COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT QUATRE-VINGT-DIX-HUITIÈME.

JANVIER – JUIN 1934.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1934

Donc pour tel angle de portance dans un certain intervalle de vitesses, on peut réaliser autour d'une aile deux régimes d'écoulement, l'un des régimes étant stable et l'autre métastable.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les trajectoires permettant d'approcher d'un corps attractif central, à partir d'une orbite keplérienne donnée.* Note (¹) de M. **Ary J. Sternfeld**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Un des problèmes les plus importants de la navigation interplanétaire consiste à établir pour la fusée un trajet dans lequel la somme des impulsions à mettre en jeu soit aussi petite que possible.

On sait qu'étant donné un corps gravitant sur une orbite circulaire autour d'un astre, l'impulsion initiale et unique à lui donner pour que sa nouvelle trajectoire passe par un point choisi quelconque du plan de l'orbite est minimum lorsque l'impulsion est donnée suivant la tangente à l'orbite.

En dehors de cette solution, il en existe une autre, plus intéressante pour certaines trajectoires d'approche de l'astre central. Elle consiste à imposer au corps devant passer, en partant de l'orbite à rayon r_p (*fig.* 1), à une distance de l'astre $r_\pi < r_p$, un mouvement tel qu'au lieu de suivre la trajectoire classique (C), il s'éloigne d'abord du centre de l'orbite jusqu'à une certaine distance r_α, pour se diriger seulement ensuite vers le cercle de rayon r_π [2].

Notre solution devient avantageuse dès que la quantité de mouvement exigée par la méthode classique est supérieure à celle nécessaire pour s'éloigner à l'infini, soit dès que

$$r_\pi < \frac{\sqrt{2}-1}{2} r_p.$$

Pour une trajectoire composée de deux demi-ellipes, il faudrait donc imprimer au corps, au départ, une vitesse dirigée dans le sens de son mouvement de révolution et égale à

$$v_0 = \sqrt{\varpi_c^2\left(\sqrt{\frac{2r_\alpha}{r_\alpha + r_p}} - 1\right)^2 + v_p^2},$$

(¹) Séance du 12 février 1934.

(²) Pour la détermination de la trajectoire cf. Ary J. Sternfeld, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 333.

où w_c signifie la vitesse circulaire de l'astre sur son orbite et v_p la vitesse parabolique de l'astre secondaire.

A l'aphélie, par contre, il faudrait diminuer la vitesse du mobile de

$$v_\alpha = w_c \sqrt{\frac{r_p}{r_\alpha}} \left(\sqrt{\frac{2 r_\pi}{r_\alpha + r_\pi}} - \sqrt{\frac{2 r_p}{r_\alpha + r_p}} \right).$$

Si le corps n'est soumis qu'à l'attraction de l'astre central, tout éloi-

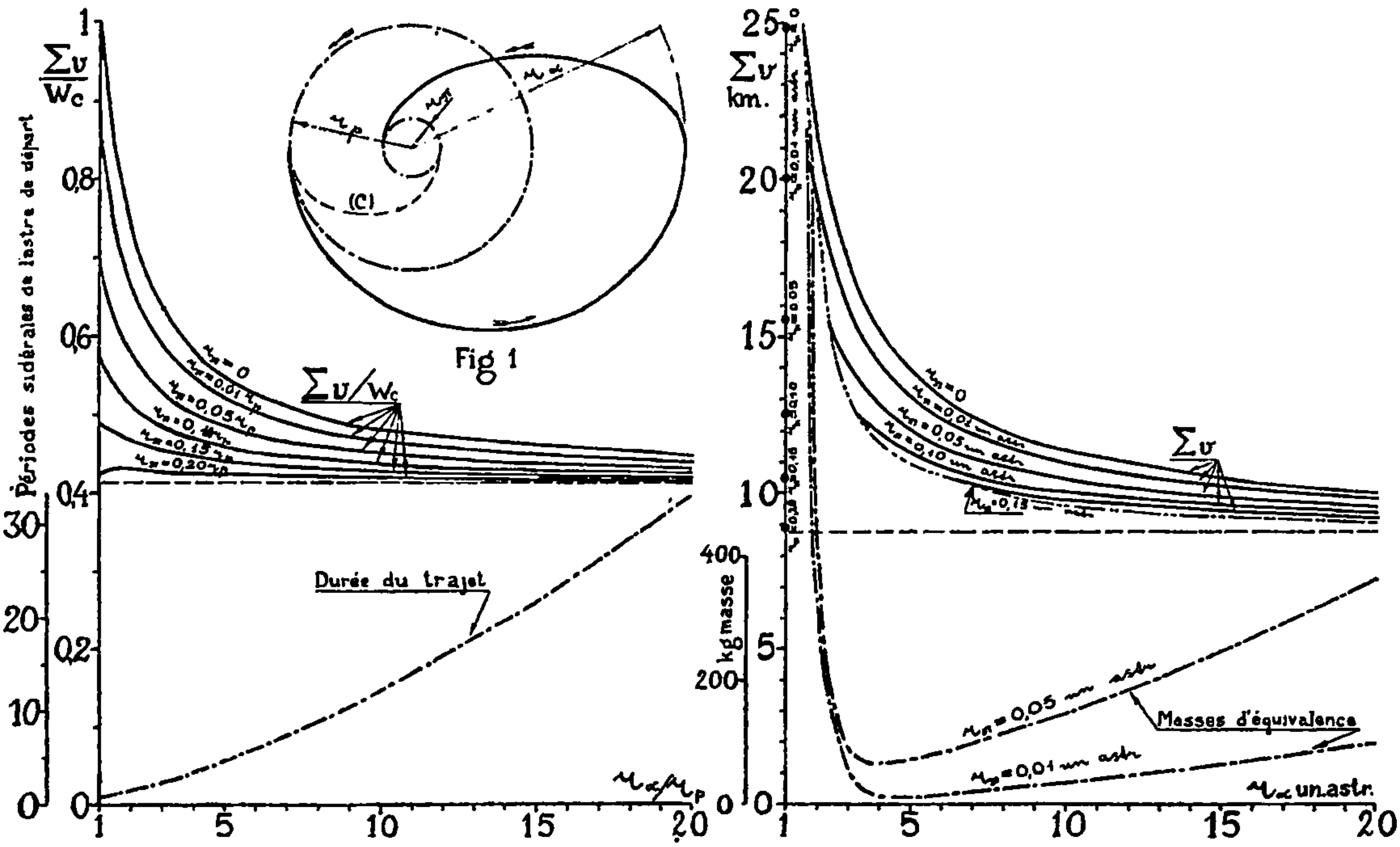

Fig. 2. Fig. 3.

gnement préliminaire suivant une demi-ellipse apporte généralement une économie totale d'impulsion. Cependant, si le corps se trouve en outre dans un champ gravitant secondaire, la somme des impulsions n'est inférieure au minimum prévu par la méthode classique qu'à partir d'un r_α suffisamment grand.

La figure 2 donne la somme des vitesses à imprimer au mobile et le temps total pour arriver à des distances différentes de l'astre dont le champ d'attraction seul a été pris en considération.

La figure 3 représente la somme des vitesses qu'il faut imprimer à un corps effectuant une révolution circulaire autour de la Terre dans le plan de l'écliptique, à 200$^{\mathrm{km}}$ au-dessus du sol, pour qu'il aille dans les régions solaires.

Dans les deux calculs, la méthode classique n'est que le cas particulier de $r_\alpha/r_p = 1$.

Nous voyons que la somme des impulsions est de cette façon notablement diminuée. Ainsi par exemple lorsque les vitesses sont imprimées à l'aide d'un système à fusée dans lequel la vitesse d'éjection des gaz égalerait même 4 km/sec, le rapport de la masse initiale à la masse finale aurait dans la méthode classique des valeurs par exemple 45 et 17 fois plus grandes pour $r_\pi = 0$ et $r_\pi = 0{,}01$ unité astronomique que dans notre méthode.

Si le véhicule doit emporter des provisions, proportionnelles à la durée du parcours, la masse initiale devra être évidemment supérieure à celle qu'on obtiendrait par la solution classique; la somme des deux impulsions imparties est pourtant moindre. Ce n'est donc que dans le cas où la masse utile du véhicule dépasse une certaine valeur que le mobile, parcourant la trajectoire proposée, nécessitera, avant le départ, une masse moindre que dans celui d'une trajectoire directe vers le but. Sur la figure 3 on a encore représenté cette masse d'équivalence, en fonction de r_α, en admettant des provisions journalières de 0,13 kg/ masse. Nous obtenons ainsi des résultats intéressants : même lorsque la masse utile n'est que 100^{kg}, les véhicules se rendant à $r_\pi = 0{,}05$ et $r_\pi = 0{,}01$ unité astronomique seront déjà plus légers au moment de départ, malgré l'importance des provisions emportées, s'ils passent les uns par les orbites de Mars et de Jupiter, les autres par celles-ci et l'orbite d'Uranus en plus.

Des trajectoires indirectes formées par des arcs de coniques raccordés sous des angles faibles peuvent dans certains cas présenter un intérêt encore supérieur aux trajectoires à arcs d'ellipses se raccordant tangentiellement et qui font l'objet de la présente Note.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations de Dirac du second ordre.* Note de M. J. GÉHÉNIAU, présentée par M. L. de Broglie.

1. On sait que toute solution des équations de Dirac (¹)

$$\sum_{\mu=1}^{4} \gamma^\mu \pi_\mu \psi = -i m_0 c \psi \tag{1}$$

(¹) Pour les notations, voir L. DE BROGLIE, *L'électron magnétique*, Hermann et Cie, éd., 1934, p. 150.