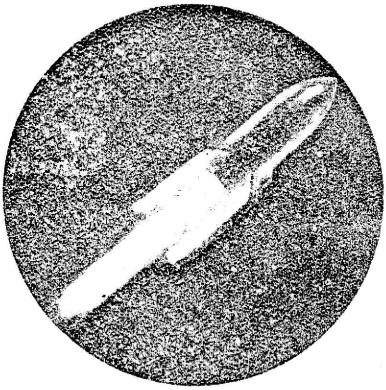
RAKETENFLUG



MITTEILUNGSBLATT DES RAKETENFLUGPLATZES BERLIN.

April 1932 **Nr. 4**

Die Grundlagen des Raketenantriebes.

In dem ersten Heft des „Raketenflug“ gaben wir eine kurze, formale Ableitung der Gleichung

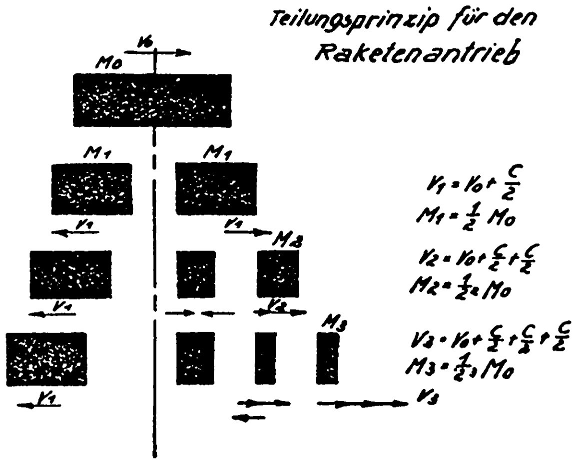
$$v = c \cdot \ln \frac{m_0}{m_1}$$

Im Anschluß an diese Gleichung wurde darauf hingewiesen, daß die Leistungsfähigkeit einer Rakete von zwei besonders wichtigen Faktoren abhängt: Der Ausströmungsgeschwindigkeit c und dem Verhältnis $m_0|m_1$ des Anfangsgewichtes zum Endgewicht.

Die Zusammenhänge zwischen diesem Massenverhältnis einerseits und der Ausströmungsgeschwindigkeit andererseits mit der Endgeschwindigkeit einer Rakete wollen wir im folgenden wegen ihrer großen Wichtigkeit für die Raketentechnik näher auseinandersetzen.

Wir stellen uns vor, wir hätten einen Stab von der Masse m_0 (vgl. Skizze 1). In der Mitte dieses Stabes befindet sich eine Sprengkapsel, die bei ihrer Entzündung die beiden Stabhälften auseinandertreibt. Beträgt die Explosionsgeschwindigkeit z. B. 2000 Meter pro Sekunde, so wird sich, da beide Stabteile ja gleich sein sollen, jedes Teil mit der halben Sprenggeschwindigkeit, also mit 1000 Meter pro Sekunde von seiner ursprünglichen Stelle entfernen.

Herausgeber: **Raketenflugplatz Berlin** des Vereins für Raumschiffahrt e. V.
Verantwortlich: Dipl. ing. Rudolf Nebel, Berlin-Reinickendorf.



Es ist ersichtlich, daß in diesem Falle der gemeinsame Schwerpunkt beider Stabteile auch nach der Sprengung erhalten bleibt.

Jetzt sprengen wir das nach rechts fliegende Stück m noch einmal in der Mitte auseinander. Ist die Sprenggeschwindigkeit wieder die gleiche, so wird sich das äußere Stück nunmehr doppelt so schnell wie vordem von dem Ausgangspunkt entfernen, seine Geschwindigkeit beträgt jetzt also $\frac{c}{2}+\frac{c}{2} = c$. Diese Sprengungen können wir nun natürlich beliebig oft wiederholen. Nach jeder Sprengung wird sich die Geschwindigkeit des äußersten rechten Stückes um $c/2$ erhöhen.

Bei jeder erneuten Sprengung bleibt aber auch, wie bei der ersten, der gemeinsame Schwerpunkt des vor- und des zurückgeschleuderten Stückes erhalten. Der resultierende Schwerpunkt aller nach rechts fliegenden Teile wandert also mit der Geschwindigkeit $c/2$ nach rechts; ebenso wandert der Schwerpunkt des einzigen Stückes, das überhaupt nach links wandert mit $c/2$ nach links. Wir kommen also zu dem wichtigen Resultat, daß während des gesamten Abschleuderungsvorganges, gleichgültig wie oft eine Sprengung erfolgt, der gemeinsame Schwerpunkt aller zu dem Ausgangsstück gehörenden Teile in Ruhe bleibt.

Dieses Gesetz bezeichnet man als das Gesetz von der Erhaltung des Schwerpunktes. Es stellt das Fundament aller Untersuchungen über die Mechanik des Raketenantriebes dar.

Wir wollen jetzt zu unserer Sprengung zurückkehren. Es ist ersichtlich, daß es bei genügend häufigem Wiederholen des Absprengens möglich ist, dem Reststück eine theoretisch unbegrenzte Endgeschwindigkeit zu erteilen. Betrachten wir dabei allerdings die Größe dieses Reststückes, so müssen wir feststellen, daß sie nur noch einen winzigen Bruchteil der Größe des Ausgangsstückes ausmacht. Im folgenden sind die Endmassen dargestellt, die bei einer Abschleuderungsgeschwindigkeit von 2000 m/sec. bei der jeweiligen Endgeschwindigkeit noch übrig geblieben sind:

	Geschwindigkeit	Endmasse
1. Abschleuderung	1000 m/sec.	$^1/_2$
2. Abschleuderung	2000 m/sec.	$^1/_4$
3. Abschleuderung	3000 m/sec.	$^1/_8$

Es zeigt sich nun, daß das Verhältnis der Anfangsmasse zu der Endmasse etwas günstiger wird, wenn wir die Stäbe nicht bei jeder Sprengung halbieren, sondern jeweils kleinere Teile, diese dafür aber öfter abschleudern. Schleudern wir z. B. nur immer ¼ der verbleibenden Masse ab, so wird dem größeren nach vorn fliegenden Teile nur ebenfalls nur ¼ der Abschleuderungsgeschwindigkeit erteilt. Um eine Endgeschwindigkeit von 4000 m/sec. zu erreichen, sind in diesem Falle nicht 4, sondern 8 Sprengungen vorzunehmen. Es ergibt sich dann:

Nach der		Geschwindigkeit	Endmasse
1.	Abschleuderung	500 m/sec.	3/4
2.	Abschleuderung	1000 m/sec.	9/16
3.	Abschleuderung	1500 m/sec.	27/64
4.	Abschleuderung	2000 m/sec.	81/256
5.	Abschleuderung	2500 m/sec.	243/1024
6.	Abschleuderung	3000 m/sec.	729/4096
7.	Abschleuderung	3500 m/sec.	2187/16384
8.	Abschleuderung	4000 m/sec.	6561/65536

In diesem Falle bliebe nach Erreichung der Endgeschwindigkeit von 4000 m/sec also noch eine Endmasse 6561/65536 oder rund 1/10 übrig. Das ist aber gegenüber dem ersten Falle, wo nur 1/16 übrig blieb, schon ein Gewinn. Im Falle der halben Massenabsprengung beträgt der Anteil der Anfangsmasse an der Endmasse 6,25%, im Falle der viertel Massenabschleuderung aber bereits 10%.

Das günstigste Verhältnis wird offenbar erzielt, wenn unendlich kleine Stücke in dauerndem Strome abgesprengt würden; wenn sich also der Stab vom hinteren Ende an langsam in seine einzelnen Molekülе auflösen würde, von denen jedes mit der Geschwindigkeit c nach hinten hinausflöge.

Dieser Fall wird bei dem Raketenantrieb mit flüssigen Brennstoffen praktisch erreicht: Aus der Ausströmdüse des Raketenmotors tritt ein kontinuierlicher Strom von Gasmolekülen, ihre Abschleuderungsgeschwindigkeit entspricht ihrer Ausströmungsgeschwindigkeit. Deren Höhe ist abhängig von der Art des verwendeten Treibstoffes (vgl. hierzu den Aufsatz „Pulverrakete — Flüssigkeitsrakete" in diesem Heft). sie beträgt bei Verwendung von Benzin und Flüssigsauerstoff etwa 2000 m/sec., bei Flüssigwasserstoff und Flüssigsauerstoff etwa 4000 m/sec.

Wir stellen uns jetzt wieder analog zu den obigen Tabellen die Beziehungen zwischen Endmasse und Endgeschwindigkeit für einen Sprengvorgang zusammen, bei dem stets 1/n der noch übrigen Masse abgeschleudert wird. n ist hierin eine allgemeine Zahl: in den beiden obigen Beispielen war sie 2 und 4, bei kontinuierlicher Ausströmung ist sie unendlich groß. Um die Werte für diesen letzten Fall aufstellen zu können, brauchen wir zunächst aber einen allgemeinen Ausdruck für jede beliebige Abschleuderungsweise. Aus den beiden vorigen Beispielen entnehmen wir für den Geschwindigkeitszuwachs nach jeder Sprengung den Wert c/n. Ebenso ist der Massenverlust nach jeder Sprengung m_0/n, so daß nur noch eine Masse $m_n - m_0 = n-1/m_0$ übrigbleibt. Also ist:

Nach der	Endgeschwindigkeit	Endmasse
1. Abschleuderung	$^1/n \cdot c$	$\frac{n-1}{n} \cdot m_0$
2. Abschleuderung	$^2/n \cdot c$	$\frac{(n-1)^2}{n} \cdot m_0$
3. Abschleuderung	$^3/n \cdot c$	$\frac{(n-1)^3}{n} \cdot m_0$
allgemein: nach der k ten Abschldg.	$^k/n \cdot c$	$\frac{(n-1)^k}{n} \cdot m_0$

Um eine Endgeschwindigkeit $v = \frac{k \cdot c}{n}$ zu erreichen, sind also $k = \frac{n \cdot v}{c}$ Abschleuderungen notwendig. Die verbleibende Restmasse ist also $m_1 = \left(\frac{n-1}{n}\right)^{\frac{n \cdot v}{c}} \cdot m_0$.

Wir wollen jetzt an Hand dieses Ausdruckes noch einmal die drei aufgeführten Fälle, Halbteilung, Vierteilteilung und kontinuierliche Teilung mit einander vergleichen. Wenn eine Endgeschwindigkeit v-c erreicht werden soll, so ist die Endmasse bei Halbteilung gegeben durch:

$$m_2 = \frac{(2-1)^2}{2} \cdot m_0 = 0{,}25\ m_0.$$

Bei Verwendung der Viertelteilung ist ebenfalls für $v = c$:

$$m_4 = \frac{(4-1)^4}{4} \cdot m_0 = 0{,}32\ m_0$$

Auch hier ist der Vorteil der kleineren Teilung wieder zu erkennen. Wir sehen gleichzeitig, daß sich der Anteil der Anfangsmasse einem gewissen Grenzwert nähert, der bei der Wahl unendlich kleiner Teilchen erreicht wird. Für den dritten Fall der kontinuierlichen Strömung ist dann

$$m_\infty = \frac{(\infty - 1)^\infty}{\infty} = 0{,}368\ m_0$$

Das ist also der günstigste Wert, der überhaupt möglich ist. Die Zahl 0,368 gibt sich aus den Methoden der höheren Mathematik und stellt den Quotienten

$$\frac{1}{e}$$

dar. Die Zahl $e = 2{,}718\ldots$ spielt in der Infinitesimalrechnung eine große Rolle als Basiszahl der natürlichen Logarithmen.

Wir haben also für den Raketenantrieb den Ausdruck

$$m = m_0 \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{v}{c}}$$

gefunden, den wir nach den Gesetzen der Logarithmenrechnung auch in der einfacheren Form

$$v = c \cdot \log \text{nat} \frac{m_0}{m_1}$$

schreiben können.