0}}{\alpha_p^{t-1,1}} \quad (3.5)$$

где \mathcal{K}_p^t - приведенная константа диссоциации (p, t) - реакции.

Последнее соотношение показывает, что величины β_p^t являются функциями лишь от концентраций ξ_0^1 и ξ_0^0 . Решая (3.5) относительно β_p^t и подставляя в (2.4), получим зависимость функций f_k и g_k от pH среды, характеризуемой концентрацией ξ_0^1 .

Например, рассмотрим диссоциацию глицина (k -й компоненты) $H-CN-(NH_3^+)(COO^-)$ в воде. В этом случае $a_k = 1, b_k = 1, z_k^1 = 1, z_k^{-1} = 1$, и зависимость f_k, g_k от кислотности ψ имеет вид

$$f_k(\psi) = \frac{sh(\psi - \psi_k)}{ch(\psi - \psi_k) + m_k}, \quad g_k(\psi) = \frac{ch(\psi - \psi_k)}{ch(\psi - \psi_k) + m_k}, \\ \psi = (7 - pH) \ln 10, \quad \psi_k = 7 \ln 10 + \frac{1}{2} \ln \mathcal{K}_k^1 \mathcal{K}_k^0, \quad (3.7) \\ m_k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mathcal{K}_k^1}{\mathcal{K}_k^0}}, \quad \mathcal{K}_k^1 = 10^{-2,3} \frac{\text{моль}}{\text{л}}, \quad \mathcal{K}_k^0 = 10^{-9,6} \frac{\text{моль}}{\text{л}}.$$

Аналогично показывается, что ионы гидроксония и гидроксила образуют вместе с водой химическую подсистему. При этом вклад в свободный заряд и плотность электрического тока от ионов воды задается выражениями

$$\vec{j}_w = F \left\{ -D_0^0 \nabla (f_0 \xi_0^1) + \gamma_0 g_0 \xi_0^1 \vec{E} - \lambda_0^0 D_0^0 \xi_0^1 f_0 \nabla T \right\}, \\ \rho_w = F f_0 \xi_0^1, \quad f_0(\xi_0^1) = 1 - \frac{K_w^2}{(\xi_0^1)^2}, \quad g_0(\xi_0^1) = 1 + \frac{K_w^2}{(\xi_0^1)^2} \quad (3.8)$$

где K_w^2 - ионное произведение воды.

4. Создание pH-градиента в растворе при помощи амфолитов-носителей.

Упомянутый выше метод изоэлектрофокусировки заключается в том, что в электрофоретическом пространстве создается каким-либо способом градиент pH, и разделяемые вещества (чаще всего белки) в электрическом поле концентрируются (фокусируются) в окрестности

значений pH, равных их изоэлектрическим точкам [16]. При этом естественный градиент pH формируется в электрическом поле без вмешательства извне, если в растворе находится специальная смесь так называемых амфолитов-носителей. Состав смеси определяет крайние значения pH и форму градиента. Теоретический расчет здесь впервые оказался возможным лишь с помощью изложенной в пп. 1,2 теории (более подробное описание расчетов приведено в [18]).

Рассмотрим многокомпонентный слабый раствор амфолитов в воде. Его свойства характеризует введенная ранее функция кислотности

$$\psi = (7 - \text{pH}) \ln 10. \quad (4.1)$$

Предполагая, что количество амфолитов-носителей в растворе весьма велико, будем характеризовать отдельные компоненты смеси непрерывным параметром k : $0 \leq k < \infty$, который назовем параметром сорта; для линейных полимеров в качестве k можно взять длину полимерной цепочки.

Введем распределение аналитической концентрации $\xi(k, x)$ и глобальное распределение аналитической концентрации

$$\xi_0(k) = \int_0^1 \xi(k, x) dx, \quad (4.2)$$

предполагая, что раствор находится в электрофоретической колонке $0 \leq x \leq 1$.

В стационарном одномерном случае, пренебрегая термодиффузией, имеем безразмерную систему уравнений

$$\begin{aligned} i_{\xi} &= -\nu \frac{\partial \xi(k, x)}{\partial x} + f(k, \psi(x)) \xi(k, x) E(x), \quad \frac{\partial i_{\xi}}{\partial x} = 0, \\ \theta \frac{\partial E(x)}{\partial x} &= \text{sh } \psi(x) + \int_0^{\infty} f(k, \psi(x)) \xi(k, x) dk, \\ (-\nu \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} + E(x)) \text{ch } \psi(x) &+ \\ + \int_0^{\infty} \gamma(k) \left\{ -\nu \frac{\partial}{\partial x} [f(k, \psi) \xi(k, x)] + g(k, \psi) \xi(k, x) E(x) \right\} dk &= J \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $E(x)$ - напряженность электрического поля, ν - безразмерный коэффициент диффузии, θ - безразмерная диэлектрическая проницаемость, J - плотность электрического тока. Данная система представляет собой естественный аналог системы (2.4) в случае бесконечного (континуального) числа компонент.

Введем распределение изоэлектрических точек $x = v(k)$ в смеси амфолитов-носителей требованием

$$f(k, \psi(v(k))) = 0, \quad 0 \leq k < \infty \quad (4.4)$$

Предполагая, что границы $x = 0; 1$ непроницаемы ($i_{\xi} = 0$) для амфолитов смеси, из (4.3) выводим

$$\xi(k, x) = \xi(k, v(k)) \exp \left\{ \frac{1}{\nu} \int_{v(k)}^x f(k, \psi(s)) E(s) ds \right\}. \quad (4.5)$$

Формулу (4.5) можно использовать для определения состава смеси, задаваемого функцией $\xi_0(\kappa)$, который требуется, чтобы создать заданный pH-градиент в колонке. Для примера разберем случай постоянного pH-градиента, так что $\psi(x) = -ax + \psi_0$, $a = \text{const}$. Распределение амфолитического заряда и амфолитической электропроводности возьмем в виде (см. п.3)

$$f(\kappa, \psi) = \frac{\text{sh}(\psi - \xi(\kappa))}{\text{ch}(\psi - \xi(\kappa)) + m(\kappa)}, \quad g(\kappa, \psi) = \frac{\text{ch}(\psi - \xi(\kappa))}{\text{ch}(\psi - \xi(\kappa)) + m(\kappa)}. \quad (4.6)$$

где $\xi(\kappa)$ - распределение изоэлектрических точек в смеси по параметру сорта, $m(\kappa)$ - распределение отношения констант диссоциации. Ввиду (4.4)

$$\xi(\kappa) = \psi(v(\kappa)), \quad v(\kappa) = \frac{\psi_0 - \xi(\kappa)}{\psi_0 - \psi_1}, \quad (4.7)$$

где ψ_0, ψ_1 - известные значения кислотности на границах. Используя (4.3), (4.5), пренебрегая диффузией и считая напряжение на колонке равным I , получим

$$\xi_0(\kappa) = \left\{ \frac{J}{E(v(\kappa))} - \text{ch} \xi(\kappa) \right\} \frac{1 + m(\kappa)}{\gamma(\kappa)}, \quad (4.8)$$

$$E(v(\kappa)) = \frac{1}{\theta} \left\{ \theta + \frac{1}{a^2} (\text{sh} \psi_0 - \text{sh} \psi_1) - \frac{1}{a} \text{ch} \xi(\kappa) \right\}.$$

Заметим, что условие $\xi_0(\kappa) \geq 0$ накладывает определенные ограничения на параметры J, m, γ, ξ .

Очевидно, что представленные примеры далеко не исчерпывают возможностей теории. При условии, что известны параметры установки, режима разделения и исследуемых объектов, она позволяет определить практически все динамические и тепловые характеристики процесса электрофореза и служит основой для оценки его устойчивости.

Л и т е р а т у р а

1. Ларский Э.Г. Методы зонального электрофореза. М.: Медицина, 1971.
2. Snyder R.S., Allen R.E. Static free-fluid electrophoresis in space. - In: Mater. Sci. Space Appl. Space Processing, N. Y., 1977, N 4017.
3. Snyder R.S., Bier M., Griffin R.N. et al. Free fluid particle electrophoresis on Apollo 16. - In: Separat. and Purificat. Methods, N. Y., 1974, vol. 2.
4. Micale F.J., Krumrine P.H., Vanderhoff J.W. Analysis of the Apollo-Soyuz test project experiment on the electrophoretic separation of fixed red blood cells. - In: Separat. and Purificat. Methods, 1978, vol. 7(2).
5. Hannig K., Wirth H. Free-flow electrophoresis in space. - In: Mater. Sci. Space Appl. Space Processing. N. Y., 1977, N 4017.

6. Bier M., Hinckley J.O.N., Smolka A.J.K., Snyder R.S. Potential use of iso tachophoresis in space. - In: Protides of Biological fluids / Ed. by H. Peeters. London: Pergamon Press, 1975.
7. Report presented by the European Space Agency to the 22nd COSPAR Meeting. Bangalore (India), 1979, June.
8. Духин С.С., Дерягин Б.В. Электрофорез. М.: Наука, 1976.
9. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1974.
10. Бахарева И.Ф. Нелинейная неравновесная термодинамика. Саратов: Изд-во СГУ, 1976.
11. Жуков М.Д., Юдович В.И. Основные уравнения гидроэлектротермодинамики многокомпонентных жидкостей. - В кн.: Молекулярная биология. Киев: Наук.думка, 1981, вып. 28.
12. Корыта И., Дворжак И., Богачкова В. Электрохимия. М.: Мир, 1977.
13. Лайтфут Э. Явления переноса в живых системах. М.: Мир, 1977.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1964.
15. Жуков М.Д., Юдович В.И. Многокомпонентные смеси в локальном химическом равновесии. - В кн.: Молекулярная биология. Киев: Наук. думка, 1981, вып. 28.
16. Haglund H. Isoelectric focusing in pH-gradients - a technique for fractionation and characterization of ampholytes. - Meth. Biochem. Anal., 1971, vol. 19.
17. Жуков М.Д. Зависимость подвижности и электропроводности аминокислот в водном растворе от pH среды. - В кн.: Молекулярная биология. Киев: Наукова думка, 1981, вып. 28.
18. Жуков М.Д., Юдович В.И. Создание pH-градиента в растворе при помощи амфолитов-носителей. - В кн.: Молекулярная биология. Киев: Наук. думка, 1981, вып. 28.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
ГИДРОМЕХАНИКА	
Слобожанин Л.А. Задачи устойчивости равновесия жидкости, возникающие в вопросах космической технологии	9
Елагин М.П., Лебедев А.А., Шмелев А.В. Лабораторное моделирование устойчивости и динамики свободных жидких зон	24
Безденежных Н.А., Брискман В.А., Пузанов Г.В., Черепанов А.А., Шайдуров Г.Ф. О влиянии высокочастотных вибраций на устойчивость границы раздела жидкостей	34
Калязин Э.Л., Меднов А.Г. Физические явления в газожидкостных системах в условиях невесомости и слабых силовых полей и рекомендации по моделированию некоторых технологических процессов	40
Бармин И.В., Сенченков А.С. О равновесных формах расплава при кристаллизации полупроводника в цилиндрической ампуле	48
Бабский В.Г., Копачевский Н.Д., Мышкис А.Д., Слобожанин Л.А., А.Д.Тюпцев. Гидромеханика невесомости: некоторые нерешенные проблемы	53
Копачевский Н.Д. О малых колебаниях капиллярной жидкости, вращающейся в частично заполненном сосуде	59
КОНВЕКЦИЯ И ТЕПЛОМАССОБМЕН	
Дубовик К.Г., Никитин С.А., Полежаев В.И., Простомолотов А.И., Федюшкин А.И. Конвективные процессы в невесомости и их значение в задачах космической технологии	61
Березовская Г.А., Феоньчев А.И. Влияние конвекции и граничных условий для температуры на распределение примеси в цилиндрической ампуле с жидкостью	72
Ривкинц Б.Я., Сиговцев Г.С. Задача о движении капли в неоднородном температурном поле	78
Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Орков Д.С. О вибрационной тепловой конвекции в условиях невесомости	90

Братухин Ю.К., Брискман В.А., Зуев А.Л., Пшеничников А.Ф., Ривкинд В.Я. Экспериментальное исследование термокапилляр- ного дрейфа пузырей газа в жидкости	98
Кириченко Ю.А., Супрунова Ж.А. Методика моделирования процес- са теплообмена в замкнутом объеме в условиях, близких к не- весомости	109
Чашечкин Ю.Д., Попов В.А. Методы лабораторного моделирования конвективных процессов в неоднородных системах в условиях нормальной и пониженной гравитации	119
Брискман В.А., Саранин В.А. О возможности управления процессами теплообмена в условиях невесомости с помощью элект- рического поля	147
Августинович И.Г., Подольский В.А., Якушин В.И. Распростране- ние световых лучей в неоднородной бинарной газовой смеси в условиях невесомости	154

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ И СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ

Лебедев А.П., Полежаев В.И. Математическое моделирование воз- мущающих ускорений в экспериментах космической технологии	163
Лесков Л.В., Савичев В.В. Исследование физических особенностей технологических процессов на космических кораблях	173
Агафонов М.С., Бабарэко А.А., Белокурова И.Н., Богданова Н.Ф., Земсков В.С., Левтов В.Л., Лесков Л.В., Мухоян М.З., Романов В.В., Савичев В.В. Исследование кристаллизации в условиях невесомости расплавов со свободной поверхностью	186
Хряпов В.Т., Федоров В.А., Кульчицкий И.А., Мариов Е.В. Техно- логические эксперименты на установке "Кристалл" на станции "Салют-6"	191
Бармин И.В., Земсков В.С., Раухман М.Р., Сенченков А.С., Егоров А.В., Антипов А.И., Агапова Е.А. Тепло- и массопе- ренос в расплаве при кристаллизации антимонида индия в невесомости	209
Курбатов Л.Н., Головин Б.И., Изъяров А.В., Комаров Н.В. Неко- торые особенности экспериментов по получению твердых раство- ров кадмий-ртуть теллур, проведенных в составе ДЭС "Салют-6"	219
Власенко Л.А., Головин Б.И., Курбатов А.Н., Максимовский С.Н., Хазиева Р.А., Холина Е.Н., Друшкин Б.И. Кристаллизация гер- мания в условиях микрогравитации с высокими скоростями . .	221
Абрамов О.В., Гельфгат Ю.М., Семин С.И., Соркин М.З., Чашечкина Ж.Ю. Кристаллизация в двухфазных системах в ус- ловиях квазиневесомости	228

Кириченко Д.А., Слобожанин Л.А., Щербакова И.С. Формы и отрывные размеры пузырей в поле массовых сил различной интенсивности	241
Исерс А.Б. Диэлектрофоретическое движение пузырей в жидкости в условиях пониженной гравитации	243
Жуков М.Ю., Юдович В.И., Бабский В.Г. Электрофорез биополимеров в условиях невесомости	248

**ГИДРОМЕХАНИКА
И ТЕПЛОМАССОБМЕН
В НЕВЕСОМОСТИ**

*Утверждено к печати
Институтом проблем механики
Академии наук СССР*

Редактор *С.С. Матвеев*

Подписано к печати 27.04.82. Т — 09810
Формат 60X90 1/16. Бумага офсетная № 1
Печать офсетная. Усл.печ.л. 16,5 + 1,5 вкл.
Усл.кр.-отт. 18,3. Уч.-изд.л. 18,8.
Тираж 1000 экз. Тип. зак. 1411.
Цена 1р. 40к. Заказное

Издательство "Наука", 117864 ГСП-7,
Москва В-485, Профсоюзная ул., д. 90
Ордена Трудового Красного Знамени
1-я типография издательства "Наука",
199034, Ленинград, В-34, 9-я линия, 12

1 р. 40 к.